
SIGILLUM ACADEMIAE HARVARDINAE IN NOV ANG
CHRISTO ET ECCLESIAE
VE RI TAS

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON, RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — JANVIER 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Tou[illegible] les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............. 15 fr.
Autres pays.... .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
16959 Quai des Grands-Augustins, 55.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

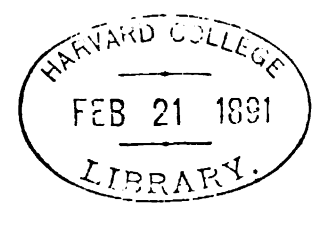
DEUXIÈME SÉRIE.

TOME DIXIÈME. — ANNÉE 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

1891

1891, Feb. 21 – 1892, Jan. 23.
Haven fund.



JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

THÉORIE GÉNÉRALE DE LA VISIBILITÉ DES FRANGES D'INTERFÉRENCE;

PAR MM. J. MACÉ DE LÉPINAY ET CH. FABRY.

Les appareils producteurs de franges d'interférence semblent se partager en deux catégories. Les uns paraissent exiger la limitation du faisceau éclairant par une fente convenablement orientée (miroirs de Fresnel); ils fournissent des franges visibles à toute distance. Les autres permettent l'emploi d'une source étendue dans toutes les directions (anneaux de Newton); les franges auxquelles ils donnent naissance sont localisées.

En réalité, tous les appareils interférentiels connus rentrent dans une seule et même classe, et leurs différences apparentes tiennent uniquement aux conditions en quelque sorte exceptionnelles de leur emploi habituel. Établir cette identité de propriétés et mettre en évidence les principales conséquences des formules générales auxquelles nous serons conduits, tel est le but de ce travail.

I. Le principe qui nous servira de point de départ est le suivant. Imaginons pour un instant que la source éclairante se réduise à un point lumineux unique S. Si nous introduisons un écran dans la partie commune aux deux faisceaux, nous verrons s'y dessiner un système de franges qui sera parfaitement net, car la différence de marche des deux mouvements vibratoires qui, issus de S, se

croisent en l'un quelconque des points de l'écran, varie de l'un à l'autre, mais est unique pour chacun d'eux (¹).

Supposons, par contre, que la source soit étendue. A chacun des points lumineux, *indépendants les uns des autres,* qui la constituent, correspondra en général, sur l'écran, un système particulier de franges. Tous ces systèmes de franges empiétant les uns sur les autres, le résultat sera, en général, de donner à l'écran un éclat sensiblement uniforme. Les franges seront par suite invisibles, à moins que l'on ne se place dans des conditions particulières que nous nous proposons de déterminer.

Pour que les franges soient parfaitement nettes, il faut que, pour tous les points utiles de la source, la différence de marche que présentent les couples de rayons correspondant à chacun d'eux, et qui se croisent au point central M de l'écran considéré, reste la même. Si cette condition est en effet satisfaite rigoureusement pour le point M de l'écran, elle le sera sensiblement pour les points voisins. L'écran sera alors recouvert d'un système de franges qui présentera en M un maximum de netteté.

II. L'application de ce principe se trouve singulièrement simplifiée par l'établissement du théorème suivant :

Étant donné un point S *d'une source qui, par l'effet d'un appareil interférentiel, donne naissance à deux systèmes*

(¹) Considérons, en effet, une onde issue de S; elle se dédouble par l'effet de l'appareil interférentiel, et les deux ondes ainsi produites, quelles que soient les déformations qu'elles aient subies dans l'intervalle, parviennent au bout de temps inégaux, mais déterminés, en chacun des points de l'espace.

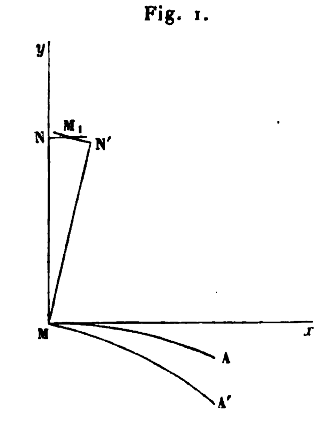
Il nous a paru intéressant de vérifier par l'expérience l'exactitude du principe énoncé. Nous éclairons un appareil interférentiel quelconque (anneaux de Newton, appareil producteur des franges de Herschel, etc.) au moyen d'une source monochromatique limitée par un écran percé d'un petit trou. 1° Les franges, souvent peu brillantes, il est vrai, sont parfaitement nettes à toute distance, ce que l'on constate au moyen d'une loupe ou d'une lunette dont on fait varier le tirage. 2° Supposons que la lunette d'observation restant fixe, on vienne à déplacer lentement le trou éclairant dans une direction transversale quelconque; on constate que les franges restent nettes, mais se meuvent en général avec une extrême rapidité dans le champ de la lunette. 3° Quelles que soient toutefois les conditions de l'expérience, il est toujours possible de trouver une direction suivant laquelle on peut déplacer le trou éclairant sans modifier la position des franges. Ce dernier fait est une conséquence immédiate des formules qui seront établies plus loin.

d'ondes qui se croisent en un point M *avec une certaine différence de marche, il existe deux directions conjuguées,* SS_1, MM_1, *suivant lesquelles on peut déplacer les points* S *et* M, *sans altérer cette différence de marche.*

Nous nous appuierons sur la remarque suivante :

Quel que soit celui des appareils interférentiels connus que l'on considère, il est toujours tel qu'une onde unique issue d'un point lumineux S *se dédouble en le rencontrant, de manière à donner naissance à deux ondes qui, considérées au bout d'un même temps, diffèrent très peu de forme et de position* (¹).

Fig. 1.



Considérons alors les deux ondes MA, MA′, provenant d'un même point S de la source, au moment où elles se croisent en M. Soient MN, MN′ leurs normales. Prenons pour plan de la figure le plan NMN′, et soient MA, MA′ les courbes intersections des deux ondes par ce plan.

Il résulte de la remarque qui a été faite plus haut :

1° Que l'angle NMN′ $= \alpha$ des deux normales est très petit ;

2° Que les rayons de courbure R et R′ des courbes MA, MA′ sont très voisins, pourvu que la différence de marche δ en M des

(¹) Nous supposons que les deux points S et M sont tous deux situés dans l'air, c'est-à-dire dans un milieu homogène. Le point M peut d'ailleurs être réel ou virtuel.

deux mouvements vibratoires considérés soit petite par rapport à ces rayons de courbure.

Prenons sur les deux normales des longueurs égales finies, $MN = MN' = h$. Si nous considérons les deux ondes à l'instant où elles passent respectivement, l'une par N, l'autre par N', leurs courbes intersections par le plan de la figure restent normales, la première à MN, l'autre à MN'.

De plus, leurs rayons de courbure sont respectivement $R + h$, $R' + h$ (conséquences connues du principe de Huygens). Proposons-nous de déterminer la position du point M_1 intersection de ces deux courbes, auquel correspond la même différence de marche qu'au point M.

Si nous prenons comme axes de coordonnées la normale et la tangente en M à MA, les équations des arcs de courbe très petits NM_1 et $N'M_1$ peuvent s'écrire

$$x^2 + (y + R)^2 = (R + h)^2, \tag{1}$$

et

$$(x + R' \sin\alpha)^2 + (y + R' \cos\alpha)^2 = (R' + h)^2. \tag{2}$$

Retranchant ces équations membre à membre, il vient

$$R' x \sin\alpha + y(R' \cos\alpha - R) = h(R' - R), \tag{3}$$

d'où

$$x = y \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} + \frac{R' - R}{R'} \frac{h - y}{\sin\alpha}.$$

Le deuxième terme de cette équation est négligeable par rapport au premier; $h - y$ est en effet de l'ordre de grandeur de α^2 et par suite $\frac{h - y}{\sin\alpha}$ est de l'ordre de grandeur de α. Comme $\frac{R' - R}{R'}$ est un nombre très petit, le terme $\frac{R' - R}{R'} \frac{h - y}{\sin\alpha}$ est négligeable devant $y \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$, puisque y est une longueur finie. On peut donc écrire

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}.$$

Il en résulte que le point M_1 est sur une droite fixe, qui est la bissectrice de l'angle des deux trajectoires ou rayons lumineux qui, issus de S, se croisent en M. On peut donc déplacer le

point M sur cette droite sans changer la différence de marche. En d'autres termes, la trajectoire, dans le plan de la figure, d'une frange donnée est rectiligne.

Imaginons maintenant que le point M précédemment considéré soit un point lumineux. La différence de marche des deux mouvements vibratoires qui, issus de M, viennent se croiser au point S est la même que précédemment, δ, car, en vertu du principe du retour inverse des rayons, les deux trajectoires comprises entre S et M restent les mêmes. Il en résulte que l'on peut, sans altérer la différence de marche, déplacer le point S sur la bissectrice SS_1 des deux rayons partant de S, tels qu'ils viennent se croiser en M.

Il reste encore à établir que les deux droites ainsi obtenues sont conjuguées, c'est-à-dire restent les mêmes quelles que soient les positions de S sur l'une et de M sur l'autre. Nous remarquerons, à cet effet, qu'il résulte de la démonstration précédente que, pour un même point M, les trajectoires issues de ce point et qui vont se croiser en un point quelconque de SS_1 ont toujours, en leur point de croisement, même bissectrice SS_1. La troisième partie du théorème sera démontrée si nous établissons que ces trajectoires ont également en M toujours une même bissectrice, qui sera MM_1, et cela, quel que soit leur point de départ sur SS_1.

Nous nous appuierons sur la remarque suivante : si $abpq$ et $a_1b_1p_1q_1$ sont les paramètres de deux droites *très voisines* qui se coupent, ceux de leur bissectrice sont $\frac{a+a_1}{2}$, $\frac{b+b_1}{2}$, $\frac{p+p_1}{2}$, $\frac{q+q_1}{2}$.

Soient dès lors $abpq$ les paramètres de la partie initiale, rectiligne, SA et $a_1b_1p_1q_1$ de la partie terminale BM de l'une des trajectoires issues de S et aboutissant en M; soient de même $a'b'p'q'$ et $a'_1b'_1p'_1q'_1$ les paramètres des parties initiale SA′ et finale B′M de la seconde; pour un appareil interférentiel donné, $a_1b_1p_1q_1$ sont des fonctions uniquement de $abpq$, et de même $a'_1b'_1p'_1q'_1$ de $a'b'p'q'$.

Imaginons que l'on déplace le point lumineux de S en S_1 sur la droite SS_1; les deux trajectoires issues de S_1, telles qu'elles se coupent en M, sont, dans la première partie de leur trajet, très

voisines respectivement de SA et SA′; elles ont de plus pour bissectrice SS_1. Si donc $a + da$, $b + db$, $p + dp$, $q + dq$ sont les paramètres de l'une, ceux de l'autre sont $a_1 + da_1$, $b_1 + db_1$, $p_1 + dp_1$, $q_1 + dq_1$, avec les conditions

$$da + da_1 = db + db_1 = dp + dp_1 = dq + dq_1 = 0.$$

Les nouveaux paramètres de la dernière partie rectiligne de la première trajectoire sont, d'autre part, $a' - da'$, $b' + db'$, $p' + dp'$, $q' + dq'$, et ceux de la dernière partie de la seconde : $a'_1 + da'_1$, $b'_1 + db'_1$, $p'_1 + dp'_1$, $q'_1 + dq'_1$, où da', db', ..., sont de la forme

$$\begin{aligned} da' &= \mathrm{A}\, da + \mathrm{B}\, db + \mathrm{P}\, dp + \mathrm{Q}\, dq, \\ da'_1 &= \mathrm{A}_1\, da_1 + \mathrm{B}_1\, db_1 + \mathrm{P}_1\, dp_1 + \mathrm{Q}_1\, dq_1, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Il est à remarquer d'ailleurs que les coefficients A et A_1, B et B_1, ... sont deux à deux très voisins. Si l'on considère en effet les diverses parties successives des trajectoires SA...BM et SA′...B′M, elles se correspondent deux à deux et sont, deux à deux, très peu différentes en grandeur et en direction ([1]). Les relations qui lient les paramètres de BM à ceux de SA sont donc peu différentes de celles qui lient les paramètres de B′M à ceux de SA′.

On est dès lors en droit d'écrire, en négligeant des termes du second ordre

$$\begin{aligned} da'_1 &= \mathrm{A}\, da_1 + \mathrm{B}\, db_1 + \mathrm{P}\, dp_1 + \mathrm{Q}\, dq_1, \\ da'_1 &= -(\mathrm{A}\, da + \mathrm{B}\, db + \mathrm{P}\, dp + \mathrm{Q}\, dq) = -\, da'. \end{aligned}$$

On trouverait de même

$$db'_1 = -\, db', \qquad dp'_1 = -\, dp', \qquad dq'_1 = -\, dq',$$

et ces quatre relations expriment que les deux rayons issus de S′ et qui se croisent en M ont la même bissectrice que ceux qui proviennent de S.

Le théorème énoncé se trouve ainsi complètement établi.

Corollaire. — *La différence de marche que présentent les deux mouvements vibratoires issus d'un point* S *de la source,*

([1]) Elles peuvent d'ailleurs ne pas se succéder dans le même ordre (miroirs de Jamin et, en général, réfractomètres interférentiels).

en leur point de croisement M, *est entièrement déterminée si l'on se donne la position dans l'espace de la droite* MM_1. *Elle est donc une fonction de quatre variables seulement, à savoir les quatre paramètres qui définissent une droite dans l'espace.*

III. Nous supposerons dans ce qui suit, et uniquement pour simplifier l'exposition, que l'on observe les franges au moyen d'un instrument d'optique quelconque, microscope, lunette, ou même œil, susceptible de se déplacer parallèlement à lui-même, de telle sorte que son axe optique reste fixe dans l'espace (¹). Nous nous proposons de chercher s'il est possible, et dans quelles conditions, de trouver sur cet axe optique un point M tel que les franges, vues dans l'instrument d'observation, réglé pour viser ce point, présentent une netteté parfaite.

Nous établirons à cet effet le théorème suivant :

Pour que les franges soient nettes, il est en général nécessaire que la source éclairante soit réduite à une fente étroite. La position, sur l'axe optique, du point M *que l'on doit viser est d'ailleurs variable avec l'orientation de la fente.*

Nous nous appuierons sur la remarque suivante :

Les diverses directions MM_1, passant par M, correspondant aux divers points de la source que nous avons à considérer, sont toujours très voisines de l'axe optique. Elles sont telles, en effet, que les deux rayons interférents qui lui correspondent, après s'être croisés en M, pénètrent l'un et l'autre dans le système optique employé.

Soient alors

$$x = az + p, \qquad y = bz + q$$

les équations d'une droite quelconque passant par M. Nous savons que l'on a

$$\delta = f(a, b, p, q).$$

(¹) Tout ce qui suit est directement applicable au cas où l'on recevrait directement les franges sur un écran, et où on les observerait par diffusion. Il serait toutefois nécessaire de supposer que la partie libre de la source est peu étendue. La direction de l'axe optique est alors remplacée par celle qui correspond à un point central de la partie découverte de la source.

Prenons trois axes de coordonnées rectangulaires, l'axe Oz se confondant avec l'axe optique, et l'origine étant un certain point fixe, quelconque, mais *situé dans l'air*. La direction de l'axe optique correspond aux valeurs des paramètres

$$a = b = p = q = 0$$

et ces paramètres seront toujours très petits pour une direction voisine. Si d'ailleurs ξ et η sont les coordonnées de la trace de cette dernière sur le plan xOy, les paramètres de cette droite sont

$$a = -\frac{\xi}{D}, \qquad b = -\frac{\eta}{D}, \qquad p = \xi, \qquad q = \eta,$$

D étant la distance du point M à l'origine.

L'équation de condition $d\delta = 0$ sera alors

$$(4) \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)_0 a + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)_0 b + \left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_0 p + \left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)_0 q = 0,$$

ou

$$\left[\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_0 - \frac{1}{D}\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)_0\right]\xi + \left[\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)_0 - \frac{1}{D}\left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)_0\right]\eta = 0,$$

équations dans lesquelles on doit, dans les dérivées partielles qui y figurent, remplacer $abpq$ par leur valeur commune zéro qui correspond à l'axe optique. Ce sont donc des constantes, et l'équation de condition prend la forme

$$(5) \qquad \left(P - \frac{A}{D}\right)\xi + \left(Q - \frac{B}{D}\right)\eta = 0.$$

L'examen de cette équation de condition suffit pour établir le théorème énoncé. Si nous supposons, en effet, que la source éclairante soit étendue dans toutes les directions, ξ et η se trouvent être des variables indépendantes. Il faudrait donc, pour obtenir des franges nettes, que l'on pût trouver une valeur de D satisfaisant à la fois aux deux équations, *en général incompatibles,*

$$P - \frac{A}{D} = 0, \qquad Q - \frac{B}{D} = 0.$$

Supposons, par contre, que l'on assujettisse toutes les droites M, M_1 à être contenues dans un même plan passant par l'axe optique, ce que l'on réalisera en introduisant une fente soit avant.

soit après l'appareil interférentiel. On se trouvera établir entre ξ et η une relation de la forme

$$\frac{\eta}{\xi} = \operatorname{tang}\varphi,$$

φ étant l'angle avec Ox de la trace de ce plan sur le plan xOy. Le problème présente alors une solution donnée par

$$\frac{PD - A}{QD - B} = - \operatorname{tang}\varphi. \tag{6}$$

Mais la valeur unique de D déterminée par cette équation dépend de φ, et varie par suite avec l'orientation de la fente.

Remarque. — Il importe ici de distinguer deux cas. Nous supposerons que l'on se donne le point visé M et que l'on cherche, en introduisant une fente, à rendre les franges distinctes.

Premier cas. — Si la fente est introduite après l'appareil interférentiel, c'est-à-dire entre ce dernier et l'œil, le plan dans lequel on doit amener la fente est déterminé par l'équation (5). Il est indépendant de la distance à l'appareil interférentiel du plan dans lequel la fente est mobile.

Second cas. — Il peut en être tout autrement si la fente est introduite entre la source proprement dite et l'appareil interférentiel. Si nous considérons en effet les diverses directions MM_1 passant par M et contenues dans le plan défini par l'équation (5), les droites conjuguées S, S pourront ne pas être contenues dans un même plan, mais former une certaine surface réglée, dépendant des conditions de l'expérience. Imaginons dès lors que la fente puisse tourner autour de son milieu, dans un certain plan P. Il faudra, pour obtenir des franges nettes, que la fente soit tangente à l'intersection par le plan P de cette surface réglée, et sa direction se modifie si le plan P se déplace, même en restant parallèle à lui-même.

Cette surface peut d'ailleurs être définie plus complètement. Considérons, en effet, toutes les droites passant par M et voisines de l'axe optique. On peut, d'une part, les envisager comme étant les parties terminales de trajectoires provenant de rayons S, A qui

ont rencontré l'appareil interférentiel suivant l'un des deux modes possibles de propagation. Toutes ces droites S, A passent par les deux lignes focales α et β, qui sont les images de M auxquelles donneraient naissance les rayons considérés s'ils se propageaient en sens inverse. Les mêmes droites aboutissant en M peuvent également être envisagées comme provenant de rayons S, A' qui ont rencontré l'appareil interférentiel selon le second mode de propagation. Elles passent de même par deux autres lignes focales α', β', voisines respectivement de α et de β. Les droites S, S_1 passeront également par deux lignes α_1 et β_1 qu'on peut appeler *lignes focales moyennes,* dont les paramètres sont les moyennes, respectivement de ceux de α et α', de β et β'.

La surface gauche cherchée contient donc à la fois les deux lignes focales ainsi définies et la droite conjuguée de la direction de l'axe optique.

L'introduction de la fente avant l'appareil interférentiel peut donc, dans certains cas, compliquer les phénomènes. Elle présente toutefois l'avantage sur la disposition inverse d'éviter les phénomènes de diffraction qui, dans ce dernier cas, ne permettent de voir nettement les franges que si elles sont à peu près normales au plan de la fente (¹).

IV. *Discussion.* — Deux cas particuliers, signalés au commencement de ce travail, méritent une étude plus complète.

1° On sait que l'on peut, avec certains appareils interférentiels, obtenir des franges nettes, même avec une source étendue dans toutes les directions. Pour qu'un pareil phénomène se présente, il faut que l'équation de condition puisse être satisfaite, quels que soient ξ et η. Il faut donc que les deux équations

$$P - \frac{A}{D} = 0, \qquad Q - \frac{B}{D} = 0$$

soient compatibles, ce qui exige que l'on ait

$$\frac{P}{Q} = \frac{A}{B} = m,$$

(¹) Nous croyons inutile de revenir sur ce point, qui a été étudié par l'un de nous [*Journal de Physique* (2), t. IX, p. 132; 1890].

m étant une certaine constante. L'équation de condition peut alors s'écrire

$$(7) \qquad \left(\mathrm{P} - \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{D}}\right)(m\xi + \eta) = 0.$$

Le premier membre de cette équation se présente sous la forme du produit de deux facteurs, et elle sera satisfaite lorsque l'un ou l'autre sera nul. De là deux conséquences :

Si l'on supprime la fente (ξ et η quelconques), il est possible d'obtenir des franges nettes. Elles sont alors *localisées* et leur position est donnée par

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{P}}.$$

Dans ces mêmes conditions, si l'on vient à introduire une fente convenablement orientée ($\operatorname{tang}\varphi = -m$), l'équation de condition est satisfaite quel que soit D. Les franges deviennent visibles à toute distance : elles ne sont plus localisées.

2° La réciproque est vraie. La condition nécessaire pour que l'on puisse, avec une fente convenablement orientée, obtenir des franges visibles à toute distance est, en effet, que les deux équations

$$\mathrm{P}\xi + \mathrm{Q}\eta = 0, \qquad \mathrm{A}\xi + \mathrm{B}\eta = 0$$

soient compatibles, ce qui exige que l'on ait

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} = m.$$

L'équation de condition prend de nouveau la forme (7). Donc :

La possibilité d'observer des franges nettes sans fente (toujours localisées) et celle de réaliser des franges non localisées par l'emploi d'une fente convenablement orientée sont deux faits connexes et inséparables.

On peut aller plus loin et établir une relation remarquable entre l'orientation de la fente qui fait disparaître la localisation et celle des franges. Pour simplifier le langage, nous appellerons *plan* de la fente le plan dans lequel elle devrait être contenue, pour obtenir des franges nettes, si on l'introduisait au delà de l'appareil interférentiel.

Soient, à cet effet,

$$x = az + p, \qquad y = bz + q$$

les équations d'une droite quelconque, voisine de l'axe optique Oz, mais ne passant pas par le point visé M. Nous la définirons par les coordonnées

$$\xi, \ \eta, \ 0; \quad x_1, \ y_1, \ D$$

de ses deux points d'intersection avec le plan xOy et avec le plan parallèle au premier passant par M. Les quatre paramètres de cette droite sont donnés en fonction de ces coordonnées par

$$a = \frac{x_1 - \xi}{D}, \qquad b = \frac{y_1 - \eta}{D}, \qquad p = \xi, \qquad q = \eta.$$

L'expression de

$$d\delta = Aa + Bb + Pp + Qq$$

devient alors

$$d\delta = \frac{1}{D}(Ax_1 + By_1) + \left(P - \frac{A}{D}\right)\xi + \left(Q - \frac{B}{D}\right)\eta.$$

Supposons, tout d'abord, que *l'appareil interférentiel étant absolument quelconque,* la condition de netteté soit satisfaite; l'équation ci-dessus se réduit à

$$d\delta = \frac{1}{D}(Ax_1 + By_1).$$

Elle nous donne immédiatement l'orientation de la frange qui passe par le point visé

$$\frac{y_1}{x_1} = -\frac{A}{B}.$$

Elle nous montre que, dans tous les cas possibles, l'orientation des franges est indépendante du plan dans lequel on les rend visibles. Nous n'insisterons pas sur ce point.

Supposons maintenant que l'appareil interférentiel soit tel qu'il jouisse, dans les conditions de l'expérience, de la double propriété qui nous occupe, c'est-à-dire que l'on ait

$$\frac{A}{B} = \frac{P}{Q} = m.$$

Le plan qui passe par l'axe optique et qui est tangent aux franges a pour équation

$$mx_1 + y_1 = 0.$$

Il est donc parallèle au plan de la fente qui rend les franges visibles à toute distance.

V. Il existe deux cas particuliers où l'on peut prévoir, *a priori*, l'existence de la double propriété étudiée.

1° Lorsque *l'appareil interférentiel présente un plan de symétrie, l'axe optique de l'instrument d'observation étant contenu dans ce plan.* Si nous prenons ce plan de symétrie comme plan des xOz, δ ne doit pas changer lorsqu'on remplace η par $-\eta$. Il faut donc que l'on ait identiquement

$$Q = B = 0.$$

L'équation de condition prend alors la forme

$$\left(P - \frac{A}{D}\right)\xi = 0.$$

Le plan de la fente qui produit l'absence de localisation est normal au plan de symétrie.

2° Lorsque *l'appareil interférentiel est tel que la différence de marche est*, non seulement constante le long d'une même droite, mais *identique pour toutes les droites parallèles entre elles*. Cette différence de marche n'est plus fonction que de deux variables, à savoir les deux paramètres a et b qui définissent une direction

$$\delta = f(a, b).$$

L'équation de condition se réduit alors à

$$\frac{1}{D}(A\xi + B\eta) = 0.$$

Les franges sont visibles sans fente : elles sont *localisées à l'infini* (miroirs épais de Jamin, franges de Herschel, etc.).

V. *Vérifications expérimentales.* — Pour soumettre au contrôle de l'expérience les résultats de la théorie que nous venons

d'exposer, il suffit de l'appliquer à divers appareils interférentiels. C'est ce qui a été déjà fait pour les franges des lames minces isotropes (1) et pour les miroirs de Fresnel (2). Nous nous proposons de poursuivre cette étude.

Nous pouvons toutefois trouver, soit dans des phénomènes déjà connus, soit dans d'autres qu'il est facile de reproduire, la vérification des principales conséquences de la théorie qui précède.

Un cas de localisation sans fente se présente lorsqu'on examine, sous une incidence oblique quelconque, les franges des lames minces isotropes : dans le cas des anneaux de Newton, lorsque le plan d'incidence contient le centre des anneaux ; dans celui d'une lame prismatique, lorsque l'arête est normale au plan d'incidence. On se trouve, en effet, observer les franges au moyen d'un appareil optique dont l'axe est contenu dans un plan de symétrie. Si, en particulier, l'incidence est normale, la condition du plan de symétrie est satisfaite en tous les points de la lame mince. La localisation est alors, on le sait, complète.

L'absence corrélative de localisation par l'introduction d'une fente normale au plan de symétrie est particulièrement nette si les franges sont rectilignes (lame mince d'air comprise entre deux plans de verre). La fente doit être placée du côté de la source pour éviter les phénomènes de diffraction, et la lumière concentrée sur elle au moyen d'une lentille cylindrique afin d'illuminer la totalité de la lame mince. Les franges sont alors parfaitement visibles à toute distance : on peut les suivre au moyen d'une loupe jusqu'à plusieurs mètres de distance ; elles sont encore nettes lorsqu'on les examine au moyen d'une lunette réglée pour une distance quelconque, même infinie. L'expérience, surtout facile avec la lumière monochromatique, peut être faite en projection, avec la lumière blanche, à la condition de faire déborder l'une sur l'autre les deux lames de verre, de manière à rendre visibles les premières franges.

Les miroirs de Fresnel, tels qu'on les emploie ordinairement

---

(1) J. Macé de Lépinay, *Journal de Physique* (2), t. IX, p. 121 et 180 ; 1890.

(2) Ch. Fabry, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CX, p. 455 ; 1890.

(fente et miroirs verticaux, axe optique horizontal), réalisent précisément les conditions de non-localisation (plan de symétrie). Il serait intéressant de pouvoir observer le fait de localisation sans fente, mais le calcul montre qu'elle se produirait dans le plan bissecteur de l'angle aigu des miroirs, c'est-à-dire dans une région où les deux faisceaux réfléchis ne sont pas superposés. Nous pouvons toutefois trouver une vérification indirecte de la théorie en constatant que les franges sont d'autant plus faciles à voir, alors même que la fente est trop large ou mal orientée, que l'on rapproche davantage la loupe des miroirs. C'est là un fait bien connu, sur lequel on s'appuie pour achever le réglage de cet appareil.

Les franges de Herschel ([1]) que l'on obtient facilement en isolant une lame mince d'air d'épaisseur rendue uniforme au moyen de deux fragments d'un même fil de cocon, et en immergeant le tout obliquement dans une cuve pleine d'eau, réalisent le cas de localisation à l'infini. L'absence de localisation s'observe très facilement soit par réflexion, soit par transmission, en introduisant une fente parallèle à la limite des champs lumineux et obscur. L'expérience est brillante en projection, avec la lumière blanche. La fente, conformément à la théorie, peut être rendue d'autant plus large que l'écran est plus éloigné.

La même expérience de projection, moins brillante, il est vrai, peut être effectuée au moyen des miroirs épais de Jamin (franges et fentes horizontales).

Il est à remarquer que la théorie exposée est directement applicable aux phénomènes de polarisation chromatique. Les franges produites dans la lumière convergente sont localisées à l'infini. Celles que l'on observe dans la lumière parallèle (sous-incidence normale du moins) sont localisées dans la lame mince cristalline.

Nous citerons, comme exemple du premier cas, les anneaux du spath : si l'on introduit une fente dans l'appareil de projection, entre la source et la lame cristalline, on voit se dessiner sur l'écran, *quelle que soit sa distance à l'appareil,* des fragments d'anneaux, parallèles à la fente. Par suite de l'existence de la

---

([1]) MASCART, *Traité d'Optique*, t. I, p. 447.

croix noire, l'expérience est la plus nette lorsque la fente est orientée à 45° de l'un et de l'autre plan de polarisation.

Le compensateur de Babinet, qui correspond au deuxième cas, est particulièrement propre à répéter ces expériences de projection, par suite de l'éclat et de la largeur des franges. Le faisceau lumineux qui sort de l'analyseur présente, lorsqu'on le rend visible au moyen d'un peu de fumée, un aspect remarquable : il semble décomposé, sur toute sa longueur, en tranches parfaitement nettes, alternativement brillantes et obscures.

SUR L'AIMANTATION TRANSVERSALE DES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES

(Suite) (¹);

PAR M. PAUL JANET.

SECONDE PARTIE (²).

I. *Aimantation transversale du cylindre circulaire et du cylindre elliptique.* — Nous avons étudié, dans la première Partie, les lois théoriques qui régissent la distribution de l'aimantation transversale dans un conducteur magnétique sous l'influence de courants quelconques. Nous allons maintenant examiner si dans certains cas particuliers, possibles à réaliser, l'expérience confirme les résultats de la théorie.

Nous considérerons d'abord le cas simple du cylindre circulaire; nous savons que, dans ce cas, les lignes d'aimantation sont des cercles concentriques au cylindre, et que par suite la densité superficielle est partout nulle : une telle aimantation n'a pas d'action extérieure.

Quelques conséquences indirectes de cette distribution ont déjà été signalées par plusieurs observateurs. La première en date semble avoir été la self-induction considérable des fils de fer, même rectilignes (Villari, 1869) : l'accroissement du coefficient de self-induction est évidemment dû à l'énergie supplémentaire qui correspond à la création ou à la disparition de l'aimantation

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IX, p. 497.

(²) La partie expérimentale de ce travail a été faite au laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Grenoble.

transversale. Kirchhoff, le premier, a montré que cet accroissement est égal à $2\pi k$ par unité de longueur du cylindre (dans le cas d'un coefficient d'aimantation constant). Maxwell est arrivé au même résultat ([1]) et nous allons indiquer, en la simplifiant, sa démonstration.

Considérons un circuit dont une partie est formée par un fil non magnétique, rectiligne, à section circulaire. Supposons ce fil assez long et les autres parties du courant assez éloignées pour que l'action de ces parties soit négligeable dans la région considérée. Imaginons que sur une longueur l on remplace le métal non magnétique par un métal magnétique ayant un coefficient d'aimantation k, et cherchons l'accroissement $T' - T$ d'énergie électrocinétique qui en résulte.

Soient P un point de la région considérée, situé à une distance r de l'axe, et H le potentiel vecteur, nécessairement parallèle à l'axe, en ce point; soit enfin H′ la valeur que prend H lorsqu'au métal non magnétique on substitue un métal magnétique. On sait que, si w est la densité du courant, on a

$$T' - T = \frac{1}{2}\iiint w(H' - H)\,dx\,dy\,dz = \frac{1}{2}\,l\iint w(H' - H)\,dx\,dy.$$

Or on trouve facilement, par la définition même du potentiel vecteur,

$$H' - H = \frac{4\pi k I(R^2 r^2)}{R^2};$$

il en résulte

$$T' - T = \pi k l I^2.$$

Or, l'accroissement du coefficient de self-induction est lié à l'accroissement de l'énergie électrocinétique par l'équation

$$\frac{1}{2}(L' - L)I^2 = T' - T = \pi k l I^2,$$

d'où

$$L' - L = 2\pi k l.$$

C'est la formule de Kirchhoff. Quelques essais de vérification de cette formule ont été tentés par M. Voisenat ([2]). Il serait intéres-

---

([1]) Maxwell, *Traité d'Électricité*, t. II, p. 357.
([2]) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 278.

sant de les reprendre en mesurant, pour chaque échantillon, la valeur de k qui lui convient.

Quelques autres conséquences indirectes de l'aimantation transversale du cylindre circulaire ont encore été vérifiées par l'expérience. Tels sont : 1° les courants induits produits par la disparition subite de l'aimantation transversale résiduelle sous l'influence d'un choc (Villari, Streintz) ou d'une torsion (Wiedemann); 2° la production d'une aimantation longitudinale par torsion d'une tige aimantée transversalement (Wiedemann); 3° l'inégalité des quantités de chaleur dégagées dans deux branches de résistances égales, l'une en fer, l'autre en cuivre, entre lesquelles se partage un même courant sinusoïdal (Villari).

Mais, dans aucune de ces observations, l'aimantation transversale n'a été mise en évidence par une expérience directe et simple : c'est une telle expérience que nous avons cherché à réaliser tout d'abord; voici comment on peut y parvenir.

Un cylindre d'acier d'environ 30^{cm} de longueur et $1^{cm},5$ de diamètre est séparé en deux parties par un plan diamétral, et les parties planes sont rodées avec soin de manière à pouvoir s'appliquer exactement l'une contre l'autre. Si dans ce cylindre on fait passer pendant quelques secondes un courant suffisamment intense, il acquiert une aimantation transversale permanente qu'il est facile de mettre un évidence en séparant, après la rupture du courant, les deux parties du cylindre. Alors chaque filet solénoïdal élémentaire est brisé et il se forme, sur chaque plan diamétral, deux lignes polaires parallèles à l'axe du cylindre. Ces lignes peuvent être révélées, de la manière ordinaire, à l'aide d'un spectre magnétique. La *fig.* 2 est la reproduction directe de la photographie de ce spectre [1]. On vérifie d'abord sans peine qu'une aiguille aimantée, approchée de l'un de ces aimants, se met en croix avec lui dans le sens prévu par la théorie, et que, si on le suspend à un faisceau de fils sans torsion, il se dirige de l'est à l'ouest.

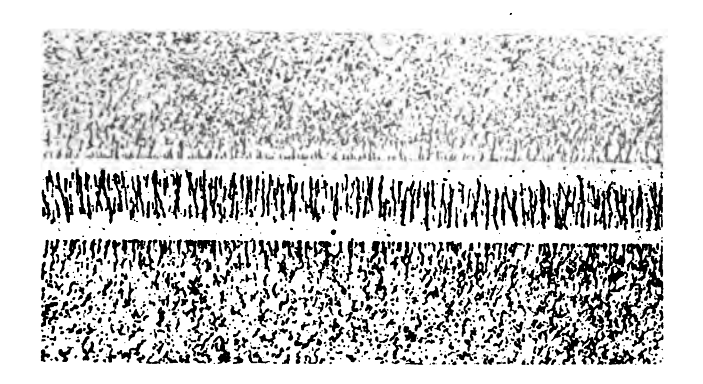
J'arrive maintenant au cas plus compliqué du cylindre elliptique

---

[1] M. Decharme a observé récemment des particularités curieuses et peu expliquées dans la formation de ces spectres. *Voir* la *Lumière électrique*.

qui, à ma connaissance, n'a jamais été abordé par l'expérience. Nous avons reconnu que, dans ce cas (et c'est ce qui en fait l'intérêt), l'aimantation transversale doit présenter une densité superficielle différente de zéro; autrement dit, le cylindre elliptique aimanté transversalement ne doit plus être, comme le cylindre circulaire, sans action extérieure; nous avons démontré, de plus, que le cylindre est partagé en quatre quadrants, alternativement positifs et négatifs, et que l'observateur d'Ampère placé dans l'axe du cylindre et regardant le grand axe de l'ellipse voit à gauche et en face les parties australes.

Fig. 2.



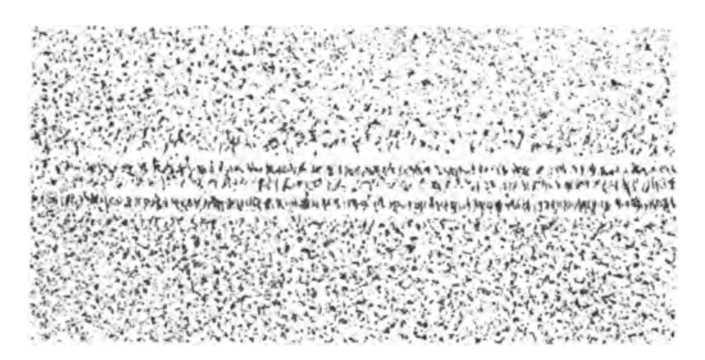
Toutes ces conséquences devront évidemment, au moins au point de vue qualitatif, se vérifier pour l'aimantation résiduelle, et c'est encore à elle que nous nous adresserons pour obtenir cette vérification; nous devrons, pour le faire, employer des tiges à section transversale assez faible, car l'effet dépend uniquement de la *densité* du courant; il faudra de plus employer des courants intenses, car, les lignes d'aimantation rencontrant toujours la surface du cylindre sous un angle très petit, la densité superficielle sera toujours très faible.

Le cylindre employé était en acier; il avait environ 50^{cm} de long; le grand axe de l'ellipse était de $0^{cm},9$, le petit de $0^{cm},6$. Il avait été obtenu par l'étirage d'une tige circulaire à travers une filière elliptique.

Dans ce cylindre, j'ai fait passer un courant d'environ 200 am-

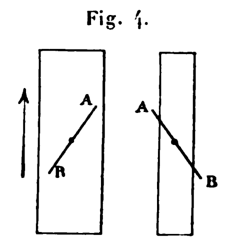
pères fourni par une batterie de douze accumulateurs Julien réunis en quantité. On reconnaît aisément que, après le passage du courant, le cylindre présente une aimantation transversale sensible; on peut former un spectre magnétique (*fig.* 3) sans avoir recours à aucun artifice; il y a donc, conformément à la théorie, une densité superficielle apparente.

Fig. 3.



Pour reconnaître le signe des lignes polaires, il suffit, après avoir placé la tige dans le méridien magnétique, d'en approcher une petite aiguille aimantée. On trouve alors que cette aiguille tend à se mettre en croix avec la tige. Le sens de la déviation est indiqué par la *fig.* 4 dans laquelle la flèche indique le sens du courant primitif;

Fig. 4.



on reconnaît aisément que cette déviation change de signe suivant qu'on présente l'aiguille au-dessus du grand ou du petit axe. Tous ces résultats sont de tout point conformes à la théorie. On doit remarquer que rien ne permettait de les prévoir *a priori,* car les lignes d'aimantation auraient pu aussi bien être des ellipses plus allongées que la section du cylindre, ce qui eût renversé tous les résultats.

Ainsi dans deux cas particuliers, dont l'un assez compliqué, l'expérience vérifie entièrement les données qualitatives de la théorie. Reste à soumettre cette théorie à des vérifications numériques. Les expériences qui vont suivre peuvent être considérées soit comme une vérification de ce genre, soit comme une méthode nouvelle propre à étudier le coefficient d'aimantation du fer dans le cas de forces magnétiques très faibles.

II. *Application de l'aimantation transversale d'un tube cylindrique à l'étude du coefficient d'aimantation du fer.* — Dans tout ce qui suivra, nous considérerons le coefficient d'aimantation comme variable avec la force magnétisante, et nous établirons nos formules dans cette hypothèse. Nous emploierons toujours des forces magnétiques assez faibles pour pouvoir négliger l'aimantation résiduelle; la méthode employée étant une méthode d'induction mutuelle, nous opérerons toujours par une série de renversements de l'aimantation opérés avec une force magnétique graduellement croissante.

La méthode consiste essentiellement (¹) à mesurer à l'aide d'une décharge induite le flux d'induction transversale qui traverse un demi-plan diamétral d'un tube cylindrique en fer.

Dans l'axe d'un tube, de longueur l, de rayons R et R′, passe un fil isolé qui se ferme à l'extérieur sur un galvanomètre balistique. Lorsqu'on établit un courant d'intensité I dans le tube, la quantité d'électricité mise en mouvement dans le circuit induit est proportionnelle au flux d'induction qui le traverse. Calculons ce flux.

La force magnétique en un point du tube situé à la distance x de l'axe est

$$f = \mathrm{I}\left(mx + \frac{m'}{x}\right),$$

formule dans laquelle

$$m = \frac{2}{\mathrm{R}^2 - \mathrm{R}'^2}, \qquad m' = -\frac{2\mathrm{R}'^2}{\mathrm{R}^2 - \mathrm{R}'^2}.$$

Le flux total à travers un demi-plan diamétral est donc

$$\int_0^l \int_{\mathrm{R}'}^{\mathrm{R}} \mu f\, dx\, dl = l \int_{\mathrm{R}'}^{\mathrm{R}} \mu f\, dx.$$

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVI, p. 200.

Soit Q la quantité d'électricité induite, f la résistance du circuit induit; on a

$$fQ = l \int_{R'}^{R} \mu f \, dx.$$

Soit θ l'impulsion produite dans le galvanomètre par une quantité d'électricité connue Q_1; si la quantité Q produit une impulsion α, on a

$$Q = \frac{Q_1 \alpha}{\theta},$$

d'où

$$(1) \qquad \int_{R'}^{R} \mu f \, dx = \frac{fQ_1}{l\theta} \alpha.$$

μ est une fonction inconnue de f qu'il s'agit de déterminer. L'équation précédente permet d'y parvenir.

Supposons en effet μ développé en série suivant les puissances croissantes de f,

$$\mu = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n f_n.$$

Toute la question revient à déterminer les coefficients A_n. L'équation (1) devient, tout calcul fait,

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} A_n B_{n+1} I^{n+1} = \frac{fQ_1}{l\theta} \alpha,$$

en posant

$$B_{n+1} = \int_{R'}^{R} \left(mx + \frac{m'}{x} \right)^{n+1} dx.$$

Tous les B_{n+1} sont donc des quantités connues. L'expérience, répétée pour une série croissante d'intensités, donne α en fonction de I :

$$\alpha = \sum_{n=1}^{n=p} C_n I^n.$$

D'où

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} A_n B_{n+1} I^{n+1} = \frac{fQ_1}{l\theta} \sum_{n=1}^{n=p} C_n I^n.$$

D'où, en identifiant

$$A_n = \frac{\rho Q_1}{l\theta} \frac{C_{n+1}}{B_{n+1}}. \tag{2}$$

Tous les coefficients A_n sont ainsi connus.

III. *Description et calcul des expériences :* 1. *Choix et disposition des tubes de fer.* — Les expériences ont porté sur trois tubes en fer de Suède dont voici les constantes :

Tube n° 1.

$l = 531$, $R = 1$, $R' = 0,415$.

Tube n° 2.

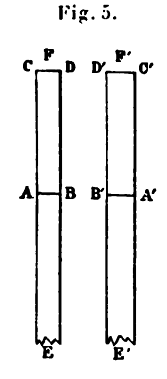
$l = 343$, $R = 0,75$, $R' = 0,33$.

Tube n° 3.

$l = 288$, $B = 0,40$ $R' = 0,17$.

Pour assurer une distribution régulière du courant et de la force magnétique aux extrémités de ces tubes (*fig.* 5), ces extrémités

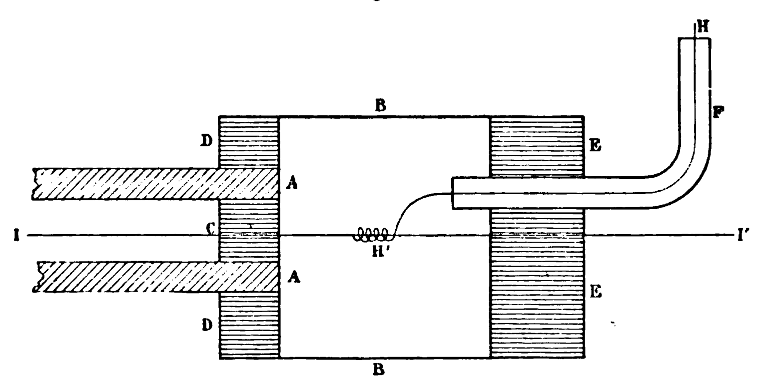
Fig. 5.



étaient munies de prolongements en laiton d'environ 10^{cm} de long; un calcul facile établit l'efficacité de cette disposition. La *fig.* 6 montre la disposition adoptée pour faire pénétrer le courant inducteur dans le tube de fer aussi symétriquement que possible. BB est un gros tube de verre rempli de mercure, AA la surface terminale du prolongement en laiton dont nous avons parlé. Le courant inducteur arrive en HH'. Le fil induit est II'.

2. *Mesure des décharges induites.* — La mesure des décharges a été faite avec un galvanomètre Thomson à gros fil (résistance, $6^{\omega},15$ environ). Cet appareil ayant un amortissement notable, il est bon de s'assurer d'abord de la proportionnalité des impulsions aux décharges; il suffit pour cela d'observer les impulsions produites pour une force électromotrice instantanée con-

Fig. 6.



stante dans une série de résistances variables. Soient E la force électromotrice instantanée, b la résistance primitive (y compris la résistance du galvanomètre), x la résistance additionnelle introduite, Q la quantité d'électricité induite, on a

$$Q = \frac{E}{b+x};$$

soit y l'impulsion correspondant à la résistance x; on doit avoir, s'il y a proportionnalité entre les décharges et les impulsions

$$y = \frac{a}{b+x}, \qquad y(b+x) = a,$$

a étant une constante. Voici quelques résultats d'une série de mesures dans lesquelles la force électromotrice instantanée était obtenue par la rotation de 180° d'un cadre perpendiculaire au méridien magnétique, et où l'on avait $b = 8^{\omega},33$:

x.	y.	$y(b+x)=a$.
0	126,00	1075
2	104,00	1074
4	87,00	1073
6	75,00	1075
8	65,75	1074
10	58,75	1077
14	48,00	1072
20	38,00	1077
30	28,00	1073
50	18,25	1079
	Moyenne......	1075

Ainsi les impulsions sont très exactement proportionnelles aux décharges.

Le tarage du galvanomètre est obtenu par la rotation du même cadre. Soient S la surface totale de ses spires, H la composante horizontale de magnétisme terrestre, on a

$$Q_1 = \frac{2SH}{\rho}.$$

La formule générale (2) devient

$$A_n = \frac{2SH}{l\theta}\frac{C_{n+1}}{B_{n+1}},$$

et l'on évite ainsi la mesure de ρ. La bobine employée est une bobine en bois, à gorge rectangulaire. Son diamètre est 16,85. Elle porte 12 couches de 8 spires chacune d'un fil ayant environ 2^{mm} de diamètre total. La longueur du fil enroulé est de 5718. Le rayon moyen, déduit de cette longueur, est 9,48. La surface approchée déduite de ce rayon moyen est

$$S_a = 27102.$$

Soient n le nombre de couches, p le nombre de spires par couche, e une limite supérieure du diamètre du fil, S_v la surface vraie; on démontre facilement que

$$S_v - S_a < \frac{pn(n^2-1)\pi e^2}{12}.$$

Ici l'on trouve

$$S_v - S_a < 142.$$

Nous adopterons

$$S = 27200,$$

d'où, en admettant $H = 0,202$ (*voir* plus bas)

$$2SH = 10990.$$

3. *Mesure de l'intensité du courant inducteur.* — Cette mesure se fait à l'aide d'une boussole des tangentes. La valeur de H, qu'il est nécessaire de connaître, a été obtenue par deux méthodes : 1° par la boussole des tangentes elle-même, en mesurant l'intensité absolue du courant par l'électrolyse du sulfate de cuivre, par la méthode de Gauss. On trouvera le détail de ces opérations dans le Mémoire original. Les deux méthodes ont concordé sensiblement et donné $H = 0,202$. Cette valeur, comme il fallait s'y attendre, est inférieure à la valeur normale de H à Grenoble ($H = 0,212$). C'est celle qui a été utilisée pour mesurer, à l'aide de la boussole des tangentes, l'intensité du courant inducteur.

4. *Calcul des expériences.* — Les données immédiates sont : 1° l'impulsion $\alpha' = 2\alpha$ produite dans le galvanomètre balistique par le renversement de l'aimantation transversale; 2° la déviation a' produite dans la boussole des tangentes par le renversement du courant inducteur. On commencera par établir une formule empirique qui donne α' en fonction de a'. En général, une formule parabolique suffit :

$$\alpha' = A'a' + B'a'^2.$$

Il est moins pénible de calculer $\frac{\alpha'}{a'}$:

$$\frac{\alpha'}{a'} = A' + B'a'.$$

On construira donc une courbe en prenant comme abscisse a', comme ordonnées $\frac{\alpha'}{a'}$. Cette courbe, en général, se confond avec une ligne droite; cette droite étant tracée, on déterminera aisément A' et B'.

Cela fait, on exprime a' en fonction de I :

$$a' = MI,$$

M étant un coefficient connu. Il vient alors

$$\alpha' = A'MI + B'M^2I^2.$$

D'où

$$\alpha = C_1 I + C_2 I^2,$$

en posant

$$C_1 = \frac{A'M}{2}, \qquad C_2 = \frac{B'M^2}{2}.$$

Les coefficients C_1 et C_2 sont ainsi connus. On procéderait de même si un plus grand nombre de termes était nécessaire.

IV. *Résultats des mesures.* — Les premières mesures ont porté sur le tube n° 1 non recuit; le coefficient d'aimantation d'un fil de Suède non recuit pour des forces magnétiques très faibles a été déterminé récemment par Lord Rayleigh (¹) par une méthode toute différente de celle qui a été employée dans ce travail; il y avait donc intérêt à comparer ses résultats aux nôtres.

L'emploi de la méthode précédemment exposée a conduit aux formules

$$\mu = 80,15 + 48,9 f,$$
$$k = 6,3 + 3,9 f,$$

pour représenter la perméabilité et la susceptibilité du tube n° 1 dans les limites où ces quantités peuvent être considérées comme des fonctions linéaires de la force magnétisante. La force maximum (correspondant à la périphérie du cylindre) employée dans les expériences précédentes a été de 0,425; la force minimum, dans les mêmes conditions, de 0,080.

Il résulte de ces formules que la valeur limite de k pour une force infiniment faible n'est pas nulle, mais est égale à 6,3. Ce résultat est intéressant. Il concorde en effet entièrement avec celui qu'a énoncé Lord Rayleigh. Les expériences de l'éminent physicien avaient été entreprises précisément pour décider la question de savoir si le coefficient d'aimantation du fer tendait vers zéro ou vers une valeur finie lorsque la force magnétisante tendait vers zéro, question qui restait discutée jusqu'à ces dernières années. Lord Rayleigh a conclu de ses expériences que la

---

(¹) *Phil. Mag.*, t. XXIII, p. 225; 1887.

valeur limite était finie et a donné le nombre 6,4 pour un fer de Suède non recuit; on voit que, en nous plaçant dans des conditions tout à fait différentes, mais avec un échantillon de fer analogue, nous retrouvons la même valeur. Lord Rayleigh a donné comme coefficient de variation le nombre 5,12, qui est sensiblement plus fort que le nôtre, sans cependant s'en écarter beaucoup. Il est probable que, d'une manière générale, la méthode de l'aimantation transversale donne un coefficient de variation trop faible. Ce fait paraît être dû, comme M. Bouty a bien voulu me le faire remarquer, à l'influence du magnétisme terrestre sur les mesures.

La même série d'expériences a été reprise successivemeut sur les trois tubes soigneusement recuits au rouge sombre dans la paille de fer. Je me borne à rapporter les résultats :

Tube n° 1, recuit........	$\mu = 186,4 + 277f + 1240f^2$
Tube n° 2, recuit........	$\mu = 171,2 + 66,2f$
Tube n° 3, recuit........	$\mu = 163,4 + 37,6f$

Les mêmes mesures, reprises par la méthode classique de l'aimantation longitudinale, ont donné des résultats sensiblement concordants. Nous pouvons faire deux remarques sur ces nombres.

1° Nous vérifions le fait bien connu de l'augmentation très grande de la perméabilité par le recuit : elle varie de plus du double pour le tube n° 1.

2° La valeur limite de la perméabilité pour des forces infiniment faibles varie peu pour les différents tubes recuits (163,4 à 186,4); cependant elle augmente d'une manière manifeste lorsque le diamètre du tube augmente. L'augmentation du coefficient de variation dans les mêmes conditions est au contraire extrêmement rapide. La cause de ce fait peut être attribuée à des différences de recuit : en effet, le recuit doit être d'autant plus parfait que le tube est plus gros, c'est-à-dire se refroidit plus lentement. Si nous adoptons cette manière de voir, nous conclurons des nombres précédents que de petites différences de recuit ont peu d'influence sur la valeur limite du coefficient de perméabilité, et ont au contraire une très grande influence sur le coefficient de variation de cette perméabilité pour de faibles forces magnétiques.

Conclusion. — Nous nous sommes proposé, dans ce travail,

d'étudier d'une manière générale l'aimantation des corps magnétiques sous l'influence de forces ne dérivant pas d'un potentiel : ces forces sont celles qui existent à l'intérieur d'un conducteur parcouru par un courant. Après avoir étendu à l'intérieur des conducteurs magnétiques le théorème de la conservation du flux d'induction, ce qui fait de ce théorème l'un des résultats les plus généraux de l'électromagnétisme, nous avons donné les équations générales de l'aimantation transversale induite dans le cas d'un coefficient d'aimantation constant, et nous avons montré que la belle méthode de C. Neumann peut s'appliquer à ces équations; nous avons étudié, en passant, comment on pourrait mettre le problème en équation dans le cas d'un coefficient d'aimantation variable avec la force magnétisante. Revenant à un coefficient constant, nous avons traité le cas d'un cylindre quelconque parcouru dans le sens de sa longueur par un courant uniforme : c'est celui qui se présente le plus naturellement dans la pratique; nous avons montré que, dans ce cas, la recherche des lignes d'aimantation se ramène à une quadrature. Abordant ensuite le cas plus particulier et facilement réalisable du cylindre à section elliptique, nous avons pu pousser les intégrations jusqu'au bout et les résultats auxquels nous sommes arrivés nous ont indiqué des résultats non prévus *a priori,* et vérifiables par l'expérience. Ces conséquences, au point de vue qualitatif, ont été vérifiées avec la plus grande netteté sur des tiges d'acier à section elliptique. D'autre part, un artifice particulier a pu nous révéler directement l'aimantation transversale d'un cylindre circulaire, aimantation qui, on le sait, n'a pas d'action extérieure. Pour obtenir des vérifications numériques de la théorie, nous avons étudié la distribution de l'aimantation transversale dans un tube cylindrique à sections circulaires, mais sans supposer ici le coefficient d'aimantation constant, et nous avons établi qu'on pouvait faire servir cette aimantation à mesurer ce coefficient par une méthode d'induction mutuelle. Ces mesures ont été faites sur quatre échantillons différents, puis reprises sur les mêmes échantillons par les méthodes classiques, et les résultats obtenus ont été sensiblement concordants.

SUR LE GROSSISSEMENT DES DIVERS APPAREILS POUR LA MESURE DES ANGLES PAR LA RÉFLEXION D'UN FAISCEAU LUMINEUX SUR UN MIROIR MOBILE;

Par M. W. LERMANTOFF.

D'après Verdet, le grossissement d'un système optique est déterminé par la grandeur apparente de l'unité de longueur de l'objet observé à l'aide de ce système. Conformément à cette définition, il faut mesurer le grossissement d'un appareil optique destiné à la mesure des angles par la grandeur apparente du déplacement de l'index sur l'échelle, correspondant à la rotation d'un angle égal à l'unité, par exemple, d'une minute.

Il est bien facile d'appliquer cette règle à la méthode objective : si nous nommons d la distance du miroir à l'échelle, le grossissement g, c'est-à-dire le déplacement de l'index sur l'échelle correspondant à la rotation du miroir d'une seconde angulaire sera

$$g = 2d \operatorname{arc} 1'.$$

La distance du trait lumineux au miroir est sans influence sur le grossissement, mais elle détermine l'intensité de l'image, ainsi que le choix du rayon de courbure du miroir ou la distance focale et l'emplacement de la lentille que l'on emploie avec le miroir plan. Pour fixer les idées, prenons 50^{cm} pour la distance d, valeur souvent employée dans la pratique. On obtient

$$g = 1000 \operatorname{arc} 1' = 0^{mm},29.$$

Dans la méthode subjective de Poggendorff-Gauss, on observe l'image virtuelle du déplacement à l'aide d'une lunette; cette image est formée par l'oculaire, grossissant k fois l'image réelle obtenue à la distance focale conjuguée, f, de l'objectif. Si la distance du miroir plan à l'échelle est d, et sa distance à l'objectif D. le déplacement de l'image de l'échelle par rapport à l'axe optique, placé au début normalement au plan du miroir, sera, de même que dans le cas précédent, égale à

$$2d \operatorname{arc} 1'.$$

L'objectif formera une image réelle, diminuée, de ce déplace-

ment, égale à

$$2d \operatorname{arc} 1' \frac{f}{d+D}.$$

Enfin l'œil verra à l'aide de l'oculaire une image virtuelle amplifiée k fois,

$$g = \frac{2dfk}{d+D} \operatorname{arc} 1' = \frac{2fk}{1+\frac{D}{d}} \operatorname{arc} 1'.$$

On voit que le grossissement est proportionnel au produit de la longueur focale par le grossissement de l'oculaire et d'autant plus grand que D est moindre par rapport à d.

Ordinairement on fait $d = D$; dans ce cas,

$$g = fk \operatorname{arc} 1',$$

le grossissement est indépendant de la distance de l'objectif et de l'échelle au miroir. Par exemple, une lunette de 25^{cm} de longueur avec oculaire grossissant quatre fois donnera la même sensibilité que l'appareil objectif à la distance $d = 50^{cm}$.

On voit que les deux méthodes ont une sensibilité à peu près égale quand les appareils sont de dimensions usuelles : ce n'est qu'en employant des lunettes puissantes qu'on peut dépasser de beaucoup le chiffre trouvé dans l'exemple cité. On voit aussi qu'au point de vue du grossissement il est indifférent d'employer une lunette ou un microscope, pourvu que le produit fk soit constant. L'emploi d'un microscope facilite l'éclairage de l'échelle qui doit être, dans ce cas, finement divisée, mais de longueur restreinte; il est probable que l'on peut réaliser de cette manière des grossissements plus grands qu'à l'aide d'une lunette, à cause de la difficulté de bien éclairer une longue échelle, nécessaire dans ce dernier cas.

On double la valeur de g si l'on fait $D = 0$, c'est-à-dire si l'on place l'objectif tout près du miroir, et l'échelle à l'infini

$$g = 2kf \operatorname{arc} 1'.$$

Il y a deux moyens de réaliser ce cas : on place l'échelle de côté et l'on incline le miroir de 45°; autrement, l'objectif intercepterait la lumière venant de l'échelle, ou bien on emploie le collimateur de Lamont, dont l'échelle est placée au foyer principal de la lunette

et éclairée artificiellement. La réflexion à la surface antérieure rend l'image indistincte dans la première méthode, et la deuxième ne se prête pas facilement aux grands grossissements, à cause de la difficulté de bien éclairer l'échelle, placée dans l'oculaire.

La méthode objective de M. Lang appartient à cette même classe : les rayons venant de la fente passent par une lentille placée devant le miroir mobile, tout près de sa surface ; après réflexion, ils traversent de nouveau la même lentille et forment l'image sur l'échelle. Le grossissement sera évidemment

$$g = 2f \operatorname{arc} 1'.$$

La méthode de M. Lang a un inconvénient pratique : l'image de la fente contenant le fil éclairé se forme d'autant plus près du miroir que l'angle de sa déviation est plus grand ; par conséquent, l'image devient indistincte sur l'échelle droite pour les déviations un peu grandes.

Il existe encore une méthode maintenant délaissée, celle du collimateur mobile. L'objectif et l'échelle y sont attachés à l'aimant mobile, et l'oculaire reste fixe. Si l'objectif est placé sur l'axe de rotation à la distance f du plan focal de l'oculaire, on aura, pour le grossissement, la même expression que pour la méthode de Poggendorff-Gauss

$$g = kf \operatorname{arc} 1'.$$

M. d'Arsonval a décrit, dans le vol. XX de la *Lumière électrique,* une méthode nouvelle assez compliquée. Une échelle au $\frac{1}{20}$ de millimètre, bien éclairée, est placée au foyer d'une lentille ; son image amplifiée sert d'échelle à un système Poggendorff à miroir sphérique, formé d'une lentille argentée. Cette méthode est bien adaptée pour avoir un grossissement considérable, à cause de l'éclairage parfait de l'échelle ; mais il paraît que la disposition des lentilles n'est pas complètement conforme au but : l'objectif de la lunette défait en partie l'ouvrage des autres parties du système amplifiant. La description citée est trop sommaire pour en tirer une conclusion définitive.

On voit, d'après l'analyse précédente, que nos méthodes pour la mesure des angles à l'aide du miroir et de l'échelle sont loin de la perfection. Rien qu'en disposant d'une autre manière les pièces du système Poggendorff-Gauss, en conservant la distance du mi-

roir à l'oculaire, on peut obtenir un grossissement beaucoup plus considérable, même trop considérable pour l'emploi journalier. Dévissons l'objectif de la lunette et plaçons-le entre l'échelle, bien éclairée, et le miroir, de manière à projeter l'image amplifiée des divisions, après sa réflexion sur le miroir, sur l'oculaire, placé à peu près au-dessus de l'échelle.

Pour comparer le grossissement ainsi obtenu à celui du système Poggendorff-Gauss, remarquons que la distance de l'échelle au miroir est égale maintenant à la somme de la distance focale de la lunette et de la distance du miroir à l'échelle de la disposition ancienne. Par conséquent, le grossissement g' du système nouveau sera

$$g' = 2kd \operatorname{arc} 1';$$

on avait dans l'ancien système

$$g = kf \operatorname{arc} 1',$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{2d}{f} = 2\frac{f+D}{f} = 2\left(1+\frac{D}{f}\right).$$

Mais pour une lunette D est au moins trois fois plus grand que f, de sorte que

$$\frac{g'}{g} = 8.$$

Un résultat semblable peut être obtenu sans objectif, à l'aide d'un miroir concave ou d'une lentille argentée, projetant l'image de l'échelle sur l'oculaire. Une disposition analogue a été employée par MM. Brunner dans leur théodolite magnétique.

SUR LA DENSITÉ DE L'AZOTE ET DE L'OXYGÈNE D'APRÈS REGNAULT, ET LA COMPOSITION DE L'AIR D'APRÈS DUMAS ET BOUSSINGAULT;

Par M. LEDUC.

Il y a entre les résultats obtenus par Regnault, d'une part, et par Dumas et Boussingault, d'autre part, une contradiction qu'il me paraît utile de relever, à cause de l'importance de ces résultats au double point de vue de la science et de l'enseignement.

Soit x la proportion centésimale en volume de l'oxygène dans

l'air; soient d et d' les densités de l'oxygène et de l'azote. On a l'équation

$$dx + d'(100 - x) = 100,$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{100(1 - d')}{d - d'}.$$

Si l'on remplace d et d' par les nombres de Regnault

$$d = 1{,}10563 \quad \text{et} \quad d' = 0{,}97137,$$

on trouve

$$x = 21{,}324;$$

d'où la composition centésimale en poids de l'air

O : 23,58, Az : 76,42.

Or, d'après Dumas et Boussingault, l'air ne contient que 23 pour 100 d'oxygène (moyenne prise entre des nombres compris entre 22,9 et 23,1).

A quoi peut-on attribuer cette discordance?

1° Il n'est guère admissible que l'air sur lequel a opéré Regnault soit plus riche en oxygène que l'air moyen ou normal. D'ailleurs, aucune analyse n'a donné plus de 21 pour 100 d'oxygène en volumes.

2° Il ne paraît pas plus probable que cette erreur soit due à l'inexactitude de la loi du mélange des gaz.

3° Il n'est pas possible non plus d'imputer cette erreur à Dumas et Boussingault; car il faudrait admettre de la part de ces savants une erreur absolue trop considérable sur les pesées (5 à 10^{cg} sur chacun des gaz, en sens contraire, bien entendu).

4° Il serait, au contraire, plus facile d'admettre une erreur de la part de Regnault, parce qu'une erreur très faible sur les densités correspond à une erreur bien plus considérable sur la composition de l'air. Il suffit, en effet, d'augmenter chacune des densités de l'oxygène et de l'azote de $\frac{7}{10000}$ pour retrouver le résultat de Dumas et Boussingault.

Il y a, d'ailleurs, une infinité de manières d'arriver à ce résultat; car il suffit que les quatre quantités d et d', x et y (volume de l'azote pour 100) satisfassent aux trois équations

$$dx = 23, \qquad d'y = 76$$

et

$$x + y = 100.$$

Entre autres systèmes de solutions, on trouve

(1) $d = 1{,}10573$ (admis), $d' = 0{,}9722$,

(2) $d = 1{,}1094$, $d' = 0{,}97137$ (admis),

(3) $d = 1{,}1063$, $d' = 0{,}97205$.

Bien que ce dernier système (3) ait l'avantage de faire porter l'erreur également sur d et d', il semble plus logique d'admettre le premier.

En effet :

1° Une certaine erreur relative sur d' altère bien plus la composition de l'air qu'une erreur égale sur d;

2° Dumas et Boussingault ont donné pour la densité de l'oxygène le nombre 1,1057 (moyenne des trois résultats 1,1055, 1,1057 et 1,1058), tandis que pour celle de l'azote ils ont trouvé des nombres moins concordants, dont la moyenne était 0,972.

Conclusion. — Il y aurait lieu de reprendre les déterminations dont il vient d'être question et de commencer par la densité de l'azote. Il est probable que l'on trouvera pour celle-ci un nombre au moins égal à 0,972, au lieu de 0,9714 que l'on admet depuis Regnault.

LA RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DU VERRE SOUMIS A UNE DÉFORMATION MÉCANIQUE;

PAR M. CH.-ED. GUILLAUME.

La variation de la résistance électrique des conducteurs soumis à un effort mérite une étude soignée, car elle nous fournit, dans un cas particulièrement simple, des relations faciles à interpréter, entre l'état d'agrégation d'un conducteur et la résistance qu'il oppose au courant électrique. Bien que cette question ait été l'objet de plusieurs recherches expérimentales, on n'en a pas encore tiré grand profit; je me réserve de revenir plus longuement sur ce sujet, et mentionnerai seulement une loi facile à apercevoir, à la seule inspection des nombres indiqués par divers auteurs :

L'augmentation de la résistance spécifique d'un fil soumis à une traction est presque nulle pour les métaux susceptibles d'éprouver des déformations permanentes; elle est d'autant plus forte que le métal possède des propriétés élastiques plus parfaites. Pour le fer, l'acier (Tomlinson), le platine iridié (Klemencic), la variation totale observée est environ quatre fois plus forte que la variation calculée par le changement des dimensions, en supposant la résistance spécifique constante.

Je n'ai abordé cette question dans cette Note préliminaire que pour signaler, sans plus tarder, ce qui me paraît une grave erreur d'interprétation, dans un remarquable travail de M. C. Barus (1), erreur reproduite dans des analyses parues dernièrement dans les *Beiblätter* et le *Journal de Physique*.

M. Barus faisant passer un courant *radial* dans un tube de verre chauffé, soumis à une traction *longitudinale*, constate une *diminution* de sa résistance électrique spécifique, et en conclut que les électrolytes se comportent à l'inverse des métaux au point de vue du phénomène dont nous parlons; or, la diminution observée se produit ici dans le sens de la *contraction*, et non, comme dans les fils, dans le sens de la dilatation élastique. Donc l'expérience démontre, contrairement à ce que l'on avait pensé, qu'il n'y a aucune différence essentielle entre les conducteurs métalliques et les électrolytes solides, en ce qui concerne la variation de leur résistance spécifique, corrélative à des déformations mécaniques.

OTTO WIENER. — Stehende Lichtwellen und die Schwingungsrichtung polarisirten Lichtes (Ondes stationnaires de lumière et orientation de la vibration dans la lumière polarisée); *Wied. Ann.*, t. XL, p. 203; 1890.

Dans son très beau et très remarquable travail, M. Wiener applique un procédé expérimental tout à fait nouveau à l'étude de deux questions maintes fois abordées depuis Fresnel : celle de l'orientation de la vibration lumineuse par rapport au plan de polarisation, et celle du changement de phase dans la réflexion sous l'incidence normale.

---

(1) C. BARUS, *The electrical resistance of stressed glass* (*Sill. Journ.*, t. XXXVII, p. 359; 1889). — *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 522.

M. Hertz a résolu la seconde question pour les ondes électrodynamiques en envisageant l'onde stationnaire produite par la superposition de l'onde réfléchie à l'onde incidente. M. Wiener s'est proposé de résoudre la question correspondante en Optique par le même procédé. Il est parvenu à obtenir l'image photographique des phénomènes d'interférence qui accompagnent la production d'une onde stationnaire de lumière.

Avant de décrire le dispositif expérimental de M. Wiener, supposons un miroir plan sur lequel tombe normalement un faisceau de lumière monochromatique. En avant du miroir, la superposition de l'onde réfléchie à l'onde directe détermine la formation de l'onde stationnaire.

Si le miroir est plan, l'amplitude est la même en tous les points d'un même plan parallèle au miroir; les nœuds se trouvent, sur une série de plans parallèles au miroir, distants entre eux de $\frac{\lambda}{2}$. Sur un plan incliné par rapport au miroir, cette série de plans parallèles tracera une série de droites parallèles équidistantes; l'écartement de deux droites consécutives est d'autant plus grand que l'angle du plan incliné avec le miroir est plus petit; pour une inclinaison suffisante, deux droites consécutives seront assez écartées pour qu'à l'œil nu on puisse les distinguer.

Si l'on suppose la pellicule sensible tendue sur ce plan incliné, le développement fera apparaître sur elle des franges alternativement claires et obscures.

Les lames de gélatine ordinairement employées en photographie ne sont pas ici utilisables : d'abord elles sont opaques; de plus, leur épaisseur se compte en centièmes de millimètre, alors que l'intervalle de deux nœuds consécutifs de l'onde stationnaire s'évalue en dix millièmes de millimètre. M. Wiener décrit dans son Mémoire le procédé fort simple qui lui donne des lames sensibles, transparentes et dont l'épaisseur est de à $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{40}$ de λ_D.

Dans l'expérience de M. Wiener, le miroir est une couche d'argent déposée sur une lame de verre, la pellicule sensible recouvre une autre lame. Pour donner au plan de la pellicule une inclinaison convenable par rapport au miroir, on presse les deux lames l'une contre l'autre, de manière que la couche d'air interposée présente en lumière monochromatique des franges d'interférence de $0^{mm},5$ à 2^{mm} de largeur.

On fait tomber normalement sur ce système de deux lames les rayons les plus réfrangibles du spectre de l'arc voltaïque. Après une exposition d'une à deux minutes, on peut procéder au développement. Le Mémoire de M. Wiener est accompagné de reproductions en positif, sans retouche des épreuves obtenues.

Une objection se présente aussitôt. Ces franges photographiées ne sont-elles pas simplement dues à l'interférence des rayons réfléchis sur les deux faces de la couche d'air interposée entre le miroir et la pellicule. M. Wiener fait un grand nombre d'expériences qui établissent d'une manière indubitable que l'image obtenue est bien celle des franges de l'onde stationnaire. Parmi ces expériences, je n'en citerai que deux, qui sont en quelque sorte inverses l'une de l'autre :

1° Par l'emploi d'une pellicule beaucoup plus épaisse, il cherche à photographier les franges d'interférence de la lame mince à l'exclusion des franges de l'onde stationnaire. Dans le premier phénomène, le rayon résultant de la superposition des deux interférents a sur tout son trajet la même intensité, les franges sont dues aux différences d'intensité de deux rayons voisins ; elles s'imprimeront donc aussi bien sur une pellicule épaisse ; au contraire, les franges de l'onde stationnaire vont disparaître, car, dans ce deuxième phénomène, le rayon résultant de la superposition des deux interférents a une intensité qui varie du maximum au minimum sur un trajet d'environ dix millièmes de millimètre. Dans ces conditions, les franges photographiées sont à peine perceptibles et cela se conçoit : ces franges, déjà très pâles, car elles sont dues à l'interférence de deux rayons très inégaux en intensité, sont encore noyées dans le flot de la lumière incidente.

2° M. Wiener a opéré dans des conditions où les franges de la lame mince ont disparu ; par l'interposition entre la pellicule et le miroir d'un liquide, le benzol, ayant sensiblement le même indice que la pellicule, il affaiblit considérablement la réflexion sur la première face de la lame mince ; les franges photographiées restent tout aussi nettes et on ne peut les attribuer, cette fois, qu'aux interférences dans l'onde stationnaire.

Nous sommes donc en possession d'un procédé nous permettant d'obtenir et de garder l'empreinte de l'état de mouvement en

avant d'une surface réfléchissante. M. Wiener se sert de cette figuration pour déterminer l'orientation de la vibration par rapport au plan de polarisation.

Faisons tomber un faisceau de lumière polarisée sur un miroir sous l'incidence de 45°. Si la vibration est parallèle au miroir, c'est-à-dire perpendiculaire au plan d'incidence, les vibrations sur l'onde réfléchie et sur l'onde incidente seront parallèles, sinon de même sens : elles pourront donc interférer; de sorte que deux rayons, l'un du faisceau incident, l'autre du faisceau réfléchi, vont se renforcer ou s'affaiblir à leur point d'intersection suivant la valeur de leur différence de marche. Donc, comme dans le cas de l'incidence normale, l'intensité du mouvement vibratoire résultant varie d'un point à l'autre avec la distance au miroir.

Au contraire, si la vibration est contenue dans le plan d'incidence, sous la même incidence de 45°, les vibrations sur l'onde réfléchie et sur l'onde incidente sont perpendiculaires, toute interférence étant impossible, l'intensité du mouvement résultant sera indépendante de la distance au miroir.

Sur la pellicule sensible inclinée par rapport au plan réfléchissant, des franges s'imprimeront dans le premier cas, rien n'apparaîtra dans le second.

Passant à l'expérience, M. Wiener obtient de très belles franges avec la lumière polarisée dans le plan d'incidence, tandis que la lumière polarisée perpendiculairement n'en donne pas la moindre trace.

La vibration lumineuse, ou tout au moins la *vibration chimiquement active,* est donc perpendiculaire au plan de polarisation, résultat en accord avec la théorie de Fresnel.

La question du changement de phase, dans la réflexion sous l'incidence normale, serait résolue, si l'on connaissait la position des nœuds et des ventres par rapport au miroir. D'après M. Wiener, il y aurait un nœud sur la surface réfléchissante. Il arrive à cette conclusion en remplaçant la lame argentée par une lentille en contact avec la pellicule sensible; il obtient des franges en forme d'anneaux : le centre des anneaux qui correspond au point de contact de la pellicule avec la lentille est noir.

Dans la réflexion normale, il se produirait donc, comme le veut la théorie de Fresnel, une inversion dans le sens de la vibration.

M. Wiener termine en envisageant ses résultats au point de vue de la théorie électromagnétique de la lumière et en rapprochant ses expériences de celles de MM. Hertz et Trouton.

M. Hertz a montré que, dans une onde stationnaire électrodynamique, les nœuds de vibration de la force électrique coïncident avec les ventres de la force magnétique. Si les deux ordres de force participaient également à l'action chimique, la reproduction photographique de l'onde stationnaire de lumière eût échoué; le succès des expériences de M. Wiener montre que l'une des deux catégories de force seule produit l'action chimique. Laquelle?

Les expériences de réflexion d'une onde lumineuse à la surface d'un milieu optiquement plus dense sont les analogues des expériences de M. Hertz sur la réflexion d'une onde électrodynamique par un mur métallique. M. Hertz a montré que, sur la surface réfléchissante, il y a un nœud de vibration électrique. Les expériences de M. Wiener indiquent alors que l'action chimique d'une onde lumineuse serait liée à l'existence des vibrations de la force électrique et non de la force magnétique.

Cette conclusion est confirmée par les expériences de M. Trouton ([1]), qui trouva que les vibrations électriques sont réfléchies sous toutes les incidences par un mur métallique quand les vibrations sont parallèles au mur; mais, lorsqu'elles sont contenues dans le plan d'incideuce, l'extinction se produit pour une valeur particulière de l'angle d'incidence. On sait que, dans la réflexion de la lumière, il y a extinction sous l'angle de polarisation, quand le plan de polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence; il résulterait donc des expériences de M. Trouton que les vibrations de la force électrique sont perpendiculaires au plan de polarisation. Or les expériences de M. Wiener montrent que la vibration chimiquement active est, elle aussi, perpendiculaire au plan de polarisation: elle est donc bien liée à la vibration de la force électrique.

Cette conclusion est particulièrement intéressante; c'est la première fois que, dans un phénomène d'Optique, on est conduit à distinguer entre l'action des deux forces qui interviennent dans la constitution de l'onde électrodynamique.

R. Salvador Bloch.

([1]) *Nature*, t. XXXIX, p. 393.

E. BOGGIO-LERA. — Una relazione fra il coefficiente di compressibilità cubica, il peso specifico ed il peso atomico dei metalli (Relation entre le coefficient de compressibilité cubique, le poids spécifique et le poids atomique des métaux); *Atti della reale Accademia dei Lincei*, serie quarta, Rendiconti, t. VI, p. 165; 1890.

Si l'on considère un segment de fibre métallique comprenant seulement deux molécules consécutives, en désignant par s sa section, par l sa longueur, c'est-à-dire la distance de deux molécules consécutives, par λ le coefficient d'allongement longitudinal, on aura, pour l'expression de la variation Λ imprimée à l par l'unité de force la formule

$$\Lambda = \lambda \frac{l}{s}.$$

Or l et s sont inversement proportionnels aux nombres n_l, n_s de molécules de la substance contenues respectivement dans l'unité de longueur, et dans l'unité de surface. Donc Λ est proportionnel à

$$\lambda \frac{n_s}{n_l}.$$

Mais, si P et p désignent respectivement le poids spécifique et le poids atomique de la substance, $\frac{P}{p}$ est proportionnel au nombre N de molécules contenues dans l'unité de volume, et l'on a

$$n_l = \left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{1}{3}},$$

$$n_s = \left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{2}{3}};$$

par suite Λ est proportionnel à

$$\lambda \left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

Ceci posé, soit x le coefficient de compressibilité cubique. Si l'on avait

$$x = k\Lambda N = k\Lambda \left(\frac{P}{p}\right),$$

k étant une constante, on devrait avoir

$$\frac{\Lambda}{x}\left(\frac{P}{p}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{\lambda}{x}\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{4}{3}} = \text{const.}$$

C'est cette relation que l'auteur a cherché à vérifier.

Le Tableau suivant contient, pour différents métaux, des valeurs de $\frac{1}{x}$ fournies soit par l'expérience, soit par une formule tirée de la Thermodynamique (¹).

	Valeurs de $\frac{1}{x}$, d'après			
	Wertheim.	Everett.	Amagat.	le calcul (Boggio).
Acier....	$21,83.10^{11}$	$8,19.10^{11}$	$20,00.10^{11}$	$9,60.10^{11}$
Fer......	19,16	7,69	»	»
Fonte....	»	5,32	»	»
Cuivre...	11,05	»	11,95	8,30
Plomb...	»	»	3,55	»
Argent..	»	»	»	5,22
Platine..	»	»	»	10,27
Or......	»	»	»	4,79

Voici maintenant les valeurs de $\frac{\lambda}{x}\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{4}{3}}$ qui s'en déduisent :

	Wertheim.	Everett.	Amagat.	le calcul (Boggio).
Acier.....	0,064	0,028	0,050	0,033
Fer........	0,063	0,027	»	»
Fonte......	»	0,026	»	»
Cuivre.....	0,055	0,027	0,068	0,048
Plomb......	»	»	0,048	»
Argent.....	»	»	»	0,033
Platine.....	»	»	»	0,032
Or.........	»	»	»	0,033

On voit, qu'abstraction faite du cuivre, pour lequel les déter-

(¹) M. Boggio a employé, pour le calcul de $\frac{1}{x}$, la formule suivante

$$c_p - c = \frac{\mathrm{ET}\left(\alpha + t\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 v_0}{x(1+\alpha t)},$$

dans laquelle c_p désigne la chaleur spécifique à pression constante, c la chaleur spécifique vraie, E l'équivalent mécanique de la chaleur, T la température absolue, α le coefficient de dilatation cubique, v_0 le volume de l'unité de poids et t la température ordinaire. Pour $c_p - c$, il a pris les valeurs qui se déduisent des valeurs trouvées par Edlund (²) pour $\frac{c_p}{c}$.

(²) EDLUND, *Pogg. Ann.*, t. CXIV et CXXVI.

minations de x ont toujours été très discordantes, les valeurs de $\frac{\lambda}{x}\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{4}{3}}$, contenues dans une même colonne, c'est-à-dire résultant de déterminations faites par une même méthode, sont les mêmes.

On est donc fondé à regarder la quantité $\frac{\lambda}{x}\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{4}{3}}$ comme une constante, et par suite à admettre la relation

$$x = k\Lambda N,$$

d'où elle a été déduite, relation signifiant que *le coefficient de compressibilité cubique d'une substance est proportionnel au nombre de molécules contenues dans l'unité de volume et à la variation de la distance de deux molécules consécutives produite par l'unité de force.* J. Pionchon.

A. RIGHI. — Sulle forze elementari elettromagnetiche ed elettrodinamiche (Sur les forces élémentaires électromagnétiques et électrodynamiques); *Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, t. X; 1890.

Stephan a donné, pour représenter l'action qu'un élément de courant ds exerce à distance sur un autre élément ds', une formule qui, en admettant que cette action se réduise à une force appliquée à ds', et en admettant la loi de l'inverse du carré de la distance, possède la plus grande généralité possible, puisque, au moyen de valeurs convenables attribuées aux quatre constantes qu'elle contient, on en peut déduire ou la formule d'Ampère, ou la formule de Grassmann, ou les autres que l'on a proposées.

Pour établir cette formule, Stephan admet comme à l'ordinaire :

1° Que l'action qui s'exerce entre deux courants est la résultante des actions élémentaires qui s'exercent entre leurs éléments;

2° Que l'action élémentaire est proportionnelle aux intensités des courants qui parcourent les deux éléments et à la longueur de chacun de ces éléments; que cette action change de signe quand le sens de l'un des courants vient à changer;

3° Que l'action entre deux éléments peut se déduire de l'action

des composants de ces éléments suivant trois directions orthogonales.

Ces hypothèses sont précisément celles d'Ampère ; on ne suppose pas toutefois que l'action entre deux éléments est dirigée suivant la droite qui les joint.

L'expression à laquelle Stephan arrive pour représenter la composante de l'action élémentaire suivant l'axe des x est la suivante

$$f_x = ii'\,ds\,ds'\left[m\frac{d^2\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds\,ds'} + n\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds}\frac{dx'}{ds'} + p\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'}\frac{dx}{ds} + q\frac{x'-x}{r^3}\cos\varepsilon\right],$$

x, y, r étant les coordonnées de l'élément ds parcouru par le courant d'intensité i ; x', y', r' les quantités analogues pour ds', ε l'angle des deux éléments, r leur distance, m, n, p, q quatre constantes.

L'action d'un circuit fermé sur un circuit fermé, et le choix d'une unité d'intensité (électromagnétique ou électrodynamique) conduisent à la détermination des constantes p et q ; mais les valeurs de m et de n restent arbitraires. On peut ainsi trouver une infinité de lois élémentaires, et il est facile de voir que ni l'action d'un circuit fermé sur une portion mobile d'un autre courant, ni l'action d'un courant sur un aimant, ni l'action d'un circuit sur une de ses propres portions mobile, ne pourront conduire à de nouvelles relations entre les quatre constantes.

M. Righi recherche dans son Mémoire à quelles conditions doivent satisfaire les quatre constantes, pour que l'équivalence bien connue entre un petit circuit plan fermé et un petit aimant perpendiculaire à ce plan subsiste relativement aux actions qu'exercerait sur ce petit aimant ou sur ce petit circuit un élément de courant.

Par une série de calculs faciles, mais trop longs pour être reproduits ici, il montre que, si l'on admet que l'action d'un élément de courant se réduit à une force appliquée à l'élément, il faut, pour satisfaire à cette identité :

1° Admettre la formule de Laplace pour représenter l'action d'un élément de courant sur un pôle ;

2° Supposer que la force de Laplace est appliquée à l'élément de courant;

3° Admettre la formule d'Ampère pour représenter l'action qui s'exerce entre deux éléments de courant.

Ainsi, sans supposer *a priori* que la force entre deux éléments est dirigée suivant la droite qui les joint et obéit au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, on trouve, en partant de l'identité d'action que nous venons de dire, que la formule d'Ampère seule est acceptable, et, par suite, que la force élémentaire a précisément ces mêmes caractères.

La formule de Grassmann et d'autres satisfont bien à la condition que l'action du petit aimant et l'action du petit courant perpendiculaire sur un élément de courant soient identiques; mais, seule, la formule d'Ampère est d'accord avec l'hypothèse que, réciproquement, l'action exercée par le petit élément est la même sur l'aimant et sur le courant équivalent.

Il est à remarquer que ces résultats peuvent s'obtenir sans admettre, comme le fait Stephan, que la force exercée entre les deux éléments est en raison inverse du carré de la distance.

Il resterait, pour compléter cette étude, à examiner ce qui arriverait si l'on supposait que l'action d'un élément de courant sur un autre peut être un couple. Durant l'impression de son Mémoire, l'auteur a résolu ce problème, dont il donnera prochainement la solution détaillée; il montre seulement, dans un appendice, que l'on est dans cette hypothèse, et, en conservant toujours les mêmes principes, conduit à une loi élémentaire qui devient identique à celle d'Ampère pour une valeur particulière de l'une des constantes, tandis qu'elle ne saurait jamais conduire aux autres formules telles que celle de Grassmann ou la formule potentielle de Helmholtz.

LUCIEN POINCARÉ.

A. RIGHI. — Sulle traiettorie percorse nella convezione fotoelettrica, et su alcuni nuovi fenomeni elettrici nell' aria rarefatta (Sur les trajectoires parcourues dans la convection photo-électrique et sur quelques nouveaux phénomènes électriques dans l'air raréfié); *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, 3 août 1890.

Dans un récipient de verre fermé sur l'un de ses côtés par une plaque de quartz et dans lequel on peut raréfier l'air jusqu'à une

pression de $\frac{1}{1000}$ de millimètre de hauteur de mercure, se trouve un cylindre métallique verni sur toute sa surface, sauf le long d'une génératrice qui reste à nu. Cette génératrice fait face à la lame de quartz et pourra recevoir les radiations que l'on dirigera sur elle. Une plaque métallique, parallèle à l'axe du cylindre, se trouve également dans le récipient; on la peut mettre en communication avec le sol. Devant cette plaque, entre elle et le cylindre, se trouvent tendus dix fils métalliques exactement équidistants, très voisins de la plaque, mais parfaitement isolés. A volonté, l'on mettra tous ces fils au sol, ou bien l'un d'entre eux sera relié à un électromètre, tandis que les autres resteront en relation avec la terre. Le cylindre est chargé d'électricité négative au moyen d'une pile de Volta : sous l'action des radiations lumineuses, l'électrisation se dissipe; dans le langage habituel, on pourra dire que les particules d'électricité quittent le cylindre et se dirigent vers la plaque. Faisant communiquer successivement chacun des dix fils avec l'électromètre et faisant agir la lumière chaque fois pendant une durée bien égale, on peut, au moyen de l'appareil que nous venons de décrire, étudier comment se distribuent les particules électrisées dans toute la région comprise entre la plaque et le cylindre.

L'auteur a ainsi constaté que, à la pression ordinaire, les particules se meuvent suivant les lignes de force; mais, si petit à petit l'on diminue la pression, au lieu qu'un seul des fils se charge sous l'influence d'une radiation, tous les dix accuseront une électrisation : la convection photo-électrique devient de plus en plus difficile. La partie du plan qui reçoit la plus grande quantité d'électricité est, aux basses pressions, celle-là même qui, dans la théorie cinétique des gaz, doit être frappée par le plus grand nombre de molécules gazeuses parties du conducteur éclairé. Dans cette coïncidence, M. Righi voit une preuve venant à l'appui de l'hypothèse antérieurement émise par lui que le transport photo-électrique se fait par le véhicule des molécules gazeuses.

On peut, pour abréger et préciser le langage, définir un coefficient que l'auteur appelle *coefficient de déperdition photo-électrique :* c'est le rapport de la quantité d'électricité qu'abandonne en une seconde l'unité de surface du conducteur éclairé, à la densité électrique supposée constante sur le conducteur. Ce coeffi-

cient varie avec la valeur de cette densité électrique; il varie aussi avec la pression du gaz. Il croît d'abord quand la pression diminue, puis il atteint un maximum pour une certaine pression critique au delà de laquelle il prend des valeurs décroissantes. La pression critique est très voisine de celle pour laquelle la résistance opposée par le gaz à une décharge électrique a la plus faible valeur possible. Dans l'air raréfié, le coefficient de déperdition augmente quand on diminue la distance comprise entre le cylindre et la plaque métallique, pourvu toutefois que cette distance reste assez grande; quand elle devient petite, au contraire, l'auteur a constaté ce fait fort inattendu que ce coefficient décroît quand on rapproche les deux conducteurs.

Ce singulier résultat a engagé M. Righi à reprendre des expériences sur la déperdition ordinaire (sans action de la lumière) de l'électricité négative dans l'air raréfié; il compte continuer ses recherches sur ce sujet et annonce seulement dans le Mémoire actuel le principal résultat qu'il a rencontré. Il a construit un appareil très simple en verre, où l'on peut faire le vide; deux électrodes de platine sont à l'intérieur de cet appareil, situées en regard l'une de l'autre, et peuvent être maintenues à des distances connues et variables; l'une d'entre elles est en relation avec un électromètre, l'autre est chargée négativement par une pile de Volta formée d'un nombre d'éléments variable entre 1 et 600. On trouve qu'il est nécessaire, pour obtenir une même décharge, de porter le conducteur négatif à un potentiel plus élevé lorsque les électrodes sont voisines que quand elles sont éloignées, bien entendu jusqu'à une certaine distance limite, au delà de laquelle la décharge se fait de plus en plus difficilement quand les électrodes s'écartent de plus en plus. Il est remarquable que cette curieuse anomalie tend à disparaître si l'on vient à placer l'appareil dans un champ magnétique dont les lignes de force sont parallèles aux trajectoires parcourues par les particules électrisées.

LUCIEN POINCARÉ.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXII; janvier 1891.

Cap. GOSSELIN. — *Note sur une méthode expérimentale pour l'étude des courants induits*, p. 52.

E.-H. AMAGAT. — *Recherches sur l'élasticité des solides et la compressibilité du mercure*, p. 95.

Wiedemann's Annalen.

T. XLI, n° 12, 1890.

H. VON HELMHOLTZ. — *Énergie des vagues et du vent*, p. 641.

G. DE METZ. — *Compressibilité des huiles et des colloïdes*, p. 663.

O. WIEDEBURG. — *Hydrodiffusion*, p. 675.

W. VOIGT. — *Mesure des constantes élastiques de la tourmaline du Brésil*, p. 712.

J. STEFAN. — *L'évaporation et la dissolution comme agents de la diffusion*, p. 725.

J. SAHULKA. — *Mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur à l'aide du rayonnement calorifique*, p. 748.

S. KALISCHER. — *Sur la propagation rectiligne du son*, p. 756.

P. DRUDE. — *Sur la réflexion et la réfraction d'ondes planes à la surface de séparation de deux milieux isotropes doués de frottement intérieur*, p. 759.

B. GALITZINE. — *Sur la loi de Dalton* (fin), p. 770.

F. PASCHEN. — *Durée de formation de la force électromotrice mercure-électrolyte*, p. 801.

A. ELSAS. — *Ondes électriques à trajectoire ouverte*, p. 833.

E. LECHER. — *Étude sur les phénomènes de résonance électrique*, p. 850.

F. HIMSTEDT. — *Méthode pour la mesure des courants électriques intenses*, p. 871.

A. HEYDWEILLER. — *Mesure électrique de longues bobines*, p. 876.

F. UPPENBORN. — *Remarques sur le procédé de O. Tumlirz pour la mesure de la résistance d'une pile*, p. 889.

R. MEHMKE. — *Tableau graphique pour les corrections barométriques relatives à la dilatation du mercure et de l'échelle*, p. 892.

E. PFEIFFER. — *Réponse à la critique de M. Ostwald : « Sur la variabilité de la conductibilité électrique de l'eau distillée »*, p. 894.

F. WOLF. — *Première production de l'outremer artificiel*, p. 898.

F. PASCHEN. — *Durée de formation de la force électromotrice mercure-électrolyte. Addition*, p. 899.

TABLE DES MATIÈRES.

JANVIER 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE,
B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN,
DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ,
GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HURION,
JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN,
J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON,
RAOULT, RAYET, RÉAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — FÉVRIER 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
10, RUE D'ULM, 10.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* parait chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément.. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

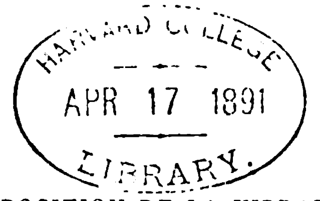
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............ 15 fr.
Autres pays.. 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.



SUR LA POSITION DE LA VIBRATION LUMINEUSE ET LES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT DE L'ÉTHER;

PAR M. E. CARVALLO.

1. INTRODUCTION. — Dans ma Thèse ([1]), j'ai admis le seul postulatum que voici : *Le phénomène lumineux est représenté en chaque point* par un vecteur unique *variable avec le temps et avec ce point. Dans un milieu homogène, l'équation différentielle vectorielle qui détermine les lois de sa propagation est linéaire, à coefficients constants. Dans le vide, l'équation se réduit à ses termes principaux et fournit alors l'accélération de l'extrémité de ce vecteur en fonction linéaire des dérivées secondes par rapport aux coordonnées de son point d'application.*

Ce vecteur, je l'appellerai suivant l'usage *élongation* ou *vibration*. Comme je l'ai expliqué, mon hypothèse est conforme à toutes les théories d'Optique proprement dite, et il semble bien difficile de la rejeter, car elle paraît être l'expression même des faits. Ce principe étant admis, j'ai démontré, comme conséquence de l'observation, l'existence du terme de Briot. L'étude de ce terme dans le spath d'Islande prouve que, pour un rayon polarisé rectilignement, la vibration est dans un azimut perpendiculaire au plan de polarisation. Mais la vibration est-elle rigoureusement dans le plan de l'onde, comme le veut Fresnel, fait-elle avec ce plan un petit angle comme dans la théorie de M. Sarrau : c'est là une question beaucoup plus délicate, que j'ai réservée et sur laquelle je veux revenir ici. Si l'on ne peut pas encore fixer d'une façon absolue la position de la vibration, je veux montrer qu'il y a du moins une présomption bien forte en faveur des équations de M. Sarrau et qu'il n'y a guère à hésiter entre ces équations et l'hypothèse de Fresnel qui suppose la vibration rigoureusement transversale.

2. COMPARAISON DES THÉORIES DE FRESNEL ET DE M. SARRAU. — Je vais calculer de trois manières l'indice de réfraction du rayon

([1]) *Ann. de l'École Normale*, supplément de 1890; *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 257.

extraordinaire du spath d'Islande, d'abord en admettant que la surface de l'onde est un ellipsoïde, puis d'après les deux formules qu'on déduit des théories de Fresnel et de M. Sarrau par l'addition du terme de Briot. Au premier résultat je comparerai ceux qu'on déduit des deux dernières formules; je comparerai enfin les nombres ainsi calculés aux nombres observés.

Soient ω l'angle de la normale d'onde avec l'axe du cristal, n l'indice de réfraction correspondant; n_o, n_e les indices principaux, ordinaire et extraordinaire, λ la longueur d'onde dans le vide; soit enfin

$$l_o = \frac{\lambda}{n_o}, \qquad l_e = \frac{\lambda}{n_e}, \qquad l = \frac{\lambda}{n}.$$

Si la surface de l'onde est un ellipsoïde, la valeur de l'indice n est donnée par la formule

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_o^2}\cos^2\omega + \frac{1}{n_e^2}\sin^2\omega.$$

D'ailleurs, en conservant les termes de Briot dans les formules de dispersion et négligeant les autres, ce qui est toujours permis pour des longueurs d'onde assez grandes, on a

$$\frac{1}{n_o^2} = a_o + c_o l^2; \qquad \frac{1}{n_e^2} = a_e + c_e l^2.$$

Si l'on porte ces valeurs dans l'égalité précédente, il vient

$$\frac{1}{n^2} = a_o\cos^2\omega + a_e\sin^2\omega + c_o l_o^2\cos^2\omega + c_e l_e^2\sin^2\omega.$$

Si de cette égalité on retranche membre à membre successivement les deux égalités que j'ai données dans ma Thèse pour les systèmes de Fresnel et de M. Sarrau, savoir ([1])

$$\frac{1}{n_1^2} = a_o\cos^2\omega + a_e\sin^2\omega + (c_o\cos^2\omega + c_e\sin^2\omega)\,l^2 \qquad \text{(Fresnel)},$$

$$\frac{1}{n_2^2} = a_o\cos^2\omega + a_e\sin^2\omega + \frac{a_o c_o\cos^2\omega + a_e c_e\sin^2\omega}{a_o\cos^2\omega + a_e\sin^2\omega}\,l^2 \qquad \text{(Sarrau)},$$

([1]) Page 122, n° 100.

il vient

$$(1)\qquad \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_1^2} = c_o \cos^2\omega\,(l_o^2 - l^2) + c_e \sin^2\omega\,(l_e^2 - l^2),$$

$$(2)\qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_2^2} = {} & c_o \cos^2\omega \left[l_o^2 - \frac{a_o l^2}{a_o \cos^2\omega + a_e \sin^2\omega} \right] \\ & + c_e \sin^2\omega \left[l_e^2 - \frac{a_e l^2}{a_o \cos^2\omega + a_e \sin^2\omega} \right]. \end{aligned} \right.$$

Dans une première approximation, on peut remplacer

$$l_o^2 = \frac{\lambda^2}{n_o^2}, \qquad l_e^2 = \frac{\lambda^2}{n_e^2}, \qquad l^2 = \frac{\lambda^2}{n^2}$$

respectivement par

$$a_o\lambda^2, \quad a_e\lambda^2, \quad (a_o \cos^2\omega + a_e \sin^2\omega)\lambda^2.$$

Si l'on porte ces valeurs dans les seconds membres des formules (1) et (2), on trouve une quantité nulle pour la formule (2) et une quantité différente de zéro pour la formule (1). D'un autre côté, la différence $n_2 - n_1$ se calcule aisément en retranchant les équations (1) et (2), et d'après ce qu'on vient de voir elle représente aussi bien $n - n_1$. Interrogeons maintenant l'expérience. J'ai observé les valeurs de n pour un rayon lumineux dont la normale d'onde fait un angle de 30° avec l'axe du spath d'Islande. Voici la comparaison de ces nombres observés avec les valeurs de n calculées par la formule $\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_o^2}\cos^2\omega + \frac{1}{n_e^2}\sin^2\omega$.

Raie.	n obs.	n calc.	n obs. — calc.	$n - n_1$.
$\lambda = 1^{\mu},98$..	1,5854.	1,5855.	— 0,0001.	+ 0,0006
1,54..	1,5908.	1,5909.	— 1.	+ 0,000076
A....	1,60299	1,60298	+ 01	
D....	1,60990	1,60990	0	
H....	1,63051	1,63051	0	

Les nombres de l'avant-dernière colonne sont de l'ordre des erreurs accidentelles ; ils montrent que, *à l'approximation des expériences,* la surface de l'onde est bien un ellipsoïde. Cette loi, qu'aucune observation n'a jamais démentie, est bien conforme aux équations de M. Sarrau. D'un autre côté, ces nombres ajoutés à ceux de la dernière colonne représentent l'écart n obs. $- n_1$ entre l'observation et les nombres déduits de la

théorie de Fresnel. Ils sont évidemment trop grands pour être imputés aux erreurs d'expérience.

Il est à remarquer que la méthode suivie est une méthode différentielle, tant au point de vue du calcul des différences entre les valeurs de n déduites des diverses théories qu'à celui des expériences elles-mêmes. Peu importent d'une part, pour le calcul, les valeurs des termes de dispersion négligés; peu importe aussi que les erreurs d'observation commises sur n puissent être égales aux différences qui servent de base à notre raisonnement : l'essentiel est que les variations des erreurs, quand on passe de la mesure de n_o et de n_e à celle de n, restent notablement plus petites. C'est ce que garantissent les nombres précédents et la discussion minutieuse des autres nombres de ma Thèse. Notre conclusion est donc celle-ci :

1° *Le choix étant à faire entre les deux théories, la dispersion dans le spath d'Islande est d'accord avec les équations de M. Sarrau et contraire à l'hypothèse de Fresnel qui suppose la rigoureuse transversalité des vibrations.* 2° *On doit rejeter toute théorie qui entraînerait une déformation sensible de l'ellipsoïde d'onde.*

3. Remarques critiques sur la théorie de la lumière. — D'après M. Poincaré, tout phénomène optique expliqué par la théorie de M. Sarrau le sera par celle de Neumann et aussi par celle de Fresnel. Voici sa démonstration sous forme de quaternions et pour un milieu homogène et isotrope.

Milieu homogène et isotrope. — Soient ξ le vecteur élongation, V le symbole vecteur des quaternions,

$$\nabla = i\frac{d}{dx} + j\frac{d}{dy} + k\frac{d}{dz};$$

l'équation du mouvement est dans les trois théories

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = a\,\mathrm{V}[\nabla.\mathrm{V}\,\nabla\xi]. \tag{1}$$

Je suppose que ξ représente la vibration de M. Sarrau ou de Fresnel, ce qui est la même chose ici; $\mathrm{V}\,\nabla\xi = u$ est la vibration

de Neumann; elle satisfait aussi à l'équation (1), car, en opérant par V.∇ sur les deux membres et en remplaçant V.∇ξ par u, on obtient

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = a\mathrm{V}[\nabla.\mathrm{V}\nabla u].$$

La réciproque est d'ailleurs vraie, car en opérant encore par V.∇, on retombera sur la même équation en V.∇u, qui est la vibration de Fresnel.

Cette démonstration subsiste quand on introduit le terme de Briot. En effet, l'équation (1) devient alors

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = a\mathrm{V}[\nabla.\mathrm{V}\nabla\xi] + b\xi.$$

J'opère par V.∇ et je remplace V.∇ξ par u. Il vient

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = a\mathrm{V}[\nabla.\mathrm{V}\nabla u] + bu.$$

Ainsi, dans un milieu homogène isotrope, il semble qu'on ne puisse pas distinguer entre les différentes théories. Mais examinons ce que devient cette démonstration quand les deux hypothèses sont écartées.

Milieu homogène anisotrope. — La vibration ξ de M. Sarrau satisfait à l'équation suivante, où φ représente une fonction vectorielle linéaire,

(1) $$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = \varphi[\mathrm{V}(\nabla.\mathrm{V}\nabla\xi)] \qquad (\text{Sarrau}).$$

J'opère par V.∇, et je pose V.∇ξ = u, il vient

(2) $$\frac{d^2 u}{dt^2} = \mathrm{V}[\nabla.\varphi(\mathrm{V}\nabla u)] \qquad (\text{Neumann}).$$

Opérant encore par V.∇ et posant V.∇u = X, on a, pour la vibration de Fresnel,

(3) $$\frac{d^2 \mathrm{X}}{dt^2} = \mathrm{V}[\nabla.\mathrm{V}\nabla\varphi(\mathrm{X})] \qquad (\text{Fresnel}).$$

Le même procédé ne permettrait plus ici de remonter de l'équation (3) aux deux précédentes.

Si maintenant on introduit la réaction de Briot, l'équation de

M. Sarrau devient, en désignant par ψ une nouvelle fonction vectorielle linéaire,

$$(1)\qquad \frac{d^2\xi}{dt^2} = \varphi[V(\nabla.V\,\nabla\xi)] + \psi(\xi).$$

Comme précédemment, j'opère par V.∇ et j'obtiens

$$(2)\qquad \frac{d^2u}{dt^2} = V[\nabla.\varphi(V\,\nabla u)] + V[\nabla\,\psi(\xi)].$$

Mais le vecteur $V[\nabla\,\psi(\xi)]$ diffère de $\psi[V(\nabla\xi)] = \psi(u)$ et ne saurait être ramené à cette forme qui est nécessairement celle de la réaction de Briot, dans les termes de mon postulatum.

Ainsi, le postulatum étant admis, la proposition de M. Poincaré est en défaut dans le cas du spath, où les composantes de la réaction de Briot varient notablement avec la direction de la vibration. C'est là ce qui m'a permis d'arriver à une conclusion en faveur des systèmes Fresnel et Sarrau d'abord, puis plus particulièrement ici en faveur du système de M. Sarrau.

Milieux hétérogènes. — Je suppose que dans un milieu hétérogène isotrope l'équation soit encore celle de M. Sarrau

$$(1)\qquad \frac{d^2\xi}{dt^2} = aV(\nabla.V\,\nabla\xi).$$

Seulement a doit être supposé variable avec le point d'élongation ξ.

J'opère par V.∇ et je remplace V.∇ξ par u; il vient

$$(2)\qquad \frac{d^2\xi}{dt^2} = V(\nabla.aV\,\nabla u).$$

Les dérivations du premier ∇ portent non seulement sur u, mais aussi sur a qui est variable avec le point de l'espace. Le second membre se décompose en deux termes et l'équation (2) s'écrit

$$(2)'\qquad \frac{d^2u}{dt^2} = aV(\nabla.V\,\nabla u) + V[\nabla(a).V\,\nabla u].$$

Dans le dernier terme, les dérivations du premier ∇ portent sur a seul. Ainsi l'équation de Neumann n'aurait plus la même forme que dans un milieu homogène, mais contiendrait en outre

les dérivées premières de l'élongation. On arrive à une conclusion toute pareille pour le vecteur $V \nabla u = X$ qui donne la vibration de Fresnel. Tandis que la première hypothèse est naturelle et conforme à nos idées sur le mouvement d'un milieu élastique, la deuxième paraît peu vraisemblable. Or M. Poincaré a montré que l'équation de M. Sarrau rend compte des lois de la réflexion et de la réfraction sans aucune autre hypothèse que la conservation de la forme de l'équation (1) dans la couche de passage.

Au contraire, dans le système de Neumann, il faudrait admettre la forme (2)'. Dans le système de Fresnel, il faudrait une forme plus compliquée encore qui résulterait d'une nouvelle opération par $V\nabla$. C'est là un nouvel argument d'autant plus sérieux en faveur de l'équation de M. Sarrau, que la démonstration de M. Poincaré s'applique facilement au cas où l'on introduit le terme de Briot dans cette équation.

En effet, l'équation ainsi complétée

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \varphi[V(\nabla.V\,\nabla\xi)] + \psi(\xi)$$

peut s'écrire, en résolvant par rapport au vecteur soumis à l'opérateur φ,

$$V(\nabla.V\,\nabla\xi) = \varphi^{-1}\left[\frac{d^2\xi}{dt^2} - \psi(\xi)\right].$$

Si l'on choisit l'axe Oz perpendiculaire à la surface réfléchissante, toutes les quantités, sauf les dérivées par rapport à z, conservent des valeurs qui sont du même ordre de grandeur que dans un milieu homogène; φ^{-1} et ψ varient rapidement dans la direction Oz. Dans ces conditions, il est très facile de voir, en suivant le raisonnement de M. Poincaré, que $V.\nabla\xi$ et la projection de ξ sur la surface réfléchissante sont deux vecteurs continus quand on passe d'un côté à l'autre de la couche de passage. Si l'on exprime ces conditions pour un système uniradial, d'après la méthode de Mac Cullagh, on retrouve les équations de M. Cornu (1). Seulement la lettre T_2 de M. Cornu représentera, non plus l'amplitude

(1) *Recherches sur la réflexion cristalline* (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XI; 1867).

de la vibration réfractée de Fresnel, mais celle de la projection sur le plan d'onde de la vibration de M. Sarrau.

En résumé, à l'exclusion des autres systèmes proposés jusqu'ici, celui de M. Sarrau satisfait à la double condition d'avoir une interprétation mécanique claire et conforme à l'ensemble de nos connaissances sur le mouvement des milieux, et d'autre part de satisfaire aux lois si variées de la dispersion dans les cristaux et de la réflexion.

4. Théorie électromagnétique de la lumière. — Il est clair que si on n'admet pas le postulatum, ma démonstration tombe; c'est le cas de la théorie électromagnétique. En effet, cette théorie envisage simultanément l'existence physique de trois vecteurs au lieu d'un seul : la force électrique ξ régie par l'équation (1) de M. Sarrau, puis la force magnétique $u = V.\nabla\xi$ qui répond à la vibration de Neumann, enfin le déplacement électrique $X = V.\nabla u$ qui répond à la vibration de Fresnel. Ces trois vibrations existent ici *par définition*, et il est impossible de faire un choix entre elles. Ma conclusion doit être alors ainsi énoncée :

La propagation de la force électrique obéit à une équation différentielle simple du type du postulatum. Dans les milieux anisotropes, il n'en est pas de même pour la force magnétique et le déplacement électrique. Une conclusion analogue s'applique aux milieux hétérogènes.

Mais ne convient-il pas d'éclaircir la théorie de l'électromagnétisme par celle de la lumière, plutôt que de plonger celle-ci dans l'obscurité de celle-là? D'après notre conclusion, la force électrique est susceptible d'une interprétation mécanique simple, celle de M. Sarrau, soit qu'on se borne aux forces élastiques qui fournissent les termes du second ordre, soit qu'on introduise la réaction de Briot. Il n'en est pas de même de la force magnétique et du déplacement électrique. Maintenant, la force électrique étant définie par l'équation (1) qui est celle du mouvement d'un milieu élastique, les deux autres vecteurs s'en déduisent par une simple opération mathématique, l'opération par $V.\nabla$. Ils peuvent être commodes, ils n'ont pas une existence objective nécessaire. S'il est vrai qu'ils représentent certains effets physiques, est-il permis

pour cela de dire qu'ils représentent des vibrations? N'en est-il pas de ces vecteurs comme du moment de la quantité de mouvement d'un solide autour d'un point fixe? L'extrémité de ce vecteur peut se déplacer, ce n'est pas là le mouvement d'*un être matériel,* mais bien d'une abstraction mathématique. N'y a-t-il pas lieu de penser dès lors que la force électrique a seule une existence primordiale due aux réactions élastiques d'un milieu et que la force magnétique n'est qu'une manifestation de cette force électrique?

En terminant, je tiens à rappeler (¹) les très curieuses expériences de M. Wiener. Il fait interférer deux rayons lumineux rectangulaires. Si les deux rayons sont polarisés dans leur plan commun, ils interfèrent; ils n'interfèrent pas si les plans de polarisation sont perpendiculaires au premier plan. Cette expérience très concluante prouve que la vibration de Neumann n'intervient pas par son énergie dans le phénomène lumineux. Ce serait donc bien une abstraction mathématique, qui peut être, il est vrai, très utile à considérer, comme l'a fait M. Cornu dans son remarquable Mémoire déjà cité sur la réflexion cristalline; elle peut aussi représenter certains effets physiques comme les forces magnétiques, mais qui dériveraient toujours de forces électriques.

SUR LES MÉTHODES D'OBSERVATION DE LA POLARISATION ELLIPTIQUE;

PAR M. BOUASSE.

Dans un article récent (²), M. Meslin a proposé, pour mesurer le rapport des amplitudes de deux vibrations rectangulaires, une méthode nouvelle qui consiste à amener l'extinction d'un espace plus ou moins large et nécessite l'emploi de deux compensateurs. M. Meslin obtient des hyperboles de Müller, qui sont des interférences d'*ondes planes,* avec un appareil primitivement pointé sur un compensateur de Babinet qui produit des *franges localisées.* L'auteur ne donne pas le détail de ses expériences, mais un oculaire ne peut voir en même temps les deux systèmes et

---

(¹) Voir p. 40 de ce Volume. *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. CXII, p. 186; 1891.

(²) *Journal de Physique,* 2ᵉ série, t. IX, p. 436.

doit être déplacé quand on passe de l'un à l'autre; en outre, la direction de visée n'est plus rigoureusement définie. L'étude de la polarisation elliptique étant importante dans un grand nombre d'applications, et notamment dans l'étude de la réflexion, il peut être utile de discuter les différentes méthodes proposées ou appliquées.

L'extinction d'un champ se fait avec précision si la lumière est intense. Autant ce moyen est bon pour déterminer à la lumière blanche la direction et le rapport des axes d'une vibration elliptique quand ces éléments sont les mêmes pour toutes les couleurs, autant il est défectueux quand la lumière est faible. Or les parties les plus intéressantes des phénomènes de réflexion, surtout pour la réflexion vitrée, sont celles où l'intensité de la lumière qui reste finalement pour l'observation est le plus faible.

Dans le cas général, c'est une vibration elliptique qu'il s'agit de déterminer et deux éléments seulement sont nécessaires à connaître : l'anomalie de deux vibrations et le rapport de leurs amplitudes; le choix à faire dépend des conditions du problème.

L'emploi des compensateurs sous leur forme ordinaire prête à de graves objections. Ils sont en général trop épais et le réglage des lames qui les composent est très difficile; ils sont trop longs et leurs faces rarement planes; aucune méthode ne permet l'étude systématique de cette cause d'erreur (si ce n'est peut-être l'étude compliquée des franges de lames minces obtenues en lumière monochromatique, lorsque les lames des compensateurs sont appliquées l'une contre l'autre). Ils ne donnent qu'une ou deux franges et il n'est guère possible d'éliminer les erreurs de pointage provenant de la forme irrégulière des franges, la répétition des mesures sur une même frange n'étant d'aucun secours.

Quoi qu'il en soit, admettons que le compensateur de Babinet ait donné la différence de phase des composantes principales dans un phénomène de réflexion et que l'on cherche, à l'aide du compensateur de Bravais, le rapport des amplitudes.

Soit α l'azimut de la vibration primitive compté vers la gauche avec la normale au plan d'incidence, tangγ le rapport des coefficients k et h par lesquels il faut multiplier les amplitudes des vibrations principales, parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence pour obtenir les vibrations correspondantes réfléchies. La

vibration rectiligne est restituée dans un azimut i donné par la formule $\tang i = \tang \alpha \tang \gamma$. L'angle i variant avec l'azimut du polariseur, il y a lieu de chercher quelles sont les valeurs de α ou de i qui permettent de déterminer $\tang i$ avec le plus d'exactitude. 1° L'erreur de position de l'analyseur di pour l'extinction ne dépend pas de la position absolue de la vibration dans l'espace. 2° L'erreur relative commise sur le rapport des amplitudes est

$$\frac{d \tang i}{\tang i} = \frac{2\,di}{\sin 2i}.$$

3° La quantité di dépend de l'éclat de la lumière et peut être supposée en raison inverse de l'intensité. Si l'intensité primitive est prise pour unité, l'intensité L de la lumière réfléchie sera

$$L = h^2 \cos^2 \alpha + k^2 \sin^2 \alpha,$$

l'erreur relative de la forme $\frac{A}{L \sin 2i}$. Or $\sin 2i$ est maximum pour $i = 45°$, L est maximum et minimum quand la lumière primitive est polarisée dans les azimuts principaux, mais ne varie pas très vite aux environs de $i = 45°$, qui donne $\tang \alpha = \cot \gamma$. La valeur de i qui rend l'erreur minimum est en général voisine de 45°; dans ce cas les amplitudes des composantes principales sont sensiblement égales et l'erreur cherchée devient $2\,di = \frac{A}{L}$. Si la lumière est intense, l'angle di ne sera que de quelques minutes. Mais, dans la plupart des cas, la lumière est faible et l'erreur de lecture supérieure à 1° ou à 0,0174, ce qui donne sur le rapport des amplitudes une erreur de 0,035, c'est-à-dire de $\frac{1}{28}$. Il faut toujours dans cette expérience viser le compensateur lui-même pour obtenir une teinte plate; si l'on visait à l'infini, on ne pourrait éteindre à la fois tout le champ.

Bien que la méthode du quart d'onde employée par Mac Cullagh et de Senarmont ait donné de bons résultats, elle prête à plusieurs objections, abstraction faite des erreurs inhérentes à l'appareil qui sert de quart d'onde.

L'anomalie δ et le rapport $\tang i$ des amplitudes des vibrations principales ne sont pas déterminés directement, mais déduits de l'azimut θ et du rapport $\tang I$ des axes de l'ellipse par les for-

mules ([1])

$$(1) \qquad \tan\delta = \frac{\tan 2I}{\sin 2\theta},$$

$$(2) \qquad \cos 2i = \cos 2\theta \cos 2I.$$

Ainsi la mesure de l'anomalie qu'on peut obtenir directement avec une exactitude extrême dépend d'une mesure de rapport d'amplitudes.

La discussion complète de cette méthode offre de grandes difficultés. La position à donner au système quart d'onde est d'autant mieux déterminée que l'ellipse est plus allongée (car l'anomalie de deux composantes rectangulaires varie de 90° à $2I$). La détermination de $\tan I$ est d'autant meilleure que l'ellipse est plus voisine d'un cercle. Il en est de même de celle de δ à partir de $\tan 2I$, en supposant une erreur $d\theta$ sur la position des axes, surtout si l'anomalie des composantes principales est voisine de 90°. On a, en effet

$$d\delta = -\frac{2\cos 2\theta \tan 2I \, d\theta}{\sin^2 2\theta + \tan^2 2I}.$$

L'angle I et l'erreur $d\theta$ étant donnés, $d\delta$ est maximum pour $\theta = 0$ ou $\theta = 90°$ et minimum pour $\theta = 45°$.

Pour des azimuts θ voisins de 0° ou de 90°, $d\delta$ est d'autant plus grand que l'ellipse est plus allongée.

La différence de phase donnée par le parallélépipède de Fresnel n'a pas de dispersion appréciable, mais cet appareil n'est pas d'un emploi commode à cause du déplacement latéral des rayons. Il faudrait peut être ajouter que le verre est hygrométrique et que la moindre couche de buée peut fausser notablement les résultats. On préfère habituellement recourir aux lames de mica; mais alors la différence de phase est à peu près en raison inverse de la longueur d'onde; elles ne conviennent que pour une couleur déterminée et doivent être choisies avec le plus grand soin.

Cette difficulté a conduit M. Stokes à faire usage de lames voisines d'un quart d'onde et à éliminer la mesure de leur épaisseur optique. Voici le résumé de cette méthode d'après M. Mascart (t. II, p. 68).

([1]) Mascart, *Optique*, t. I, p. 218.

Une lame voisine d'un quart d'onde restitue la lumière rectilignement dans deux azimuts complémentaires θ_1 et θ_2, qui sont expérimentalement connus par leur différence $\theta_2 - \theta_1$; la moyenne $\frac{\theta_2 + \theta_1}{2}$ correspond à la bissectrice des axes de l'ellipse. La lumière étant restituée rectilignement, on détermine l'azimut de la vibration par rapport à l'une des sections de la lame auxiliaire ; l'expérience fournit deux angles i_1 et i_2 qui doivent être complémentaires. Le rapport des axes de l'ellipse est donné par la relation

$$\cos 2I = \frac{\cos 2i_1}{\cos 2\theta_1} = \frac{\cos 2i_2}{\cos 2\theta_2}.$$

On connaît maintenant l'azimut θ, par rapport aux axes de l'ellipse, des composantes principales que l'on veut étudier et l'on a l'anomalie correspondante δ par l'équation (1).

L'angle δ résulte de quatre mesures indépendantes d'angles d'extinction, ce qui exige deux fois plus de tâtonnements que dans la méthode du quart d'onde. Si le mica pour la couleur considérée est voisin d'un quart d'onde, $\theta_2 - \theta_1$ diffère peu de 90° ; on peut poser $\theta_2 - \theta_1 = 90° - \Delta$:

$$\cos 2I = \frac{\cos 2i_1}{\cos \Delta} = \cos 2i_1 \left(1 + \frac{\Delta^2}{2}\right).$$

La méthode conserve un des avantages de la méthode du quart d'onde, à savoir que les deux positions à donner aux sections principales du mica sont telles que l'anomalie des composantes rectangulaires y varie très vite; la position des axes de l'ellipse est donc bien déterminée; la correction $\frac{\Delta^2}{2}$ n'est pas négligeable et atteint $\frac{1}{69}$ pour $\Delta = 10°$.

Cependant la méthode précédente a été créée afin d'utiliser, pour toutes les couleurs, une lame rigoureusement quart d'onde pour une radiation déterminée; comme, d'après la façon dont on se procure ordinairement les micas quart d'onde (teinte sensible sur la plate-forme inférieure d'un Norremberg), ils sont à peu près quart d'onde pour une lumière voisine de la raie D, ils sont à peu près tiers d'onde pour une lumière voisine de la raie *h*. D'où il résulte plusieurs inconvénients :

1° Pour des lumières très réfrangibles, il est impossible d'analyser des vibrations presque circulaires.

2° Si la tangente de la différence de phase produite par la lame est voisine de $\tang 2I$, θ est voisin de 45°; l'anomalie des couples de composantes rectangulaires voisins de $\theta = 45°$ passe par un maximum ou un minimum; les positions du mica et, par conséquent, des axes de l'ellipse sont très mal déterminées. En outre, $\cos 2I$ se présente sous la forme $\frac{0}{0}$ et l'indétermination est réelle, car c'est précisément lorsque les positions du mica sont les plus difficiles à connaître d'après la formule (2) qu'une erreur $d\theta$ influe le plus sur la valeur de $\cos 2I$ pour une valeur donnée de $\cos 2i$.

3° Si cette méthode élimine très habilement l'étude directe des lames de mica, elle revient finalement à déterminer leur dispersion par le phénomène lui-même.

Il paraît préférable d'user pour toutes les couleurs de lames voisines d'un quart d'onde, dont on aura déterminé avec soin l'épaisseur optique; de chercher, comme avec le quart d'onde exact, à restituer la lumière rectilignement; de déterminer les éléments de l'ellipse par les formules

$$\sin 2i \sin\delta = \sin 2I \qquad \text{et} \qquad \cos 2i = \cos 2I \cos 2\theta,$$

et d'en déduire ceux des composantes principales.

Sans insister ici sur les méthodes photographiques, qui permettent de trouver l'épaisseur optique d'un mica, pour une longueur d'onde bien déterminée, avec une extrême précision, il y a lieu de rappeler que la dispersion de double réfraction se détermine très facilement par la méthode de Fizeau. Tous les micas n'ont pas les mêmes indices et les mesures ne valent que pour l'échantillon qui a servi à les faire; mais on doit faire porter les mesures sur un morceau très épais (1^{mm} à 2^{mm}) que l'on clivera, après s'être assuré qu'il est homogène par l'observation des franges qu'il donne au microscope polarisant. Si le nombre des franges du spectre cannelé n'était pas suffisant, on l'augmenterait par l'adjonction d'une lame cristalline quelconque; il est inutile de connaître l'épaisseur ni de cette lame auxiliaire ni du mica.

L'épaisseur d'un quart d'onde étant sensiblement de 32^{μ}, 1^{mm}

donne une différence de marche de 8 franges pour le rouge et de 12 franges pour le violet. La dispersion de double réfraction est représentée par 4 franges et est connue au $\frac{1}{200}$ par un pointé au $\frac{1}{50}$ de frange.

La méthode des réflexions multiples, appliquée d'abord par Fresnel à la réflexion totale, puis par Brewster à la réflexion métallique, est excellente. L'angle d'incidence φ est tel que la polarisation est rétablie dans l'azimut θ par m réflexions. L'erreur $d\varphi$ est d'autant moindre qu'elle produit un plus grand changement dans la forme de l'ellipse. En appelant toujours $\tang i$ le rapport des composantes principales de la vibration finale, il résulte de l'erreur $d\varphi$ une variation $m\,d\delta$ et un changement de forme de l'ellipse qui dépend de l'angle i variable avec l'azimut du polariseur. On déduit alors de l'équation

$$(3)\qquad \sin 2\mathrm{I} = \sin 2i \sin m\delta,$$

$$di = -\frac{\cos\delta \sin 2i}{2\cos 2\mathrm{I}}\,d\delta.$$

On doit avoir sensiblement, au signe près,

$$\cos 2\mathrm{I} = \cos m\delta = 1,$$

puisque la vibration est presque rectiligne, d'où

$$di = \sin 2i\,\frac{m\,d\delta}{2}.$$

Pour une erreur $m\,d\delta$ sur l'anomalie, la variation $d\mathrm{I}$ est maximum si l'angle i est égal à 45°, ce qui entraîne $\theta = 45°$ d'après l'équation (2). A l'émergence, les composantes principales doivent donc être égales; dans ces conditions, quel que soit $m\,d\delta$, les axes de l'ellipse restent à 45°, c'est-à-dire que l'erreur commise sur δ n'affecte pas les angles θ et γ. On a enfin

$$\tang\theta = \tang\alpha \tang^m\gamma;$$

le rapport $\frac{d\tang\gamma}{\tang\gamma} = \frac{2\,d\theta}{m\sin 2\theta}$ est minimum pour $\theta = 45°$; c'est la même condition que plus haut. A égalité de lumière, l'erreur $\frac{2\,d\theta}{m}$ est m fois moindre qu'avec le compensateur de Babinet.

On peut adresser à cette méthode quelques critiques : 1° elle

suppose l'homogénéité et l'identité de deux surfaces nécessairement considérables. A la rigueur, on peut encore l'appliquer sur deux miroirs différents, si les constantes de l'un ont été préalablement déterminées. Il suffit d'un seul couple de miroirs identiques qui seront, par exemple, en argent déposé par voie chimique. 2° La lumière est nécessairement faible après de nombreuses réflexions. Quant à l'emploi de la lumière blanche et de la teinte sensible, elle est impossible, en général, à cause des phénomènes de la dispersion.

Cette méthode est précieuse pour augmenter la sensibilité de celles qui sont basées sur un déplacement de franges ; par exemple, pour mettre en évidence les modifications optiques des miroirs soumis à la chaleur, etc. Dans certains cas, où 10 réflexions n'affaiblissent pas outre mesure la lumière, des changements d'anomalie de $\frac{2\pi}{1000}$ sont nettement perceptibles. La photographie offre ici un avantage exceptionnel, puisque l'intensité du phénomène importe peu : c'est une question de temps de pose. Je me propose de revenir sur la discussion des autres méthodes.

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DES GAZ DANS LES CHAMPS MAGNÉTIQUES;

PAR M. A. WITZ.

L'approche d'un aimant produit dans les tubes de Geissler une augmentation de résistance considérable que MM. Plücker, de la Rive et Trève ont signalée les premiers, mais qui n'a pas encore fait l'objet de mesures précises. Nous avons entrepris cette étude à l'aide d'un bel électro, construit par M. Ducretet pour notre laboratoire de Lille. Cet instrument permet de développer des champs remarquablement intenses, non seulement entre des pôles étroits terminés en pointe, mais encore entre de grosses têtes polaires; nous avons obtenu ainsi de puissants et larges champs uniformes, dont nous avons déterminé l'intensité par la rotation du plan de polarisation dans le sulfure de carbone, et que nous avons explorés en nous servant de petits tubes à chlore,

par le procédé nouveau indiqué dans notre Note présentée à l'Académie le 12 mai 1890 ([1]).

Un tube étant placé dans le champ et traversé par la décharge d'induction d'une bobine de Ruhmkorff, on constate, suivant l'intensité du champ et l'orientation du tube, des résistances variables, suffisantes en certains cas pour opposer un obstacle insurmontable au passage du courant. Pour étudier le phénomène, il convient de mesurer à la fois la différence de potentiel entre les électrodes et les intensités des courants.

On détermine assez exactement les différences de potentiel à l'aide de la méthode des *étincelles équivalentes,* instituée par Faraday et appliquée heureusement par M. Schultz à l'étude des tubes de Geissler ([2]) : elle consiste à placer en dérivation sur les électrodes un micromètre à étincelles et à faire jaillir continûment et également la décharge dans le tube et entre les sphères du micromètre. L'une de ces sphères est fixe, l'autre peut être portée par une vis à axe vertical, disposée comme la vis d'un sphéromètre et donnant le millième de millimètre, approximation plus que suffisante dans l'espèce. Les travaux de MM. Thomson, Mascart et Baille permettent de déduire les différences de potentiel de la distance explosive observée. Le Tableau suivant, calculé pour des sphères de 1^{cm} de diamètre, d'après ces travaux, donne les volts en fonction des longueurs d'étincelle.

cm	volts	cm	volts	cm	volts
0,01....	804	0,12....	5298	0,23....	8994
02....	1422	13....	5649	24....	9312
03....	1920	14....	5997	25....	9630
04....	2352	15....	6342	26....	9945
05....	2747	16....	6684	27....	10259
06....	3125	17....	1023	28....	10572
07....	3497	18....	7359	29....	10884
08....	3864	19....	7692	30....	11195
09....	4227	20....	8022	40....	14286
10....	4587	21....	8349	50....	17290
11....	4944	22....	8673		

([1]) *Exploration des champs magnétiques par les tubes à gaz raréfiés;* nous avons décrit dans cette Note les effets lumineux observés quand on illumine des tubes de Geissler dans un champ magnétique.

([2]) *Ueber die Bedingungen der Entladung der Electricität durch verdünnte Luft* (*Pogg. Ann.*, t. CXXXV; 1868).

On mesure l'intensité du courant en introduisant dans le circuit un galvanomètre très sensible, dont les spires doivent être parfaitement isolées, à cause de l'énorme tension des courants induits; c'est un galvanomètre à fil gros et court (diamètre $0^{mm},8$, longueur $15^{m},60$), dont l'étalonnage a pu être fait grâce à l'emploi d'un shunt de résistance 87227 fois moindre. Voici un extrait du barême établissant une relation entre les déviations de l'aiguille et les intensités en milliampères du courant traversant cet instrument.

°	milliamp	°	milliamp	°	milliamp
1.....	0,212	10.....	2,157	19.....	4,393
2.....	0,424	11.....	2,389	20.....	4,662
3.....	0,636	12.....	2,621	25.....	6,185
4.....	0,847	13.....	2,851	30.....	7,938
5.....	1,059	14.....	3,102	35.....	10,154
6.....	1,271	15.....	3,352	40.....	12,851
7.....	1,483	16.....	3,603	50.....	19,962
8.....	1,695	17.....	3,853		
9.....	1,927	18.....	4,124		

Pour échapper à l'influence de l'électro, il importe que le galvanomètre soit placé à une grande distance de cet instrument; à 34^{m}, l'excitation du champ ne produit aucune déviation appréciable.

L'excitation des tubes par une bobine d'induction présente de grandes facilités d'emploi; mais cet avantage est racheté dans une certaine mesure par les variations d'intensité du courant induit, provenant du défaut d'isochronisme des oscillations de l'interrupteur. Après avoir essayé, comme interrupteur, l'appareil classique de Foucault, le diapason électrique de M. Mercadier, la sirène de Froment et divers autres dispositifs, nous avons reconnu que le trembleur de Neef donnait les meilleurs résultats quand il était convenablement réglé, et nous nous en sommes servis dans ces expériences; l'intensité du courant a toujours pu être déterminée très exactement.

Nos appareils étant décrits, il est aisé de rendre compte du mode opératoire adopté dans ces recherches; le tube à gaz était placé dans le champ, dans une portion déterminée par rapport aux lignes de force et l'on procédait aux expériences en relevant à la fois les volts au micromètre et les milliampères au galvano-

mètre, pour des intensités du champ variables entre 0 et 20000 unités.

Avant de présenter les résultats obtenus, il convient de bien définir ce qu'il faut entendre par la résistance d'un tube à gaz.

La résistance d'un tube ne peut être évaluée à la façon ordinaire, attendu que la colonne gazeuse qu'il renferme se comporte tout autrement qu'un conducteur métallique. En effet, pour un tube donné, l'intensité du courant qui le traverse est indépendante de la différence de potentiel établie entre ses électrodes : ce fait est bien connu des physiciens, car il a été solidement établi par les recherches de MM. Schultz, Wiedemann et Ruhlmann, de la Rive, Gordon, Warren de la Rue, Lagarde, Homén, etc.; il ressort clairement de l'expérience ci-dessous, faite au début de ces recherches.

Intensité du courant		Différence
inducteur.	induit.	de potentiel.
amp	millilamp	volts
1,25	2,18	2006
0,50	0,64	1963
0,40	0,42	1920

Le courant a pris une intensité cinq fois moindre alors que les volts n'ont baissé que de 0,04.

MM. Warren de la Rue et Müller ont montré de plus que le potentiel ne décroît pas régulièrement le long de la colonne gazeuse (¹); Hittorf a constaté qu'en dessous d'un certain degré de raréfaction, l'intensité du courant est indépendante de la longueur du tube; M. Schultz a confirmé ce résultat et tous ces habiles physiciens sont d'accord pour déclarer que la loi d'Ohm ne s'applique pas aux tubes à gaz. Il en résulte que la résistance d'un tube ne peut nullement être comparée à celle d'un conducteur et qu'on ne saurait l'évaluer en ohms; d'après M. Homén, il se produirait, au passage de l'électricité des électrodes dans le gaz, une force électromotrice antagoniste mesurable en volts, qui s'ajouterait à la résistance propre de la colonne gazeuse (²); la

(¹) La chute est généralement maximum et très brusque aux environs de l'électrode négative.

(²) *Ann. Wiedemann's*, t. XXVI, p. 55; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IX, p. 424.

résistance totale formerait donc une somme d'éléments hétérogènes, qu'on ne peut exprimer. Le fait n'est point étonnant, attendu que le flux qui traverse les tubes n'est pas un courant, mais une décharge disruptive; M. Warren de la Rue en rend compte en disant qu'il y a transport de l'électricité par convection et non par conductibilité. Quoi qu'il en soit de cette hypothèse, on est obligé de renoncer à évaluer directement la résistance d'un tube et nous nous sommes décidés à donner, pour chaque expérience, la différence de potentiel entre les extrémités et l'intensité du courant *fictif* mesurée au galvanomètre, sans essayer de relier ces deux données, qui sont, dans ce cas, entièrement indépendantes.

L'action des champs magnétiques ressort des expériences ci-dessous, qui ont été faites en plaçant les tubes entre les têtes polaires. Le champ embrassait donc à peu près toute leur longueur et les lignes de force coupaient orthogonalement leur axe ([1]).

A. *Tube à air.* (Longueur : 12^{cm}.)

Champ.	Courant.	Différence de potentiel.
	milliamp	volts
150 unités (rémanent).....	4,12	1860
2200 »	2,58	2780
3200 »	2,39	4150
4300 »	2,20	5064

B. *Hydrogène.* (Longueur : 17^{cm}.)

Champ.	Courant.	Différence de potentiel.
150 unités (rémanent).....	1,69	5400
3100 »	0,53	6890
4300 »	0,49	7370

C. *Chlore.* (Longueur : 12^{cm}.)

Champ.	Courant.	Différence de potentiel.
150 unités (rémanent).....	2,00	1286
3400 »	0,83	5778
4400 »	0,64	8994

L'action du champ a donc pour premier résultat de faire augmenter rapidement la différence de potentiel en diminuant l'intensité du courant; cette influence est considérable et variable

([1]) Dans chaque série d'expériences, l'intensité du courant inducteur a été maintenue constante.

avec l'intensité du champ et avec la nature des gaz; elle est moins grande sur l'hydrogène, et plus grande sur le chlore que sur l'air. Un tube à fluorure de silicium a marqué une influence plus considérable encore; pour faire passer le courant dans le champ, il a fallu employer une très forte bobine et les électrodes d'aluminium se sont volatilisées.

Il est facile d'augmenter l'intensité du champ en adaptant sur les têtes polaires des prolongements cylindriques de $2^{cm},5$ de diamètre, avec $1^{cm},55$ d'écartement; le champ condensé a, dans ce cas, une intensité de 11570 unités. Nous voyons alors que les différents points d'un tube ne sont pas également sensibles à l'action magnétique, car les résultats varient beaucoup quand on fait glisser le tube entre les pôles; mais cet effet change encore avec la nature du gaz. Ainsi, pour l'air, l'influence est maximum sur la naissance du capillaire, vers le pôle négatif; elle est plus grande sur le pôle négatif que sur le pôle positif : or c'est l'inverse qui se produit pour le brome, le chlore et le fluorure de silicium.

D. *Tube à brome.*

		milliamp	volts
Avant l'excitation du champ		6,58	1325
Action du champ sur	Pôle positif	2,97	4464
	Naissance du capillaire	2,62	4964 max.
	Milieu du tube	3,35	3780
	Extrémité du capillaire	2,80	4935
	Pôle négatif	2,25	3066 min.

A. *Tube à air.*

Avant l'excitation du champ		1,33	2360
Action du champ sur	Pôle positif	1,22	2860 min.
	Naissance du capillaire	1,12	3972
	Milieu du tube	1,01	4084
	Extrémité du capillaire	0,99	4618 max.
	Pôle négatif	1,16	3348

Le champ peut encore être concentré davantage, en terminant les prolongements cylindriques des pôles par des pointes tronconiques de 2^{mm} de base, distantes de 5^{mm}; en faisant agir le faisceau des lignes de force sur la naissance du capillaire, on obtient ainsi des effets surprenants.

A. *Tube à air.*

	milliamp	volts
Rémanent................	6,84	1422
19400 unités.............	2,52	4354

C. *Tube à chlore.*

Rémanent................	5,70	1144
19400 unités.............	2,33	11216

D. *Tube à brome.*

Rémanent................	2,90	2287
19400 unités.............	0,06	34300

E. *Tube à fluorure de silicium.*

Rémanent................	4,39	2287
19400 unités.............	2,50	8430

L'intensité du champ est dans ce cas d'au moins 19400 unités, si nous la calculons par la formule de Stefan, dont nous avons du reste vérifié l'exactitude pour notre électro.

Jusqu'ici l'axe des tubes était disposé perpendiculairement à la direction des lignes de force du champ; quand l'axe est couché dans le sens des lignes de force, l'effet est extrêmement faible, si même il n'est pas nul, ainsi que le prouve l'expérience suivante (¹) :

B. *Tube à hydrogène.*

	milliamp	volts
Hors du champ.....................	3,23	4227
Normalement aux lignes de force.....	2,44	5121
Parallèlement »	3,18	4443

Il nous reste à étudier l'action variable du champ sur un même tube et un même gaz à des pressions différentes. Ces essais ont été faits dans un cylindre de verre, de 20^{mm} de diamètre, pourvu de robinets, se prêtant aussi bien à une compression du gaz qu'à une raréfaction : l'effluve jaillissait entre deux électrodes garnies de cônes en aluminium. Sous une pression de 6^{mm}, on obtient une effluve violacée; à 2301^{mm} (environ 3^{kg} de pression), une étincelle chaude, brillante et nourrie forme un trait de feu éblouissant

(¹) De la Rive avait constaté sur un tube à hydrogène une diminution de résistance (voir *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5ᵉ série, t. II, p. 421; 1874).

entre les pointes; dans l'intervalle de ces pressions, on observe toute une série d'états intermédiaires. Or l'action du champ se manifeste en même temps aux yeux d'une manière fort différente; l'effluve est déviée suivant les lois de l'électrodynamique, l'étincelle ne l'est pas; l'action est donc considérable à 6^{mm}; elle est presque nulle à 2301^{mm}. Voici, en effet, les données que fournit l'expérience :

	Hors champ.		Champ de 7200 unités.	
Pression.	Courant.	Tension.	Courant.	Tension.
mm	milliamp	volts	milliamp	volts
6,07 ...	5,86	976	3,91	9787
324,46 ...	4,66	2815	2,75	5857
746,10 ...	2,79	4669	2,04	4719
760,20 ...	3,50	5544	2,05	6919
1143,10 ...	2,33	8058	1,44	8097
1283,3 ...	2,69	8606	1,59	8845
1555,1 ...	2,16	8731	1,27	9487
2301	1,42	12028	0,74	12539

La différence de potentiel est dix fois plus grande dans le champ que hors du champ à la faible pression de 6^{mm}; la variation n'est plus que de 4 pour 100 aux pressions élevées. Il en résulterait que *les champs n'exercent d'action que sur l'effluve électrique,* et non sur l'étincelle.

L'influence des champs magnétiques, qui est si considérable sur les tubes de Geissler, est donc particulière à ces tubes et à l'état de grande raréfaction des gaz qu'ils renferment, et elle ne se produirait pas sur les gaz libres dans l'espace. Cette conclusion est très importante, car, si elle restreint d'une part la généralisation des actions observées, elle leur donne d'autre part leur vrai caractère.

Rien de plus complexe que les phénomènes constatés dans l'excitation des tubes de Geissler : Sir William Thomson n'a pas hésité à déclarer qu'il « est difficile de les expliquer, même par des conjectures ». L'influence des champs introduit encore une complication nouvelle dans la question.

La similitude de cette influence, avec celle qui est produite par l'approche du doigt ou d'un conducteur métallique, nous porterait à attribuer ces phénomènes à une variation de la capacité électrique des tubes; ces tubes constitueraient de véritables conden-

sateurs et leur illumination serait le résultat d'une décharge oscillatoire, du même genre que celles d'une bouteille de Leyde, dont la période est fonction de la capacité de la bouteille et du coefficient de self-induction du conducteur ([1]). Une variation de la capacité modifierait donc l'état vibratoire du gaz et serait la cause des différences observées dans les phénomènes lumineux que présentent les tubes de Geissler, quand on les excite dans un champ magnétique.

EFFETS DU MILIEU ISOLANT DANS LES ÉGALISEURS DE POTENTIEL FONDÉS SUR L'ÉCOULEMENT DES LIQUIDES;

PAR M. G. GOURÉ DE VILLEMONTÉE.

Dans les égaliseurs de potentiel fondés sur l'écoulement des liquides un filet liquide se sépare en gouttes à l'intérieur d'une enceinte inductrice remplie de gaz. Deux hypothèses ont successivement été faites. Les partisans de la première, presque abandonnée aujourd'hui, admettent qu'aucune différence de potentiel n'existe entre le gaz isolant et les conducteurs, les partisans de la seconde émise par Maxwell et généralement adoptée actuellement, soutiennent qu'une différence de potentiel existe entre le milieu isolant et les conducteurs. Deux conséquences opposées résultent de ces deux hypothèses. Si un liquide conducteur placé dans un tube s'écoule, en se séparant en gouttes à chacune des extrémités, dans deux milieux isolants différents I_1, I_2, la différence de potentiel $d = I_1 | L + L | I_2$ entre les extrémités de la colonne liquide sera nulle si la première hypothèse est exacte et différente de zéro si la seconde hypothèse doit être admise. Les expériences suivantes ont eu pour objet de déterminer la valeur de la différence d, lorsque l'isolant I_1 est de l'air, l'isolant I_2 de l'acide carbonique.

Deux méthodes ont été successivement employées.

I. — Première méthode.

La première méthode décrite sommairement ([2]) permet de dé-

([1]) On sait que $T = \pi\sqrt{CI}$, quand la résistance du conducteur est faible.

([2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 65 et 326.

terminer la somme

(1) $$s = I_1 | L + L | M + M | I'_1,$$

dans laquelle I_1 est le milieu isolant où l'écoulement est produit, L le liquide, M un métal plongé dans le liquide, I'_1 le milieu isolant entourant les plateaux d'un condensateur formé du même métal M.

Une seconde expérience, faite après avoir remplacé le milieu I_1 par un autre I_2 et en conservant le même métal et le même liquide, permet d'obtenir

(2) $$s' = I_2 | L + L | M + M | I'_1;$$

on déduit, par différence des équations (1) et (2),

$$d = s - s' = I_1 | L + L | I_2.$$

Les expériences ont été faites avec du zinc et du cuivre préparés par dépôts galvaniques et des dissolutions respectives de sulfate de zinc et de sulfate de cuivre contenant 10^{gr} de sulfate pur par litre d'eau distillée.

La valeur de d, très notable en employant pour I_1 de l'air, et pour I_2 successivement du pétrole, une proportion variable d'oxygène, une proportion variable d'hydrogène, a été nulle lorsque I_2 était de l'azote, et sensiblement nulle lorsque I_2 était de l'acide carbonique.

Je me bornerai à rapporter dans cet article les résultats obtenus dans le cas où I_2 était un mélange d'air et d'acide carbonique. Je représenterai dans la suite par le symbole $D_{10}(M)$ une dissolution de sulfate du métal M dans l'eau distillée contenant 10^{gr} de sulfate de métal pur par litre d'eau distillée. Les résultats des expériences sont :

Métal.	Liquide.	Proportion en centièmes d'acide carbonique contenu dans 100^{cc} du mélange gazeux entourant la goutte liquide.	Valeur de $d = I_1 \| L + L \| I_2$.
Zn.....	$D_{10}(Zn)$	0,14	0
»	»	0,29	0
Cu.....	$D_{10}(Cu)$	0,25 à 0,50	$+0^v,018$

Les valeurs des sommes s et s' sont déterminées à $0^v,009$ près;

les différences d sont donc évaluées à $0^v,018$ près. La valeur de d est nulle dans les deux premières expériences et égale à la valeur de l'approximation dans la troisième. Il en résulte que la différence d est nulle, aux erreurs d'observation près, lorsque la proportion d'acide carbonique est inférieure ou égale à 0,50.

II. — Seconde méthode.

1. *Principe de la méthode.* — La méthode consiste à opposer deux appareils d'écoulement identiques en les réunissant par un électromètre extrêmement sensible : 1° on fait écouler les liquides de chaque côté dans l'air, la symétrie étant parfaite par rapport à l'électromètre, l'électromètre reste au zéro; 2° on remplace l'air par un autre gaz à l'endroit où se forment les gouttes de l'un des appareils d'écoulement : la symétrie de l'appareil est détruite; si une différence de potentiel existe au contact des gouttes liquides et du gaz, l'électromètre est chargé par une différence

$$d = I_1 | L + L | I_2.$$

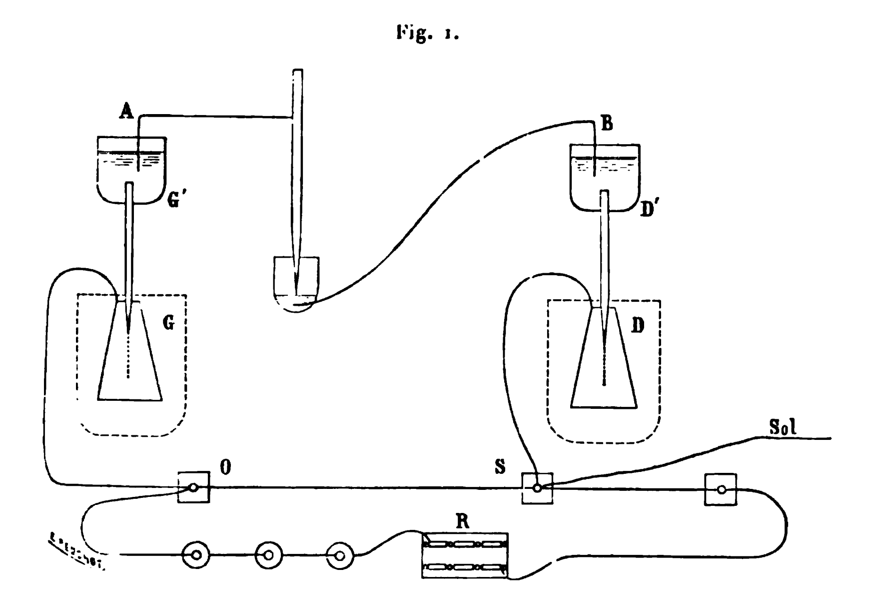
Je ramène l'électromètre au zéro à l'aide d'une différence de potentiel égale et contraire à la première prise par dérivation sur le circuit d'une pile constante. La différence de potentiel empruntée à la pile est égale et de signe contraire à la différence de potentiel cherchée.

2. *Description de l'appareil.* — Deux vases D′, G′, remplis d'un même liquide, portent vers la base une tubulure latérale à laquelle est fixé un tube de verre, long de 1^m, effilé à l'extrémité. Un robinet de verre permet de déterminer ou de suspendre l'écoulement. Lorsque l'écoulement est produit, le filet liquide se sépare en gouttelettes, à 4^{cm} environ de la pointe des tubes placés respectivement au centre d'une ouverture formant les sommets tronqués de deux pyramides G et D de métal M. Les dimensions des faces ont été calculées de manière à voir, sous le plus petit angle possible, le point où le filet liquide se divise en gouttelettes. Les pyramides G et D sont reliées aux extrémités O et S d'un fil qui peut être employé comme dérivation sur le circuit d'une pile constante. Le liquide est amené, par le jeu de l'écoulement, au po-

tentiel de l'intérieur de la pyramide. Deux fils identiques A et B, de même métal M que les pyramides, plongés dans les liquides des vases D', G', sont respectivement en communication avec les deux pôles d'un électromètre employé comme électroscope. Les changements de l'atmosphère autour des gouttes liquides sont obtenus en plaçant les pyramides G et D à l'intérieur de deux cloches où il est possible de remplacer l'air par un gaz quelconque.

L'ensemble de l'appareil est représenté par la figure suivante.

Fig. 1.



3. *Discussion.* — L'exactitude des déterminations est subordonnée : 1° à l'identité parfaite des appareils d'écoulement; 2° à la sensibilité de l'électromètre; 3° à l'isolement parfait de tout l'appareil; 4° à l'élimination de toute influence étrangère; 5° à la constance de la pile à laquelle est emprunté le circuit dérivé.

1° L'emploi, pour les fils A, B et les faces des pyramides G et D, de métaux préparés par dépôts galvaniques réalise l'identité des métaux (1). L'identité des liquides est obtenue en employant des dissolutions d'un sel pur dans l'eau distillée fournie par la même

(1) *Journal de Physique, loc. cit.*

usine ([1]). Les effets de polarisation sont évités en se servant de fils de cuivre plongés dans une dissolution de sulfate de cuivre pur contenant 10^{gr} de sulfate par litre. L'altération des fils par suite d'émersion est éliminée en soutenant les fils par des flotteurs en verre qui suivent le niveau du liquide dans les vases. Des expériences préliminaires ont montré que, dans le cas où les autres conditions énumérées plus haut sont satisfaites, la différence de débit par les deux pointes, dans les limites où les expériences définitives ont été faites, ne détermine aucune différence de potentiel entre les extrémités. Dans une autre série d'expériences préliminaires, j'ai fait varier la température en différents points des fils de communication, et j'ai vu que des variations de température beaucoup plus élevées que les variations accidentelles de température de l'air du laboratoire ne déterminent aucune déviation dans l'électromètre.

2° Le choix de l'électromètre a été l'objet d'expériences assez nombreuses. La durée des oscillations et le déplacement du zéro m'ont amené à renoncer à l'électromètre de Sir William Thomson sous la forme que lui a donnée M. Mascart.

L'emploi d'un condensateur formé du même métal que les pyramides G et D, dont les armatures sont reliées aux fils A et B et dont la charge est mesurée avec un électromètre Hankel employé comme électroscope, m'a donné des résultats satisfaisants; mais la complication de l'appareil et l'intervention des couches d'air sur les faces du condensateur m'ont déterminé à renoncer à ce procédé. L'électromètre capillaire de M. Lippmann avait l'avantage d'être extrêmement sensible, d'arriver instantanément et sans oscillation à sa position d'équilibre, mais présentait l'inconvénient d'avoir une très grande capacité. Le désavantage est en partie compensé par la nécessité de prendre les précautions les plus minutieuses pour éviter toute déperdition.

3° L'isolement parfait de tout l'appareil est absolument nécessaire, tout défaut d'isolement d'une partie quelconque entraîne des erreurs considérables dans les déterminations et même dans le signe des résultats. Les dispositions suivantes ont été prises. Les vases G'

([1]) *Loc. cit.*

et D' ont été placés sur des supports à acide sulfurique du système Thomson-Mascart, renfermés dans des caisses garnies de chaux vive et munies d'ouvertures pour laisser passer les tiges de verre. Des supports semblables ont été disposés pour soutenir les fils reliant A et B à l'électromètre. Une disposition analogue a été employée pour maintenir la tige de l'électromètre capillaire. Dans tous les points où l'emploi de pareils supports était impossible, je me suis servi de pièces d'ébonite mobiles conservées dans une caisse avec de la chaux vive. Les pièces étaient retirées de la caisse et montées sur l'appareil au moment des expériences. Les mêmes précautions ont été prises pour les plaques d'ébonite employées pour fermer les cloches dans lesquelles sont disposées les pyramides G et D. Enfin, pour éviter l'effet de l'humidité sur les supports d'ébonite des pyramides G et D, j'ai versé au fond des cloches une couche d'huile au-dessous de laquelle tombait la dissolution écoulée ; la formation de vapeur d'eau dans la cloche était évitée.

4° L'influence étrangère était éliminée en enfermant tous les appareils dans des caisses et des armoires recouvertes intérieurement de feuilles d'étain maintenues constamment en communication avec le sol.

5° L'étalon de différence de potentiel a été un élément Latimer-Clark en circuit ouvert. La constance de la différence de potentiel aux pôles d'un pareil élément a été établie par M. Pellat et par Lord Rayleigh. J'ai admis, pour convertir en volts les mesures directes, que la différence de potentiel aux deux pôles de l'élément Latimer-Clark est $1^{\text{volt}},435$ à la température de 15°C.

4. *Vérification du bon état de l'appareil avant les expériences.* — Les dispositions prises pour réaliser les trois conditions développées précédemment, j'ai vérifié le bon état de l'appareil avant chaque série d'expériences.

L'isolement par les supports est vérifié : 1° en mesurant la durée de la décharge des conducteurs reliés à un électroscope par les isolateurs préparés pour les expériences ; 2° en observant l'électromètre capillaire relié aux fils A et B sans faire écouler les liquides. Si l'écoulement est parfait et l'appareil soustrait à toute influence étrangère, le ménisque de l'électromètre reste au zéro pendant plusieurs minutes, lorsque l'électromètre est ouvert.

Tout contact des doigts pour ouvrir et fermer le circuit ou avec

les supports doit être rigoureusement évité. J'ai toujours eu soin de prendre les fils avec des plaques d'ébonite fixées à l'extrémité de pinces métalliques reliées constamment au sol.

5. *Préparation de la compensation.* — J'établis avant chaque expérience entre les point O et S, distants d'une longueur fixe sur un fil de platine très fin, une différence de potentiel d'un latimer-clark en opposant l'élément Latimer-Clark à une dérivation prise sur le circuit de trois éléments daniell. Le point O est fixé, le point S maintenu constamment en communication avec le sol appartient à un curseur mobile le long du fil. Le curseur, amené pendant les expériences à des distances variables de O, permet de porter l'une des pyramides à un potentiel dont la valeur est proportionnelle à la longueur du fil employé. Après chaque expérience, je ramène le curseur à la position qu'il occupait avant l'expérience et je vérifie que la différence de potentiel entre les deux points pris au début sur la dérivation des éléments Daniell est encore un latimer-clark.

6. *Expériences définitives.* — Les expériences définitives sont faites de la manière suivante : 1° les deux pyramides G et D sont entourées d'air : la pointe de l'électromètre est en communication avec A, la cuvette avec B; la communication de O avec les éléments Daniell est supprimée, l'électromètre est ouvert, l'écoulement a lieu des deux côtés dans l'air à l'intérieur des pyramides au potentiel zéro, le ménisque de l'électromètre reste au zéro. Je déplace alors le curseur de manière à porter le point O et par suite la pyramide G à un potentiel connu. La plus petite valeur que doit avoir le potentiel en O pour observer une déviation sensible du ménisque est la limite de sensibilité de l'appareil et la mesure de l'approximation. J'ai trouvé ainsi que l'approximation des résultats est au moins égale à $0^{volt},01$ et souvent à $0^{volt},005$.

Conservant l'air dans une des cloches, je remplace dans l'autre l'air par une proportion de plus en plus grande d'acide carbonique. L'acide carbonique employé était fourni par un appareil à production continue et purifié par son passage à travers : 1° un flacon contenant une dissolution de bicarbonate de soude pour retenir l'acide chlorhydrique entraîné; 2° un flacon contenant une dissolution d'azotate d'argent pour constater l'élimination de l'acide chlorhy-

drique; 3° un flacon rempli d'acide sulfurique pour dessécher le gaz avant son arrivée dans les cloches contenant les pyramides G et D. La composition de l'atmosphère dans laquelle a eu lieu l'écoulement des liquides était établie en dosant l'acide carbonique par la potasse avant et après chaque série d'expériences. La différence *d*, nulle au début, a une valeur sensible lorsque la proportion d'acide carbonique augmente d'un côté. Le ménisque quitte alors le zéro de l'électromètre, il y est ramené en établissant la dérivation sur les éléments Daniell et en déplaçant le curseur le long du fil OS. La différence de potentiel ajoutée est égale et de signe contraire à la différence cherchée.

Dans une série d'expériences, j'ai cherché quel est l'effet de la raréfaction de l'air d'un côté.

Les expériences ont été partagées en cinq groupes :

1° Air des deux côtés;

2° Proportion variable d'acide carbonique du côté G, air du côté G;

3° Acide carbonique des deux côtés en G et D.

4° Air du côté G, acide carbonique du côté D;

5° Air raréfié du côté D, acide carbonique du côté G.

7. *Résultats.* — Les résultats des expériences sont résumés dans les tableaux suivants :

1° Les gaz à l'intérieur des pyramides sont, à la pression atmosphérique :

Proportion d'acide carbonique à l'intérieur de la pyramide		Valeur de la différence de potentiel en volts
gauche G.	droite D.	$d = I_G \mid L + L \mid I_D$.
0	0	0
0,10 à 0,14	0	0
0,34	0	0
0,54	0	0
0,65	0	— 0,009
0,77	0	— 0,073
0,99	0	— 0,137
0,99	0,33	— 0,114
0,99	0,62	— 0,091
0,99	0,99	0
0,13	0,99	+ 0,137

2° Le gaz qui est à l'intérieur de la pyramide gauche est à la pression atmosphérique 762^{mm}; le gaz à l'intérieur de la pyramide droite est à une pression inférieure à la pression atmosphérique.

Proportion d'acide carbonique à l'intérieur de la pyramide		Pression de l'air à l'intérieur de la pyramide droite D.	Valeur de la différence de potentiel en volts $d = I_G \mid L + L \mid I_D$.
gauche G.	droite D.		
0,98	0	296^{mm}	$-0^v,137$
0,98	0	212^{mm}	$-0^v,137$

On voit que :

I. La différence *d* est nulle : 1° lorsque les gouttes liquides se forment des deux côtés dans l'air; 2° lorsque les gouttes se forment du côté gauche dans un mélange d'air et d'acide carbonique dont la proportion ne dépasse pas 0,50 et du côté droit dans l'air.

II. La différence *d* négative, lorsque l'écoulement a lieu du côté gauche dans un mélange d'air et d'acide carbonique, et du côté droit dans l'air, croît en valeur absolue de 0 volt à $-0^v,137$, lorsque la proportion d'acide carbonique augmente de 0,50 à 0,99.

III. La différence *d* diminue en valeur absolue lorsque l'écoulement a lieu du côté gauche dans l'acide carbonique, du côté droit dans un mélange d'air et d'acide carbonique dont la proportion est croissante.

IV. La différence *d* est nulle, lorsque l'écoulement a lieu des deux côtés dans l'acide carbonique.

V. La différence *d*, négative dans les cas précédents, est positive et atteint en valeur absolue la même limite que dans le cas I, lorsque l'écoulement a lieu du côté gauche dans l'air et du côté droit dans l'acide carbonique.

VI. La différence *d* est indépendante de la différence de pression des gaz dans lesquels l'écoulement a lieu, lorsque la différence de pression ne dépasse pas 762^{mm} — 212^{mm} = 550^{mm}.

8. *Résumé.* — En rapprochant les résultats obtenus par les deux méthodes, on voit : 1° que la différence *d*, nulle quand les mi-

lieux I_1, I_2 sont les mêmes, a une valeur notable, lorsqu'on substitue à l'air un mélange d'air et d'acide carbonique dont la proportion est comprise entre 0,50 et 0,99; 2° que le signe de d dépend du côté où est placée l'atmosphère d'acide carbonique; 3° que l'effet cesse lorsqu'on retire l'acide carbonique et lorsqu'on replace l'air.

1° J'ai constaté en outre qu'aucune altération chimique des métaux placés dans l'atmosphère d'acide carbonique n'est sensible. 2° En formant un condensateur successivement avec les différentes faces de la pyramide retirée de la cloche où avait été l'acide carbonique et un plateau de cuivre qui n'avait pas été exposé au même gaz, je n'ai trouvé, par la méthode développée dans le *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 65 et 326, aucune différence de potentiel entre les faces de la pyramide et le plateau; par conséquent, aucune altération permanente n'est appréciable.

9. *Conclusions.* — Je conclus de l'ensemble de ces expériences que la symétrie de l'appareil est détruite par la substitution de l'acide carbonique à l'air, que par suite le milieu isolant a une action propre dépendant de la nature de ce milieu et que l'hypothèse de Maxwell est vérifiée dans ses conséquences : tout se passe comme si une différence de potentiel existait au contact du liquide et du milieu isolant [1].

S.-P. LANGLEY et F.-W. VERY. — On the cheapest form of light (Sur la forme de lumière la plus économique).

On sait que, dans tous les procédés industriels de production de lumière, une grande partie de l'énergie est dépensée en pure perte, sous forme de chaleur, et que cette déperdition est d'autant plus grande que la température de la source est plus basse. Dans un Travail antérieur [2], M. Langley a montré que, dans les sources à basse température, telles que les bougies, les lampes à

(1) Les recherches ont été faites au Laboratoire de Physique de l'École Normale supérieure.

(2) *Science*, t. I, p. 481; 1883.

huile ou à gaz, plus de 99 pour 100 de l'énergie radiante sont perdues en tant que lumière et que, quoique plus faible, cette proportion est encore considérable dans les sources à température élevée comme les lampes à arc et à incandescence.

Tous les physiciens qui ont étudié la lumière émise par les animaux phosphorescents ont admis que, contrairement à ce qui a lieu dans les sources artificielles, cette lumière est produite sans chaleur obscure. Mais ces observateurs ont employé des appareils tels que le thermomètre et la pile thermo-électrique, dont la sensibilité est insuffisante.

MM. Langley et Very ont fait une longue et intéressante série d'observations au moyen du bolomètre et du spectroscope sur la lumière émise par le *Pyrophorus noctilucus* que l'on trouve abondamment à Cuba.

Ces recherches se divisent en deux parties :

1° Recherches photométriques;
2° Recherches thermiques.

Dans les observations photométriques, MM. Langley et Very, après avoir, au moyen de diaphragmes convenables, diminué l'éclat de la lumière solaire jusqu'à la rendre sensiblement égale à celle du *Pyrophorus*, ont comparé les spectres contigus produits par ces deux sources. Ils ont trouvé que le spectre solaire s'étend plus loin vers le rouge et le violet que le spectre de la lumière émise par l'insecte, mais que l'intensité de cette dernière lumière est beaucoup plus grande dans le vert que l'intensité de la lumière du Soleil. Le fait important à signaler, c'est que, si l'on forme les spectres de deux quantités égales de lumière provenant, l'une du Soleil, l'autre de l'insecte, le spectre de cette dernière se termine bien avant le rouge en un point où le spectre solaire est encore très visible. La lumière de l'insecte est donc dépourvue de rayons rouges et l'on est conduit à admettre qu'elle est également dépourvue de rayons infra-rouges, c'est-à-dire que l'on a affaire à de la lumière sans chaleur obscure.

Les auteurs ont ensuite cherché à fixer ce dernier point par des mesures thermiques effectuées avec le bolomètre. Pour cela, ils ont pris une flamme artificielle moins brillante que la portion lumineuse du corps de l'animal et occupant la même surface. sIl ont

trouvé qu'on ne pouvait constater aucune trace sensible de chaleur dans la partie infra-rouge du spectre de l'insecte, tandis que la chaleur existait d'une façon notable dans la portion infra-rouge du spectre de la flamme.

Les résultats ont été représentés par des courbes d'aires égales montrant une unité de chaleur répartie successivement dans le spectre calorifique du gaz d'éclairage, de l'arc électrique, du Soleil et du *Pyrophorus noctilucus*. Les longueurs d'onde sont portées en abscisses, les énergies calorifiques en ordonnées.

Ces courbes font voir nettement que, dans les trois premiers spectres, presque toute l'énergie existe à l'état de chaleur obscure et que la portion de chaleur lumineuse, c'est-à-dire celle qui est comprise entre $0^{\mu},4$ et $0^{\mu},7$, est très faible. Au contraire, dans le spectre du *Pyrophorus,* toute la chaleur est à l'état de chaleur lumineuse.

Les auteurs concluent en disant que cette lumière des insectes phosphorescents est plus économique que celle de toutes les autres sources, puisqu'elle ne contient aucun rayon calorifique obscur; ils ajoutent qu'on peut espérer trouver un procédé industriel permettant de produire de la lumière dans des conditions beaucoup plus avantageuses que celles que nous connaissons actuellement.

R. Paillot.

G. MELANDER. — De la dilatation des gaz à des pressions inférieures à la pression atmosphérique. Helsingfors, 1889.

Les coefficients de dilatation des gaz sont fonction de la pression; seul, l'hydrogène semble faire exception, du moins dans les limites restreintes entre lesquelles il a été étudié. Pour tous les autres gaz, depuis les pressions les plus basses sous lesquelles on ait opéré, le coefficient de dilatation croît constamment avec la pression, mais il peut, dans certains cas, présenter un maximum pour des pressions très considérables. Andrews l'a montré en opérant sur l'acide carbonique.

Les seules expériences relatives aux pressions inférieures à la pression atmosphérique sont celles de Regnault; elles n'ont porté que sur l'air et ne s'étendent pas au delà d'une pression de 109^{mm}.

De plus, à ce moment, les divergences entre les diverses séries d'expériences deviennent notablement plus grandes que sous la pression atmosphérique.

M. Melander s'est proposé de reprendre et de poursuivre beaucoup plus loin l'étude de la dilatation des gaz raréfiés. Il a mis en œuvre une méthode dont l'originalité consiste à ne plus nécessiter la mesure précise des pressions de la masse de gaz soumise à l'expérience. Le manomètre, pièce essentielle dans les appareils de Regnault, n'existe plus. Les pressions s'éliminent dans le calcul; dès lors, il n'est plus nécessaire, ni d'appliquer la loi de Mariotte, ni de connaître la véritable loi de compressibilité du gaz considéré.

L'auteur a imaginé d'équilibrer rigoureusement la pression de la masse de gaz soumise à l'expérience au moyen d'une masse gazeuse auxiliaire dont le volume, variable à volonté, et la température, maintenue constante, sont toujours exactement connus. Ces deux masses de gaz sont reliées chacune avec l'une des branches d'un tube en U, contenant du mercure. On est assuré que leurs pressions sont égales lorsque le mercure s'élève rigoureusement au même niveau des deux côtés. L'observation des niveaux se fait au moyen de pointes de verre noir soudées à l'intérieur de chaque branche et observées suivant le procédé du Bureau international des Poids et Mesures.

L'appareil pour l'étude de la dilatation sous pression constante échappe à la principale critique formulée contre l'appareil de Regnault. Ce n'est plus dans une cavité maintenue à la température ordinaire que vient se loger l'excès de gaz provenant de l'accroissement du volume. En se dilatant, le gaz se rend dans un second ballon primitivement rempli de mercure et prolongé par un tube calibré relié à une cuve à mercure mobile. Ce ballon est contenu dans une étuve à double enveloppe, montée sur la même chaudière que l'étuve du ballon principal. De la sorte la masse de gaz se trouve toujours tout entière portée à la température de la chaudière. De plus, l'accroissement de volume du gaz, en passant de 0° à 100°, n'est plus une quantité déterminée à l'avance par la position de deux repères fixes; le jeu de la cuvette mobile permet de faire varier ce volume et d'amener ainsi le mercure dans le tube en U rigoureusement au même niveau qu'au début. On peut donc

obtenir à 100° exactement la même pression qu'à 0°, puisque dans les deux cas cette pression est équilibrée par celle d'une masse gazeuse dont on peut maintenir invariables le volume et la température.

Dans la méthode à volume constant, on supprime le second ballon et, pour équilibrer la pression croissante de la masse gazeuse soumise à l'échauffement, on réduit progressivement le volume de la masse auxiliaire.

Pour ces deux méthodes, le mode de calcul est le même que celui de Regnault. Mais comme on a deux masses gazeuses, on obtient deux équations. En les divisant membre à membre, les pressions s'éliminent. L'équation finale se résout encore par approximations successives.

M. Melander publie le journal complet de ses observations. La méthode sous pression constante n'a pas donné des résultats très concordants, aussi sont-ils cités pour mémoire seulement.

Il en est tout autrement de la méthode sous volume constant. Les recherches ont porté sur l'air et l'acide carbonique; elles s'étendent depuis la pression atmosphérique jusqu'à une pression de 6^{mm} pour l'air et de 18^{mm} pour l'acide carbonique. Des déterminations nombreuses et bien concordantes montrent que le coefficient de dilatation sous volume constant présente pour ces deux gaz un *minimum;* il a lieu pour l'air à la pression de 170^{mm} et pour l'acide carbonique à celle de 55^{mm}.

En terminant, l'auteur s'appuie sur ce résultat, qu'au delà du minimum, aux pressions très faibles, le coefficient de dilatation croît lorsque la pression diminue, pour proposer une explication de la rotation des palettes dans un radiomètre.

EDGARD HAUDIÉ.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE;

T. XXXIX; 1890.

JOHN TROWBRIDGE et SAMUEL SHELDON. — Neutralisation de l'induction, p. 1.

Il est difficile de faire de la balance d'induction de Hughes ([1]) un instrument de mesure quantitative, parce qu'il est difficile de réduire le téléphone au silence absolu. On y parvient en n'introduisant dans le circuit du téléphone que des bobines dépourvues de self-induction (par exemple, on n'a qu'une self-induction négligeable avec une spirale plate de fil de cuivre, dont les spires sont éloignées l'une de l'autre de 4^{mm}, le diamètre du fil étant 2^{mm}, et qui a huit tours de spire). Une de ces bobines plates est mobile autour d'un axe situé dans son plan, en regard d'une des bobines du circuit principal. Quand les deux bobines sont à angle droit, l'induction mutuelle est nulle; elle est en général proportionnelle au cosinus de l'angle des plans des bobines.

On arrive avec ces précautions au silence parfait; on rétablit le silence troublé par l'interposition d'un disque métallique, par exemple, entre les bobines d'un des côtés de la balance, par une rotation d'un angle convenable donnée à la bobine mobile.

On peut appliquer ce dispositif à la neutralisation des effets d'induction produits dans un circuit téléphonique par un circuit voisin : on intercale dans ce dernier un shunt, en regard duquel on met une bobine plate mobile intercalée sur le circuit du téléphone; on peut régler la position de cette bobine, de manière à maintenir constamment le téléphone au silence.

ALFRED-C. LANE. — Évaluation de l'angle des axes optiques par des observations en lumière parallèle, p. 53.

La coloration d'une lame cristalline mince en lumière parallèle permet, quand on connaît son épaisseur, de calculer la différence des indices relatifs aux deux rayons qui l'ont traversée. On peut

([1]) MASCART et JOUBERT, *Électricité et Magnétisme*, t. II, p. 432.

ainsi déduire l'angle des axes optiques de la formule

$$o - e = \delta(\gamma - \alpha) \sin\theta \sin\theta' \text{ (}^1\text{)},$$

qu'on appliquera, par exemple, à une lame perpendiculaire à la bissectrice aiguë et à une autre perpendiculaire à la bissectrice obtuse. L'auteur discute le cas des systèmes orthorhombique et clinorhombique et fait des applications à divers minéraux.

R.-W. WILLSON. — Le champ magnétique dans le laboratoire de Physique de Jefferson, p. 87 et 456.

Ces Mémoires contiennent une étude de la distribution du magnétisme dans tout un bâtiment du laboratoire, dans la construction duquel on écarte soigneusement toute pièce en fer. Les tuyaux à gaz, les étuves, apportent des perturbations très importantes à cette distribution. Et le briquetage lui-même influe d'une manière beaucoup plus grande qu'on ne pouvait s'y attendre. Comme conclusion, l'auteur recommande l'usage exclusif du bois dans le parquetage et dans les piliers d'un observatoire magnétique.

A.-A. MICHELSON. — Mesures en longueurs d'onde, p. 115.

En comparant les instruments d'optique géométrique, tels que le télescope et le microscope, au réfractomètre interférenciel, on trouve des analogies remarquables, et l'on en conclut que dans bien des cas ce dernier instrument peut remplacer les autres, et avec avantage, tant qu'on ne recherche que la précision du pointé.

Une étoile donne dans un télescope, dont le miroir est supposé parfait, une image consistant en une série d'anneaux concentriques alternativement brillants et obscurs; en couvrant tout le miroir sauf deux fentes situées aux deux extrémités d'un même diamètre, on produit des franges d'interférence; l'image de l'étoile correspond à la frange centrale; la position de celle-ci peut être fixée avec beaucoup plus de précision que le centre des cercles dans le cas précédent, et de plus l'on n'a pas besoin ici d'avoir un miroir (ou un objectif) complètement dépourvu d'aberrations.

---

(1) MALLARD, *Cristallographie*, t. II, p. 116.

On répéterait pour le microscope ce qui vient d'être dit du télescope. On peut encore remplacer par un réfractomètre le spectroscope à réseau destiné à la mesure des longueurs d'onde.

Si deux rayons obliques, provenant de deux points différents du réseau, arrivent à l'œil avec la même phase, c'est qu'ils ont entre eux une différence de marche qui est un multiple entier de λ : c'est sur ce principe qu'est fondée la mesure de λ. On conçoit qu'on puisse dans un réfractomètre séparer un rayon en deux autres qui ne reviennent à l'œil qu'après avoir suivi des chemins de longueurs différentes, et mesurer les longueurs d'onde par ce procédé.

W. FERREL. — Loi du refroidissement de Weber, p. 137.

Weber a proposé pour exprimer la quantité totale d'énergie émise par une surface F à une température absolue T, la formule

$$S = CFT e^{aT}.$$

La constante a a été déduite des expériences de Schleiermacher, qui a opéré au moyen de mesures électriques, évaluant la température par la résistance de fils tendus dans le vide, et chauffés par le courant. Dès qu'on essaye d'appliquer la formule à d'autres expériences, comme celles de Rosetti, on trouve qu'elle ne convient plus; il faut prendre a d'autant plus grand que la température est plus basse. La raison du désaccord peut être attribuée en partie à ce fait que dans les expériences de Schleiermacher on n'avait pas un vide absolu, et que le rapport de la chaleur perdue par conductibilité à la chaleur perdue par rayonnement n'était pas négligeable; la conductibilité extérieure des fils métalliques dans l'air, même à très basse pression, croît en effet beaucoup avec la température.

ALBERT-A. MICHELSON. — Une expérience d'interférence très simple, p. 216.

C'est une modification de l'expérience des miroirs de Fresnel.

Un prisme rectangle de bois repose par une des faces du dièdre droit sur une lame de verre argenté, et sur l'autre face est fixée une seconde lame de verre argentée. On met un peu de cire molle sous le prisme de bois, de telle sorte qu'il soit légèrement incliné sur la première lame; les deux miroirs font alors un angle un peu

inférieur à 90°. Un rayon tombant sur l'un des miroirs sous un angle d'environ 45° est réfléchi sur l'autre et deux rayons qui, tombant sur les deux miroirs, arrivent, après une double réflexion, à converger en un point situé dans le plan qui contient le point lumineux et la ligne d'intersection des miroirs, y arrivent dans la même phase. Ce plan contiendra donc la frange centrale. M. Michelson emploie une lampe électrique à arc comme source lumineuse; cette disposition a l'avantage de n'exiger aucun réglage délicat.

JOHN-T. STODDARD. — Un appareil à ondes perfectionné, p. 218.

Une série de chevilles de bois noir, d'inégale hauteur, reposant sur une traverse horizontale, dessinent par leurs parties supérieures sur un cadre blanc la courbe représentative d'une onde de longueur déterminée. On a découpé une planche suivant une courbe dessinant une onde différente de la première : si l'on amène les extrémités inférieures des chevilles à reposer sur cette ligne courbe, leurs sommets dessineront la courbe figurant la combinaison des deux ondes.

CHARLES-S. COOK. — Étude en montagne du spectre de la vapeur d'eau, p. 258.

L'appareil employé est un spectroscope destiné à évaluer l'intensité des raies obscures. On compare une des raies du spectre de la vapeur d'eau avec les franges de diffraction que donne un fil de soie tendu dans la lunette au delà du foyer de l'oculaire; une vis permet de déplacer le long du tube le diaphragme qui porte le fil de soie, et de faire varier ainsi d'une façon continue l'intensité des franges de diffraction; on a de la sorte une échelle d'intensité arbitraire. Des observations comparatives ont été faites au sommet du mont Blanc (un des pics des Moosilankee Mountains) à 4811 pieds, et à une station située à une altitude de 3000 pieds de moins, durant plusieurs étés. L'appareil de la station supérieure donne toujours des raies moins intenses que l'autre; la différence entre les deux, presque nulle quand le temps est à la pluie, peut devenir très grande, par exemple au moment où le temps s'éclaircit à la suite d'un orage, surtout si l'on vise horizontalement. Alors le spec-

troscope supérieur n'indique plus de vapeur dans l'atmosphère, le spectroscope inférieur en indique encore. Les observations faites sous divers angles montrent en définitive que le spectroscope donne dans ces conditions la hauteur à laquelle s'élève la vapeur dans l'air, plutôt que l'humidité au point où l'on opère; et si, par un temps brumeux, on a une différence très faible entre les appareils placés aux deux stations, c'est que la hauteur où monte la vapeur est assez grande pour qu'auprès d'elle la distance verticale de 3000 pieds soit négligeable.

ALFRED-A. MAYER. — Expériences avec un pendule électrique servant à la démonstration des mesures électrostatiques en valeur absolue, p. 327.

Sur le potentiel électrique considéré comme la mesure d'un travail, p. 334.

Une sphère de liège de 1^{cm} de rayon, dorée, est suspendue par un système de deux fils dont la longueur est $3^m,64$; si elle est attirée par un corps électrisé, ce pendule s'écarte de la position verticale (les deux fils empêchent qu'il y ait torsion), et l'on observe le déplacement sur une échelle horizontale. On peut répéter et rendre visibles à un nombreux auditoire les expériences classiques d'électrostatique, et l'appareil donne une précision voisine de celle de la balance de Coulomb.

Dans une seconde Note, l'auteur remarque que, si une sphère électrisée, d'abord située à l'infini, se rapproche d'une autre sphère électrisée en suivant une droite Ox, on n'a qu'à porter en chaque point de cette droite une ordonnée égale à la force exercée quand la sphère mobile est en ce point, pour avoir une courbe dont l'aire représente le potentiel (1).

GEO-G. BECKER. — Preuve élémentaire de de la rigidité de la Terre, p. 336.

Sir W. Thomson a soumis au calcul le problème de la déformation d'un solide élastique ayant la forme de la Terre, sous l'action

(1) L'auteur cite une lettre du professeur B.-O. Peirce qui lui dit : « ... Votre façon de représenter ce fait que, dans le cas de deux sphères électrisées, la fonction potentielle est la mesure d'un travail, est nouvelle pour moi; et je suis convaincu qu'elle rendra service aux personnes qui, déjà familières avec les diagrammes indicateurs, se cassent la tête pour arriver à se faire une idée de l'emploi de la fonction potentielle », et il ajoute : « c'est cette opinion du professeur Peirce qui m'a déterminé à publier cette Note ».

de la Lune et du Soleil, et en a tiré des conclusions au sujet de la *rigidité* de la Terre. Ce Mémoire a été mal compris par les géologues, dont quelques-uns même, peu familiers avec les termes de la théorie de l'électricité, se sont fondés sur le titre seul du Mémoire de Thomson pour lui reprocher de dire que la Terre n'était susceptible d'aucune déformation, ce qui est si loin de la pensée de Thomson qu'au contraire il a précisément prétendu apprécier la grandeur de ses déformations. L'auteur se propose donc de donner un aperçu élémentaire de l'analyse de Thomson, afin de la mettre à la portée des géologues.

Le problème de la déformation d'une sphère élastique sous l'influence d'un corps extérieur tel que la Lune est entièrement analogue au problème des marées : on sait que, pour traiter ce problème, on substitue à la Lune réelle deux demi-lunes fictives situées à une distance de la Terre égale à la distance de la Lune réelle et de part et d'autre sur un même diamètre équatorial. Dans le problème actuel, la résistance à la déformation est supposée uniquement due à des forces élastiques au lieu d'être due à la gravitation. On trouve aisément que la sphère doit devenir un ellipsoïde dont l'ellipticité $1 - \frac{b}{a}$ a pour expression

$$e_s = \frac{1}{4u} \frac{3M}{2D^3} a^2 w,$$

où M est la masse de la Lune, D sa distance, a le rayon terrestre, w la densité moyenne de la Terre et u son module de rigidité. e_s est l'ellipticité calculée en supposant la Terre sphérique, incompressible, et en admettant que la tension exercée en un point quelconque du plan diamétral normal à la ligne joignant les deux demi-lunes est constante.

On a ainsi une première approximation. En supposant la tension constante dans ce plan diamétral, on a, il est aisé de le voir, diminué la valeur de e, et le nombre e_r obtenu par Thomson, en tenant compte de la variation de la tension, est

$$e_r = 1{,}05 e_s.$$

En outre la Terre est compressible ; de là une série de forces dirigées suivant les rayons, extensives dans l'intérieur d'un cône ayant pour axe le diamètre équatorial désigné, et compressives sur

le reste de la sphère; leur effet est encore d'augmenter l'ellipticité, et en en tenant compte on arrive à une valeur plus correcte

$$e_c = 1,09 e_s.$$

Jusqu'ici, on a laissé de côté l'attraction réciproque des diverses parties de la Terre. Si la Terre était une sphère fluide incompressible, mais dont les parties s'attirent mutuellement, l'attraction lunaire développerait une ellipticité

$$e_g = \frac{5a}{2g}\frac{3M}{2D^3} = 162.10^4 \frac{3M}{2D^3}.$$

Si la sphère devient compressible, l'ellipticité est réduite par là-même, mais elle n'est réduite que d'une fraction assez faible de sa valeur dans la supposition extrême où la sphère devient infiniment compressible.

Comparons l'ellipticité de sphéroïdes élastiques ayant respectivement la rigidité du verre, du cuivre et de l'acier, mais non pesants, à celle d'un sphéroïde liquide pesant, dont la constante de gravitation est l'accélération g. Nous trouvons que l'ellipticité est la même pour la sphère élastique de cuivre et pour ce liquide, qu'elle est moindre pour l'acier et plus grande pour le verre.

La Terre étant à la fois pesante et élastique, elle opposera à la déformation une double résistance : l'inverse de l'ellipticité vraie suivant le diamètre équatorial dirigé vers la Lune sera la somme des inverses $\frac{1}{e_c} + \frac{1}{e_g}$; quantité dont nous pouvons prendre $\frac{1}{e_s} + \frac{1}{e_g}$ pour valeur approchée.

Or cette ellipticité vraie nous sera donnée par l'étude des marées. Si la Terre était une masse fluide pesante sur laquelle serait répandue une couche d'eau constituant la mer, il n'y aurait pas de marée; si elle était, au contraire, infiniment rigide, il y aurait des marées lunaires normales de 4 pieds $\frac{3}{8}$ environ. On constate dans l'Océan des marées moyennes de 2 à 3 pieds : cela prouve une certaine rigidité; mais il ne faut pas comparer immédiatement ces nombres à ceux de la marée normale calculée pour l'état d'équilibre; car nous observons en fait des marées dynamiques, troublées par la rotation de la Terre, les inégalités du fond de la mer, et la présence des continents. Darwin a fait une discussion

approfondie de ces causes perturbatrices, et en a conclu que les marées à longues périodes, qui seraient très voisines des marées statiques pour une rigidité infinie, atteignent seulement les $\frac{2}{3}$ de leur valeur. On en déduit que la Terre a une rigidité voisine de celle de l'acier.

Les roches que nous trouvons à la surface ont sans doute une rigidité beaucoup moindre, mais il ne faut pas oublier qu'on a affaire à des forces énormes, sous l'action desquelles les corps les plus mous dans les conditions ordinaires, tels que la paraffine, arrivent à acquérir, comme l'ont montré les expériences du Dr William Hallock, une élasticité supérieure à celle de l'acier. Quant à l'objection provenant des grands bouleversements géologiques, il est aisé de répondre que si la Terre doit être assez élastique pour résister à des forces énormes changeant en direction constamment et tournant de 360° en vingt-quatre heures, cela n'empêche pas une grande plasticité sous l'action de forces infinitésimales agissant pendant des siècles.

C.-C. HUTCHINSON. — L'énergie radiante de la bougie-étalon et la masse des météores, p. 392.

De la quantité d'énergie provenant de la radiation d'une bougie étalon, on peut déduire la masse d'un météore dont on connaît la vitesse et dont on a mesuré l'éclat, si l'on admet qu'il se déplace avec une vitesse constante et que sa force vive est à chaque instant dépensée pour vaincre le frottement contre l'air et transformée intégralement en chaleur lumineuse. Un météore ayant l'éclat d'une étoile de première grandeur comme Véga, et durant deux secondes (parcourant par conséquent environ vingt-cinq milles par seconde), a une masse de 29^{mgr}.

EDWARD-L. NICHOLS. — Résistance électrique des alliages de ferro-manganèse et de cuivre, p. 471.

Le ferro-manganèse (contenant 79 pour 100 de manganèse), allié au cuivre, diminue son coefficient de variation de résistance avec la température. Les alliages ainsi formés, chauffés à 100° et refroidis à 20° un certain nombre de fois, deviennent chaque fois plus conducteurs, en même temps que leur coefficient de variation,

de négatif qu'il était d'abord, devient positif. Dans les conditions ordinaires, ils ont, en effet, la propriété d'avoir une conductibilité croissante avec la température comme les életrolytes, mais croissant d'une quantité très faible. M. Blood a reconnu la même propriété à certains alliages de nickel et de ferro-manganèse.

CARL BARUS. — Volume d'un fluide et sa relation avec la pression et la température, p. 478.

De très nombreuses expériences ont été faites sur la compressibilité de divers liquides : on les enfermait dans un tube ayant les dimensions d'un tube thermométrique, entouré d'une enceinte à température variable et où l'on pouvait exercer une pression énorme avec une pompe Cailletet.

La compressibilité paraît croître en raison inverse du binôme $1 + ap$, ce qui donne pour la relation entre le volume et la pression

$$\frac{v}{V} = lu(1 + ap)^{\frac{n}{a}}.$$

Cette formule paraît mieux représenter les courbes isothermes qu'une formule hyperbolique telle que

$$\frac{v}{V} = \mu p(1 + \nu p);$$

mais les deux formules cessent d'être applicables au delà de 310°. Dans les mêmes limites, la relation entre la pression et la température est linéaire, c'est-à-dire que les lignes isométriques sont des droites.

ALFRED-M. MAYER. — Sur un grand électromètre-balance à anneaux pour mesurer les pouvoirs inducteurs spécifiques et les potentiels, p. 513.

C'est un appareil de cuivre, formé d'un disque de mica argenté suspendu par une hélice de cuivre, à l'intérieur d'un anneau de garde, à quelque distance au-dessus d'un autre plateau de cuivre en communication avec le sol. En introduisant un plateau diélectrique entre les deux, on voit le plateau de mica se rapprocher du plateau inférieur.

BERNARD BRUNHES.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXII; février 1891.

Ch. Antoine. — *Tensions de vapeurs*, p. 281.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXX; décembre 1890

P.-A. Gray. — *Sur la théorie dynamique de l'action électromagnétique*, p. 441.

L. Rayleigh. — *Sur la théorie des forces superficielles*, p. 456.

G.-H. Bryan. — *Sur la déformation des lames soumises à une torsion*, p. 476.

J. Trowbridge. — *Mouvement des atomes dans les décharges électriques*, p. 480.

G. Gore. — *De l'influence plus considérable qu'exercent sur la force électromotrice d'une pile les premières quantités d'électrolyte*, p. 483.

P.-A. Gray. — *Sur la production magnéto-optique de l'électricité*, p. 494.

W. von Siemens. — *Sur le système général des vents sur la Terre*, p. 497.

5e série, t. XXXI; janvier 1891.

J.-H. Gladstone. — *Réfraction et dispersion du fluorbenzène et de composés voisins*, p. 1.

C. Barus. — *Équilibre chimique des solides, en relation avec la pression et la température*, p. 9.

W. Ellis. — *Variation diurne des éléments magnétiques; sa dépendance de la méthode de tabulation employée*, p. 36.

J.-H. Gladstone et W. Hibbert. — *Notes complémentaires sur les batteries secondaires*, p. 42.

C.-V. Boys, A.-E. Briscoe et W. Watson. — *Mesure de la radiation électromagnétique*, p. 44.

F.-J. Smith. — *Mesure de la durée de la perte d'aimantation dans un cylindre de fer aimanté*, p. 64.

Wiedemann's Annalen.

T. XLII, n° 1, 1891.

G. Hüfner et E. Albrecht. — *Transparence de l'eau pour la lumière de diverses longueurs d'onde*, p. 1.

S. ARRHENIUS. — *Passage de l'électricité à travers des vapeurs salines chaudes*, p. 18.

K.-R. KOCH. — *Sur un changement qu'éprouvent les électrodes par la polarisation et sur l'occlusion des gaz*, p. 77.

J. BERGMAN. — *La balance d'induction unie à un disjoncteur et à un galvanomètre*, p. 90.

E. LÉVAY. — *Rapport du travail du courant à l'énergie chimique dans les éléments galvaniques*, p. 103.

R. SISSINGH. — *Sur le phénomène magnéto-optique de Kerr pour une aimantation équatoriale du fer*, p. 115.

E. LECHER. — *Mesure des constantes diélectriques au moyen des vibrations de Hertz*, p. 142.

H. RUBENS. — *Sur les ondes électriques stationnaires dans un fil et leur mesure*, p. 154.

A. ELSAS. — *Mesures de résistance avec l'inducteur différentiel*, p. 165.

L. NATANSON. — *Remarques thermodynamiques*, p. 178.

P. DRUDE. — *Mesure des constantes optiques du cobalt*, p. 186.

K. PRYTZ. — *Trompe à mercure intermittente*, p. 191.

N° 2, 1891.

A. OBERBECK. — *Action du courant électrique sur des couches précipitées très minces*, p. 193.

A. OBERBECK et J. EDLER. — *Sur les forces électromotrices des piles*. p. 209.

G. WIEDEMANN. — *Sur l'évaluation de l'ohm*, p. 227.

W. v. SIEMENS. — *Système général des vents à la surface de la Terre*, p. 257.

J. STEFAN. — *Théorie de la formation de la glace, notamment dans les mers polaires*, p. 269.

H. BRÜCKNER. — *Frottement intérieur des dissolutions salines*, p. 287.

H. KAYSER. — *Origine des spectres de lignes et des spectres de bandes*, p. 310.

S. CZAPSKI. — *Double réfringence des plaques de verre rapidement refroidies*, p. 319.

S. CZAPSKI. — *Sur la direction des lignes focales dans des faisceaux optiques infiniment minces*, p. 332.

A. APPUNN. — *Sur les sons de combinaison ou d'addition*, p. 338.

CARLO DEL LUNGO. — *Sur la pression et le volume spécifique de la vapeur saturée*, p. 344.

M. MARGULES. — *Remarques sur le Mémoire de M. Galitzine :* Sur la loi de Dalton, p. 348.

GG. H. ZAHN. — *Mesure de la résistance du bismuth avec des courants constants ou oscillants*, p. 351.

FERMAT. — **Œuvres de Fermat**, publiées par les soins de MM. *Paul Tannery* et *Charles Henry*, sous les auspices du MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE. In-4.

TOME I : *Œuvres mathématiques diverses. — Observations sur Diophante.* Avec 3 planches en Photoglyptographie (Portrait de Fermat, fac-similé du titre de l'édition de 1679, et fac-similé d'une page de son écriture); 1891. 22 fr.

TOME II : *Correspondance de Fermat.* (*Sous presse.*)

TOME III : *Traductions des écrits latins de Fermat, du* « Commercium Epistolicum » *de Wallis, de l'* « Inventum novum » *de Jacques de Billy. — Suppléments à la Correspondance.* (*En préparation.*)

LODGE (O), Professeur à l'University College de Liverpool. — **Les théories modernes de l'Électricité.** *Essai d'une théorie nouvelle.* Traduit de l'anglais et annoté par *E. Meylan*, Ingénieur civil. In-8, avec fig.; 1891. 5 fr.

Une idée domine cette importante étude : tous les phénomènes électriques et magnétiques proviennent de modifications, de perturbations d'un milieu qui est en relation étroite avec l'éther luminifère. Cette théorie est fondée sur une conception dualistique de l'éther et, conforme en cela aux idées de Faraday, de Maxwell et de sir W. Thomson, elle rejette au second plan les phénomènes de charge, de courant et de pôles magnétiques, pour s'attacher surtout au milieu qui est le véritable siège des forces ou qui les transmet. Le livre de M. Lodge cherche à parler à l'imagination et aux yeux par des symboles matériels, au lieu d'établir les équations des phénomènes; il est éminemment suggestif et intéresse tous ceux qui s'occupent de cette partie de la Physique.

L'édition française conserve, avec un rare bonheur, le caractère humoristique cher à quelques savants d'outre-Manche. Le traducteur l'a complétée par des notes qui suppléent à ce que le texte a parfois de trop sommaire et qui rectifient de légères inexactitudes de detail.

JUPTNER DE JONSTORFF (Baron Hanns). — **Traité pratique de Chimie métallurgique.** Traduit de l'allemand par E. VLASTO, Ingénieur civil. Grand in-8, avec nombreuses figures et 2 planches; 1891..... 10 fr.

WYROUBOFF (G.). — **Manuel de Cristallographie.** *Détermination des formes cristallines.* In-8, avec figures dans le texte et 6 planches en taille-douce; 1889.. 12 fr.

Ce Livre ne remplace aucun des nombreux Traités et Manuels de Cristallographie publiés jusqu'à ce jour; il a la prétention beaucoup plus modeste de combler une lacune qui existe dans la plupart d'entre eux. En effet, il s'adresse beaucoup moins à ceux qui veulent devenir cristallographes qu'aux nombreux savants pour lesquels la Cristallographie n'est qu'un moyen de déterminer et de décrire les espèces. C'est, en réalité, un Manuel pratique de la détermination des formes cristallines.

Nous espérons que ce travail popularisera le calcul cristallographique parmi les jeunes chimistes qui seront mis à même de décrire exactement la forme des innombrables substances qui sortent de leurs laboratoires, et qui, parfois accidentellement obtenues, difficiles à reproduire ou rapidement décomposées, sont perdues pour l'étude; il permettra, d'autre part, aux physiciens de relier eux-mêmes la propriété qu'ils découvrent à la symétrie qui appartient à l'enveloppe cristalline.

Enfin ce Manuel pourra rendre également des services aux candidats à la licence ès Sciences physiques, qui y trouveront, notamment, de nombreux modèles de calcul, disposés de façon à faire passer en revue la plupart des cas qui se présentent, et à n'exiger d'autre connaissance mathématique que celle du maniement d'une Table de logarithmes.

Le point de vue purement pratique qui a guidé l'Auteur n'exclut pas les considérations théoriques : aussi a-t-il insisté sur tout ce qui a trait au choix des axes coordonnés et de la forme primitive, aux formes limites et pseudo-symétriques. Ce sont en effet des questions qui ne préoccupaient nullement les anciens cristallographes et qui jouent actuellement un rôle considérable dans la Science.

TABLE DES MATIÈRES.

FÉVRIER 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

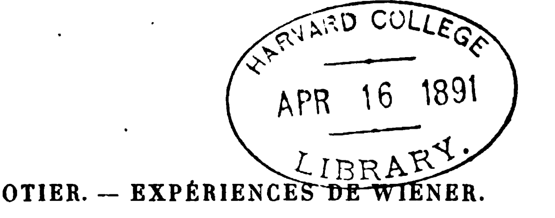
ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE,
B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN,
DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ,
GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ,
JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN,
J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON,
RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — MARS 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.



OBSERVATIONS SUR LES EXPÉRIENCES DE M. O. WIENER;

PAR M. A. POTIER.

Ce journal a publié une analyse d'un très intéressant Mémoire de M. O. Wiener (¹), dans lequel est traitée la question de l'orientation de la vibration dans la lumière polarisée; sujet qui à ce propos a été l'objet de Communications importantes de M. Poincaré et de M. Cornu (²) à l'Académie des Sciences. On a cru utile de résumer ces discussions pour les lecteurs du journal, en y ajoutant quelques éclaircissements.

I. Les expériences de M. Wiener montrent qu'au voisinage d'une surface réfléchissante l'onde stationnaire résultant de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie, sous une incidence de 45°, a une action photographique constante, c'est-à-dire indépendante de la distance au miroir, quand la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, tandis qu'elle présente des maxima et minima lorsque le plan de polarisation est parallèle à ce plan d'incidence.

En cherchant à remonter des effets aux causes, on est naturellement porté à attribuer l'action photographique à la vibration de l'éther, et à admettre, comme on a tout droit de le faire quand on photographie un phénomène d'interférence ordinaire, entre deux ondes pseudo-parallèles, que l'impression est constante quand la valeur moyenne, pendant une période, du carré de l'amplitude est elle-même constante, tandis que cette impression présente des maxima et minima lorsque cette valeur moyenne varie avec la distance au miroir.

Ceci admis, la perpendicularité de la vibration au plan d'incidence est démontrée; mais a-t-on des raisons suffisantes de l'admettre?

A l'appui de cette manière de voir, on peut invoquer une autre expérience de M. Wiener, qui montre que sur la surface même du

(¹) *Voir* p. 40 de ce volume.

(²) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXII, p. 186, 325, 365 et 456.

miroir l'action photographique est nulle, lorsque l'incidence est normale; en faisant encore la même hypothèse, ceci démontrerait que la surface réfléchissante est un nœud ou plan d'amplitude minima; réciproquement, si l'on admet que cette surface est un nœud, on devra conclure que l'impression photographique est, comme on l'a supposé, liée à l'amplitude; a-t-on des raisons suffisantes de l'admettre?

Pour tirer de ces très remarquables expériences une conclusion relative à la direction de la vibration, il est donc nécessaire d'être fixé sur l'un ou l'autre de ces points; et la réponse à ces questions n'est pas évidente *a priori*.

Une comparaison empruntée à l'Acoustique fera ressortir la difficulté. Lorsqu'une série périodique d'ondes se propage dans un tuyau indéfini, ou dans l'espace, on peut mettre en évidence la propagation par deux moyens : ou bien constater (par la membrane de Savart) l'existence du mouvement de l'air, ou bien constater (par une capsule de Kœnig) l'existence de variations de la pression; bien que ces deux appareils aient des fonctions tout à fait différentes, ils donnent l'un et l'autre une idée de l'intensité du son, leurs indications croissent et décroissent en même temps; le déplacement et les variations de la pression n'ont pas la même phase, mais leurs amplitudes restent proportionnelles. Lorsqu'au contraire on étudie une onde stationnaire, ou l'état de l'air dans un tuyau, les deux appareils cessent d'être d'accord : l'un ne marque qu'aux ventres, l'autre aux nœuds. Leurs indications ne sont pas en effet déterminées par l'intensité du son, ou quantité d'énergie transmise par unité de surface, mais par un seul des facteurs de cette énergie, et ce facteur n'est pas le même pour les deux appareils. On conçoit donc qu'une distinction analogue puisse être faite en Optique, et la possibilité de deux genres d'appareils, l'un sensible aux déplacements de l'éther, l'autre aux variations des forces élastiques qui déterminent la propagation de ces mouvements; si ces appareils reçoivent l'onde provenant d'une source, ils accuseront tous deux l'intensité, tandis que, placés dans un milieu siège d'une onde stationnaire, ils subiront des actions différentes; et la véritable question à résoudre est celle-ci : la pellicule de M. Wiener est-elle impressionnée aux nœuds ou aux ventres? est-elle sensible aux déplacements, ou aux variations de

la force, ou à un autre élément? Si elle est impressionnée aux nœuds, la seconde expérience, sous l'incidence normale, prouvera que la surface réfléchissante est un ventre, et la première ne donnera pas d'indication sur l'interférence des déplacements, puisque la plaque y est insensible; sa signification sera autre, et sera même que la vibration est dans le plan d'incidence, comme il sera expliqué plus tard.

II. Il faut donc s'adresser à des considérations tout à fait étrangères aux expériences, pour en tirer une conclusion, et trouver ailleurs une réponse aux questions posées. Fresnel l'a cherchée dans la théorie de l'aberration, dans celle de la double réfraction, et enfin dans celle de la réflexion. L'argument tiré de la théorie de l'aberration, la confirmation éclatante par M. Fizeau des idées de Fresnel sur l'entraînement de la matière pondérable ont déterminé, en France au moins, une adhésion unanime à la doctrine de Fresnel, c'est-à-dire à l'inégalité de densité de l'éther du vide et du milieu vibrant dans les corps transparents, à l'égalité d'élasticité, entraînant la perpendicularité de la vibration au plan de polarisation; et les travaux des savants les plus éminents, de Cauchy, de Stokes, de M. Sarrau, de M. Boussinesq, de Lorenz, de Lord Rayleigh, et tout récemment de Sir William Thomson, tendent tous à prouver que si l'on doit chercher à perfectionner l'œuvre de Fresnel, en rendant plus rigoureux ses raisonnements et en tenant compte des progrès faits dans la théorie de l'élasticité, les grandes lignes doivent en être conservées. Malgré tous ces travaux, une démonstration directe de la perpendicularité manque, et on peut même supposer qu'elle manquera toujours; mais il est permis de croire que la théorie de la densité uniforme pourra être prise en défaut, comme l'a été celle de l'émission, et sera par là éliminée; pour beaucoup de physiciens, l'expérience de M. Fizeau reste inexplicable dans la théorie de Neumann et Mac Cullagh, et le choix ne peut être douteux.

Malgré cela, j'ai cru que l'étude de la réflexion métallique pouvait fournir un argument utile. Considérons le cas simple de l'incidence normale; les principes communs à toutes les théories demandent d'abord la continuité des déplacements, de sorte que le mouvement réfracté est, à la surface même, la résultante des

mouvements réfléchi et incident, et le carré de son amplitude a_1 est donné par la formule bien connue

$$a_1^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi\varphi,$$

où a et a' sont les amplitudes incidente et réfléchie, et φ la différence de phase.

Lorsque le pouvoir réflecteur du métal est grand, les amplitudes a et a' sont très voisines en valeur absolue; la grandeur du mouvement réfracté dépend presque uniquement de la différence de phase. Un phénomène analogue se présente dans la réflexion totale. Soit une vibration parallèle à la surface; pour l'angle d'incidence tel que $\sin i = n$, les deux expressions de l'amplitude réfléchie $-\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$ (théorie de Fresnel) et $\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}$ (théorie de Neumann) deviennent égales à l'unité; l'amplitude réfractée est le double de l'incidente; cette amplitude diminue jusqu'à zéro quand l'incidence augmente jusqu'à être rasante; la différence de phase varie donc de zéro à $\frac{1}{2}$; pendant ce temps l'exposant

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\sin^2 i - n^2}$$

de l'exponentielle e^{-kz}, qui représente le décroissement de l'amplitude réfractée avec la distance à la surface, va en augmentant.

On pourrait donc concevoir une réflexion métallique énergique, toujours pour la vibration perpendiculaire au plan d'incidence, avec une amplitude réfractée et, par suite, une différence de phase $2\pi\varphi$ très variable; mais, dans la réflexion métallique, la cause de l'affaiblissement de l'amplitude, à mesure que le mouvement pénètre dans le métal, est différente de ce qu'elle est dans la réflexion totale; sous l'incidence normale en particulier, on ne peut l'attribuer à l'absence d'enveloppe des ondes élémentaires d'Huygens; il semble évident que le métal s'échauffe aux dépens de la force vive de l'éther, et la rapide diminution de la lumière transmise par des lames minces d'épaisseurs croissantes prouve, notamment pour l'argent, que le pouvoir extincteur (tout à fait différent du pouvoir absorbant qui est défini en chaleur rayonnante par $a^2 - a'^2$) est considérable, et que dans un temps très court le métal convertit en chaleur la plus grande partie de l'énergie qui est transmise à sa surface. Quand le pouvoir réflecteur est très

grand, comme pour l'argent, le métal s'échauffe peu, malgré son grand pouvoir extincteur : il semble donc nécessaire que l'amplitude réfractée à la surface soit une faible fraction de l'amplitude incidente.

Ces considérations me semblent des arguments sérieux en faveur de l'idée acceptée par M. Wiener, que la surface de l'argent est un nœud sous l'incidence normale. Mais il faut remarquer que, ce point une fois admis, les faits antérieurement connus suffisaient pour faire rejeter la théorie de Neumann.

En effet, les anneaux colorés produits sur l'argent (Arago) ont le même caractère que ceux produits sur une lame de verre et présentent une tache centrale noire; si la surface de l'argent est un nœud, il en est de même de la surface du verre dans la réflexion de l'air sur le verre. Or la théorie de Neumann conduit au résultat opposé; dans cette théorie l'équation de continuité $a_1 = a + a'$ est la même que dans celle de Fresnel, mais l'équation dite *des forces vives* devient

$$\lambda(a^2 - a'^2) = \lambda_1 a_1^2 \qquad \text{ou} \qquad n(a^2 - a'^2) = a_1^2$$

à cause de l'égalité des densités; il en résulte une valeur positive pour a' quand n est plus grand que 1, c'est-à-dire un ventre à la surface du verre, contrairement au principe admis.

Il y a plus : en dehors de toute théorie de la réflexion, l'expérience des trois miroirs de Fresnel est la contrepartie de celle de M. Wiener; la présence d'une frange centrale noire montre en effet que, pour la lumière polarisée dans le plan d'incidence, la vibration doit être perpendiculaire ou parallèle à ce plan, suivant que sa composante parallèle à la surface du miroir intermédiaire change ou non de signe par réflexion sur ce miroir; en admettant, d'après le raisonnement ci-dessus, le changement de signe par réflexion sur le verre (dans les expériences de Fresnel, l'incidence a varié de 10° à 75°), la perpendicularité de la vibration au plan de polarisation en résulte nécessairement.

---

(1) Il ne s'agit, pas plus ici que dans la théorie des tuyaux, de ventres ou nœuds absolus.

(2) *Voir* MASCART, *Journal de Physique*, 2e série, t. VII.

III. Quant à la signification de ces expériences, dans l'hypothèse où la surface de l'argent est un ventre, elle est facile à saisir; les franges obtenues montrent que la pellicule est impressionnée aux nœuds, sous l'incidence normale; dans la question d'Acoustique correspondante, on en déduirait que la plaque est impressionnée aux points où la dilatation est maximum, et que ce sont les changements de pression qui déterminent l'action; dans le langage employé par M. Poincaré, ce serait la valeur de l'énergie potentielle localisée qui serait à considérer. Pour faire comprendre ce terme, une digression sera utile.

Lorsqu'une onde se transmet d'une partie d'un milieu à l'autre à travers une surface S', on peut considérer le mouvement à l'extérieur de S comme résultant des forces élastiques développées sur cette surface. Le travail de ces forces par unité de temps est l'équivalent de l'énergie cédée par la source et donne, en le rapportant à l'unité de surface, l'intensité du son ou de la lumière; dans le cas d'un mouvement périodique, il est la valeur moyenne de la somme de la demi-force vive ou énergie cinétique d'un volume ayant l'unité de surface comme base et la longueur d'onde comme hauteur, et du travail nécessaire pour amener de l'état de repos à son état actuel de déformation, mais sans vitesse, la substance qui occupe ce volume, c'est-à-dire de l'énergie potentielle; quand on a affaire à une onde stationnaire, la somme de ces deux quantités d'énergie est la même pour tous les points du milieu: aux ventres, l'énergie potentielle est nulle, l'énergie cinétique est maximum, l'inverse a lieu aux nœuds; on interprétera donc l'expérience de M. Wiener en supposant que l'action photographique dépend de la valeur moyenne de l'énergie potentielle au point où la pellicule est placée. Il ne reste plus qu'à rechercher comment varie cette énergie ou valeur moyenne de déformation dans l'expérience sous l'incidence à 45°; un calcul (1) qu'il est impossible de reproduire ici montre que, pour des vibrations parallèles au plan d'incidence, cette énergie reste constante et qu'elle présente au contraire des maxima et minima quand la vibration est dans le plan d'incidence.

(1) Le lecteur désireux d'approfondir la question devra se reporter à la *Théorie mathématique de la lumière*, par M. Poincaré.

IV. Une autre interprétation a été présentée par M. Cornu; on sait que, lorsqu'un solide se déforme, on peut représenter la déformation en imaginant que chacun de ses éléments soit comprimé ou dilaté suivant trois directions rectangulaires, puis tourne autour d'un axe (¹); on peut porter sur cet axe une longueur égale à la rotation, et l'on aura ainsi en chaque point du solide une droite représentative, par sa grandeur et sa direction, de la rotation; dans le cas où la déformation est un simple glissement suivant des plans parallèles, comme dans la propagation des ondes planes, l'axe de rotation est dans le plan de l'onde, perpendiculaire à la vibration, et sa grandeur est proportionnelle au glissement relatif, ou dérivée du déplacement par rapport à la normale à l'onde prise dans le sens de sa propagation; lorsque deux ondes coexistent, on obtient l'axe de rotation résultant, en grandeur et en direction, en composant comme des forces les rotations dues à chacune d'elles, comme Poinsot l'a montré. Par exemple, dans le cas d'une onde stationnaire produite par réflexion normale, si la surface réflé-

---

(¹) Lamé a le premier introduit les quantités a, b, c dans la théorie de l'Élasticité sans indiquer leur signification physique. Von Helmholtz (*Journal de Crelle*, t. V, p. 55; 1858) a, je crois, le premier donné le nom de *rotation* à la grandeur dont elles sont les composantes. Voici la justification de ce nom; les composantes du déplacement relatif de deux points dont les coordonnées diffèrent de δx, δy, δz sont respectivement

$$\frac{\partial u}{\partial x}\delta u + \frac{\partial u}{\partial y}\delta y + \frac{\partial u}{\partial z}\delta z,$$

et les expressions semblables en v et w. On peut toujours considérer la déformation du milieu comme résultant de dilatations h_1, h_2, h_3 suivant trois droites perpendiculaires entre elles, et ayant pour cosinus directeurs $l_1, m_1, n_1, l_2, m_2, n_2, l_3, m_3, n_3$, et d'une rotation d'un angle ω, autour d'un axe parallèle à la direction α, β, γ; en effet, la différence primitive δx des abscisses de deux points devient par ces déformations successives

$$\begin{aligned}\delta x + h_1 l_1(l_1\,\delta x + m_1\,\delta y + n_1\,\delta z) + h_2 l_2(l_2\,\delta x + m_2\,\delta y + n_2\,\delta z)\\ + h_3 l_3(l_3\,\delta x + m_3\,\delta y + n_3\,\delta z) + \omega(\beta\,\delta z - \gamma\,\delta\gamma).\end{aligned}$$

En égalant ces deux expressions des variations de δx, δy et δz

$$2\omega\beta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \qquad 2\omega\gamma = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \qquad 2\omega\alpha = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z},$$

c'est-à-dire les équations (1), (2) et (3), en appelant a, b, c les composantes suivant les axes, d'une longueur 2ω portée sur la direction (α, β, γ).

Quant aux équations (4), (5) et (6) elles se trouvent dans tous les Traités d'Élasticité, et dans le *Traité de Physique* de M. Violle, comme équations différentielles des mouvements sans dilatation.

chissante est un nœud, les deux rotations s'ajoutent simplement (à cause du renversement de la direction de propagation) sur cette surface; si elle est un ventre, elles se retranchent; et d'une manière générale, le long d'une normale à cette surface la rotation, toujours perpendiculaire à la vibration, parallèle à la surface, est encore proportionnelle à la dérivée par rapport à la normale de la vibration résultante.

Si une onde incidente et l'onde réfléchie sous une incidence de 45° se superposent, deux cas sont à distinguer : 1° vibrations parallèles au plan d'incidence, à angle droit l'une sur l'autre, non susceptibles d'interférer; les rotations sont de même direction, perpendiculaires au plan d'incidence et interfèrent, elles sont maxima et minima sur des plans parallèles à la surface; 2° vibrations perpendiculaires au plan d'incidence, susceptibles d'interférer; les axes de rotation dirigés dans le plan d'incidence sont à angle droit, et la rotation résultante a une valeur moyenne constante dans tout l'espace.

Si la pellicule est sensible aux rotations, et non aux déplacements, les expériences de M. Wiener donneront un ventre à la surface de l'argent, et les vibrations parallèles au plan de polarisation; on retombe sur les conséquences qu'on peut tirer de la manière de voir de M. Poincaré, ou du moins d'une des hypothèses présentées par ce savant.

Dans les interférences ordinaires, ondes pseudo-parallèles, ces axes font le même angle que les vibrations; on peut dire que les rotations interfèrent comme les vibrations, et rien n'empêcherait de prendre comme mesure de l'intensité une quantité proportionnelle au carré de la valeur moyenne des rotations. L'extrémité de l'axe décrit une ligne droite quand la vibration est rectiligne, une ellipse quand elle est elliptique; les rotations se propagent avec la même vitesse et suivant les mêmes lois que les vibrations, et le calcul montre que dans les milieux isotropes elles satisfont aux mêmes équations différentielles que les vibrations transversales. On pourrait donc refaire une théorie de la lumière, en attribuant aux rotations seules les phénomènes lumineux, se baser sur la constance de la vitesse du rayon ordinaire et sur les propriétés de la tourmaline pour prétendre que la rotation doit conserver une orientation constante par rapport à l'axe et lui être perpen-

diculaire, ce qui mettrait la vibration dans le plan de polarisation. Ce ne serait qu'un exercice d'Analyse roulant sur des équivalences cinématiques; on s'explique ainsi comment il est possible de se rendre compte d'un très grand nombre de phénomènes sans spécifier la direction de la vibration. Mais les deux hypothèses cessent d'être équivalentes dès que l'on introduit des considérations *mécaniques* et qu'on recherche les forces mises en jeu par la déformation du milieu, ce qui est indispensable pour édifier une théorie mécanique de la réflexion ou de l'influence du mouvement de la matière pondérable.

V. Pour préciser le sens de ces expressions, examinons les formules de Fresnel et de Neumann pour la réflexion; dans les unes (F), la continuité est admise pour la composante de la vibration parallèle à la surface; dans les autres (N), pour la vibration elle-même. C'est ce dernier point qui a séduit quelques esprits; mais, si l'on examine les conséquences de ces formules pour les rotations, on trouve que les formules (F) établissent la continuité pour la rotation, les autres (N) pour la composante normale de cette rotation seulement; l'équivalence au point de vue cinématique est rétablie. On peut établir ce point par vérification directe, mais la démonstration suivante a l'avantage de montrer la nécessité de cette équivalence. Si a, b, c sont les composantes de la rotation (doublée), on a par définition

$$a = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \tag{1}$$

$$b = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \tag{2}$$

$$c = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{3}$$

et en même temps, pour chaque milieu,

$$-\frac{4\pi^2 u}{\lambda^2} = \frac{\partial b}{\partial z} - \frac{\partial c}{\partial y}, \tag{4}$$

$$-\frac{4\pi^2 v}{\lambda^2} = \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial z}, \tag{5}$$

$$-\frac{4\pi^2 w}{\lambda^2} = \frac{\partial a}{\partial y} - \frac{\partial b}{\partial x}. \tag{6}$$

Soit $z = 0$ la surface réfléchissante; si u et v sont continus, les

rotations a, b restent finies et c est fini et continu des deux côtés de la surface; si de plus w est continu, $\frac{w}{\lambda^2}$ est discontinu et a et b le sont aussi (6) (formules de Neumann), tandis que si w est discontinu, mais $\frac{w}{\lambda^2}$ ou $n^2 w$ continu, a et b seront également continus.

La difficulté du problème de la réflexion est la suivante. Les physiciens répugnent à toute théorie dans laquelle interviennent des ondes longitudinales, soit ordinaires (Thomson), soit évanescentes (Cauchy), et d'un autre côté les conditions mécaniques (égalité des déplacements et des forces élastiques) de la réflexion ne peuvent être remplies si l'on ne fait pas intervenir ces ondes; cette difficulté disparaît si l'on admet que les propriétés du milieu vibrant ne changent pas brusquement, mais rapidement au voisinage de la surface réfléchissante.

Cette hypothèse *mécanique* faite, les u, v, w, a, b, c doivent rester finis, mais peuvent éprouver des variations rapides dans l'épaisseur de la couche de passage. Les équations (1) et (2) montrent alors que $\frac{\partial v}{\partial z}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ doivent rester finis, c'est-à-dire que u et v doivent être continus [et par suite c à cause de (3)], mais aucune condition n'en résulte pour $\frac{\partial w}{\partial z}$; rien ne s'oppose donc à la discontinuité de w admise par Fresnel; les équations (4), (5) et (6), qu'on *suppose* s'appliquer dans la couche de passage, exigent que a et b soient aussi continus; on retrouve ainsi les valeurs de Fresnel, et, en les introduisant dans l'équation des forces vives, on voit que celle-ci ne peut être vérifiée qu'en supposant la densité proportionnelle à n^2 ou l'élasticité la même dans les deux milieux. Cette hypothèse a d'autant plus de valeur que, en supposant à la couche de passage une épaisseur finie, mais très petite par rapport à la longueur d'onde, on en conclut les formules de la réflexion elliptique, avec un coefficient d'ellipticité inversement proportionnel à la longueur d'onde.

Les équations (4), (5), (6) ne sont que la transformation des équations des petits mouvements des solides élastiques dans lesquelles on suppose $(\Lambda + 2\mu) = 0$ [1]; dans ce cas les équations

[1] On écrit Λ pour qu'il n'y ait pas de confusion avec la longueur d'onde.

générales prennent la forme

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mu\left(\frac{\partial b}{\partial z} - \frac{\partial c}{\partial y}\right). \tag{7}$$

Supposer qu'elles s'appliquent encore dans la couche de passage, c'est supposer implicitement que les réactions élastiques y sont régies par les mêmes lois que dans un milieu homogène et isotrope, que le coefficient μ y est constant, et que si la longueur d'onde λ varie dans (4), (5), (6), c'est la variation de ρ seule qui en est cause; il est donc naturel de retrouver explicitement l'égalité de l'élasticité, et la variation de la densité, quand on examine les conséquences tirées de ces équations.

On pourrait retrouver les formules de Neumann, en admettant que dans la couche de passage les équations à satisfaire sont

$$\rho \frac{\partial^2 u}{dt^2} = \frac{\partial(\mu b)}{\partial z} - \frac{\partial(\mu c)}{\partial y}; \tag{8}$$

mais ces équations ne sont pas celles qui conviendraient à un milieu dont l'élasticité serait variable et la densité constante, ainsi qu'on peut s'en convaincre en remontant à l'origine de ces équations et faisant dans les expressions des N_i, T_i (¹), $\Lambda + 2\mu = 0$, et μ variable.

On conclut de là que les équations (8) n'ont pas de raison d'être mécanique dans la théorie de l'éther élastique; l'hypothèse de la couche de passage ne donne de résultats conformes à l'expérience qu'à la condition de l'appliquer à l'éther de Fresnel, c'est-à-dire à un fluide dont l'inertie apparente seule est modifiée, dans les corps transparents, par la présence de la matière pondérable.

C'est encore par des considérations mécaniques, tirées des conditions à remplir à la surface de deux milieux transparents, que l'on peut arriver comme au § II à faire un choix entre les deux directions admissibles *a priori* pour la vibration dans la lumière polarisée.

Dans la théorie électromagnétique de la lumière, les relations entre les courants dans le diélectrique et la force magnétique sont de la même forme que les relations entre la vibration et la rotation dans la théorie actuelle des ondulations; et s'il n'y a pas

(¹) *Voir* Lamé ou Violle (*loc. cit.*).

la même ambiguité, c'est qu'on est fixé par les hypothèses fondamentales aussi bien sur le rôle des appareils récepteurs que sur les conditions à la surface des conducteurs.

Pendant l'impression de cette Note, M. Poincaré a fait à l'Académie une Communication où il conteste la valeur des raisonnements employés ci-dessus, § II.

Il montre, en complétant le second membre de l'équation (8), par des termes impliquant un frottement *intérieur* ou une viscosité dans le milieu vibrant, que l'on peut concilier la présence d'un ventre à la surface, avec un pouvoir réflecteur énergique; en effet, les forces mises en jeu par la viscosité dépendent des vitesses relatives des points du milieu, et non plus de leurs vitesses absolues (ou relatives à la matière pondérable); si ces vitesses relatives sont faibles, ce qui aura lieu si la longueur d'onde ou la vitesse de propagation dans le milieu est grande, on comprend que l'énergie absorbée par cette viscosité puisse être faible. D'où une conception tout à fait différente de l'ensemble des phénomènes lumineux : au lieu d'un éther unique, gêné dans ses mouvements par l'inertie de la matière pondérable qu'il entraîne partiellement et le frottement qu'elle exerce sur lui, il faudrait concevoir autant de fluides différant par leur élasticité et leur viscosité qu'il existe de corps différents.

Aussi, tout en contestant la valeur démonstrative absolue des arguments présentés à l'appui de la théorie de Fresnel, M. Poincaré reconnaît qu'elle est plus simple et plus satisfaisante.

SUR LA RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DU BISMUTH DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE (1);

PAR M. A. LEDUC.

J'ai montré, il y a quelques années, que la résistance électrique du bismuth se trouve considérablement augmentée quand on place ce métal dans un champ magnétique puissant.

(1) Voir *Journal de Physique*, mars 1886 et avril 1887, et *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 17 novembre 1890.

L'accroissement z que présente l'unité de résistance en pénétrant dans un champ de valeur M est donné par l'équation

$$(1) \qquad z^2 + \beta z - \alpha M^2 = 0,$$

dans laquelle α et β sont des constantes, du moins si la température ne varie pas. Cette conclusion fut le résultat de nombreuses expériences faites à la température ordinaire, c'est-à-dire à des températures pouvant différer de 10° d'un jour à l'autre suivant la saison, mais à peu près constantes pendant une série de mesures.

Ce n'est qu'en juillet 1887 qu'une nouvelle expérience, faite sur un échantillon déjà étudié en février 1886, me fit soupçonner l'influence de la température, que M. van Aubel a mise en évidence en 1888. J'ai dû interrompre mes expériences à cette époque, pour ne les reprendre qu'en 1890.

J'ai étudié des échantillons préparés de trois manières différentes :

1° Les lames destinées à l'étude du phénomène de Hall dont il a déjà été question dans ce Journal;

2° Des filaments obtenus par l'électrolyse du nitrate acide ou du citrate ammoniacal;

3° Des fils obtenus en coulant le bismuth dans des tubes de verre contournés en double spirale et portés au bain d'huile à 280° environ.

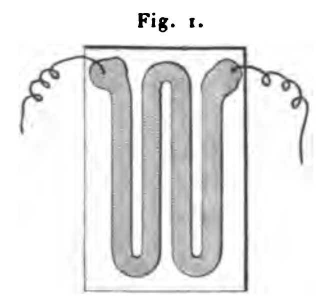
Un intérêt tout particulier s'attache à l'étude de ces deux dernières sortes parce qu'elles se prêtent parfaitement à la mesure des champs magnétiques. Je ne reviendrai pas cependant sur les détails de leur préparation (*Thèse de Doctorat*, 1888, et *Bulletin des Sciences physiques*, 1889). Je vais passer rapidement en revue les résultats qu'elles m'ont fournis.

I. Bismuth électrolytique. — J'ai étudié à la température ordinaire une vingtaine de filaments (*fig.* 1) obtenus dans des conditions presque identiques. Le bain galvanoplastique était préparé en dissolvant 100^{gr} de nitrate de bismuth cristallisé dans 200^{gr} d'eau acidulée par 15^{gr} à 18^{gr} d'acide azotique pur. Le courant était produit par un ou deux éléments de Daniell et le dépôt

reçu par une plaque médiocrement conductrice formée de $\frac{2}{3}$ de plombagine et $\frac{1}{3}$ de stéarine, partiellement recouverte de vernis à la gomme laque.

Le dépôt est d'autant plus grenu et aussi d'autant plus sensible à l'action du champ magnétique qu'il s'est effectué plus rapidement. Il devient très lisse et brillant, mais l'action du magnétisme est 20 à 22 fois moindre si l'on électrolyse le citrate au moyen d'un seul élément de Daniell. Il faut dans ce cas plus de vingt-quatre heures pour obtenir un filament maniable, c'est-à-dire ayant au moins $0^{mm},1$ d'épaisseur.

Fig. 1.



On aura une idée de la grandeur du phénomène en examinant les nombres suivants extraits d'une expérience faite à 16° sur un échantillon dont la résistance à cette température était de $0^{ohm},691$ hors du champ (z est exprimé en millièmes) :

M.	z observé.	z calculé.	Différence.
1800	23	21,6	+1,4
3770	80	80	0
5270	135	136,2	−1,2
6700	196	194,3	+1,7
6960	204	205,1	−1,1

La courbe qui relie ces résultats est bien représentée par l'équation (1) si l'on donne aux coefficients les valeurs

$$\alpha = 0,00214, \qquad \beta = 300.$$

On voit en effet que les valeurs de z, calculées au moyen de la formule

$$z = \sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \alpha M^2} - \frac{\beta}{2},$$

diffèrent en général de la valeur observée de moins de 1,4, ce qui correspond à une erreur de $\frac{1}{1000}$ d'ohm sur la mesure de la variation de résistance. Je ne pouvais désirer mieux, car je ne mesurais les résistances qu'à $\frac{1}{2000}$ d'ohm près. Nous y reviendrons ultérieurement.

Il n'est pas possible d'obtenir deux échantillons identiques; il faut donc s'attendre à voir varier ces coefficients d'un échantillon à l'autre. J'ai trouvé en effet pour des filaments préparés de la même manière des valeurs des coefficients dont la différence atteignait 20 pour 100.

Influence de la température. — Plus récemment j'ai examiné l'influence de la température sur l'un de ces filaments; mais, comme celui-ci était fixé sur ébonite au moyen de gomme laque, je n'ai pas pu dépasser la température de 45°.

Pour cet échantillon, le rapport $\frac{z_t}{z_0}$ des valeurs de z à $t°$ et 0° pour un même champ magnétique varie fort peu avec l'intensité de ce dernier, et pour M = 7000 C.G.S. la variation de z entre 0° et 45° est bien représentée par la formule

$$(2) \qquad z_t = z_0(1 - 0,0109\,t + 0,000035\,t^2).$$

On voit qu'au voisinage de 15° z varie de 1 pour 100 par degré centigrade.

Remarque. — Je n'ai pas cherché à comparer entre eux à ce point de vue les divers échantillons électrolytiques que j'avais à ma disposition, à cause des limites par trop resserrées entre lesquelles je pouvais faire varier la température. Toutefois on sera porté à admettre par ce qui va suivre que la formule (2) représente bien, avec des coefficients peu différents de ceux qui s'y trouvent, l'influence de la température sur la valeur de z pour le bismuth électrolytique en général. Cela présente un certain intérêt au point de vue de la mesure des champs au moyen de la variation de la résistance du bismuth; car il suffira de déterminer les paramètres α et β par deux expériences faites, à 15° par exemple, dans deux champs connus, puis de calculer la valeur du champ étudié par la formule

$$M^2 = \frac{1}{\alpha} z'(z' + \beta),$$

dans laquelle

$$z' = z\left(1 + \frac{t - 15}{100}\right).$$

Bien que l'on puisse faire mieux, ainsi que nous le verrons plus loin, les erreurs qui résulteront de l'application de cette formule entre 10° et 20° ne dépasseront pas en général quelques millièmes.

II. Spirales. — J'ai pu étudier beaucoup plus longuement les spirales (*fig.* 2) obtenues, comme je l'ai dit, en coulant du bismuth fondu dans un tube neuf porté à 280°, puis le laissant se refroidir lentement.

Fig. 2.



Le fil métallique ainsi préparé a un diamètre de $0^{mm},5$ à 1^{mm}; sa longueur peut atteindre 80^{cm} sans que la largeur de la spirale dépasse 5^{cm}. On obtient facilement une résistance de plusieurs ohms qui peut se loger dans un champ de faibles dimensions et par suite d'une grande intensité.

J'ai examiné en juin 1886 trois spirales préparées au moyen d'un même lingot de bismuth du commerce.

Les valeurs de z sont toujours données par l'équation (1); mais les coefficients α et β n'ont plus les mêmes valeurs que pour les échantillons électrolytiques, et d'ailleurs ces coefficients diffèrent d'un échantillon à l'autre.

En moyenne,

$$\alpha = 0,00095, \qquad \beta = 108.$$

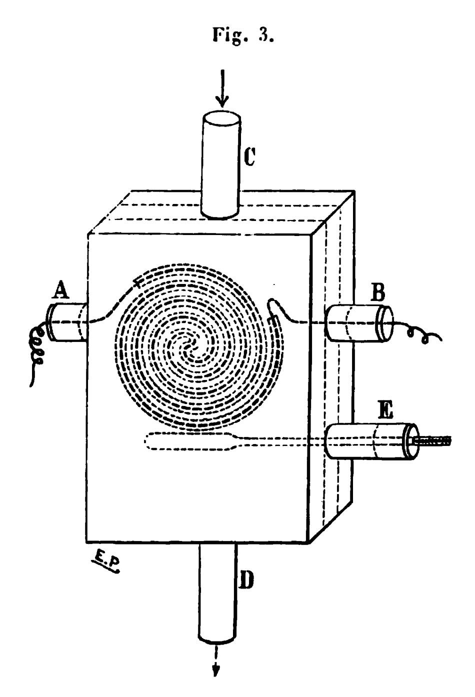
Ces fils de bismuth sont notablement moins sensibles que les filaments électrolytiques à l'action des champs magnétiques élevés. On en peut juger par la valeur du coefficient angulaire de l'asymptote ($\sqrt{\alpha}$) qui mesure à peu près la sensibilité $\frac{dz}{dM}$ pour ces derniers.

La moyenne des valeurs de $\sqrt{\alpha}$ est ici 0,031, tandis qu'elle était 0,042 pour les filaments électrolytiques.

Il convient d'ajouter qu'au contraire dans un champ inférieur à 4000 C.G.S., la valeur de z est à peu près la même pour les échantillons des deux sortes et quelquefois supérieure pour les fils en spirale; les hyperboles n'ont pas la même forme.

Influence de la température. — J'ai étudié longuement sur

Fig. 3.



ces spirales l'influence de la température. A cet effet je les ai enfermées dans une étuve à double enveloppe, une sorte de boîte divisée en trois compartiments par deux cloisons perpendiculaires à la plus petite dimension. Cette boîte (*fig.* 3), enveloppée dans

un double manchon de flanelle, peut se placer entre les surfaces polaires de l'électro-aimant de Faraday rapprochées à 2^{cm}.

On voit sortir par les tubulures A et B les fils de platine soudés au bismuth par fusion qui servent à introduire celui-ci dans un pont de Wheatstone. Le courant d'eau ou de vapeur (¹) destiné à maintenir le métal à température constante est introduit par la tubulure supérieure C et sort en D.

La température est mesurée par un thermomètre introduit par la tubulure E. Son indication subit une correction quelquefois importante à cause de la portion de tige sortant de la boîte; d'ailleurs un deuxième thermomètre placé dans l'eau ou la vapeur avant leur introduction dans l'étuve n'est pas toujours d'accord avec le premier; j'ai ajouté arbitrairement à la première température le tiers de la différence.

Causes d'erreur. — En somme je considère les températures comme connues à $0^\circ,2$ près au-dessous de 100°, et à 1° près au voisinage de 160°, limite de mes expériences. Cette précision est largement suffisante; elle correspond à une approximation supérieure au $\frac{1}{500}$ sur la valeur de z.

Une erreur assez considérable sur la résistance du bismuth ($0^{ohm},01$ par exemple) peut provenir de ce que les connexions subissent plus ou moins l'influence de l'étuve; car on ne peut faire à ce sujet qu'une correction approximative. Mais il n'en résulte pour la valeur de z qu'une erreur relative sensiblement constante et qui n'atteint pas $\frac{1}{200}$ aux températures élevées.

Les résistances sont mesurées au moyen d'une boîte à pont (d'Elliot) qui ne peut donner que les millièmes d'ohm; l'équilibre du pont est constaté au moyen d'un électromètre capillaire. A la rigueur on peut apprécier les $\frac{1}{2000}$ et connaître la variation z à $\frac{1}{1000}$ d'ohm près. Une précision plus grande serait illusoire, car la résistance totale varie souvent de plus de $\frac{1}{1000}$ d'ohm pendant une expérience, tant à cause des refroidissements accidentels que de la chaleur dégagée dans le fil par le courant de $\frac{1}{1000}$ d'ampère environ qui le traverse pendant les mesures de résistance, c'est-à-dire d'une manière intermittente.

(¹) J'ai employé l'eau à diverses températures et les vapeurs d'alcool, d'eau, d'alcool amylique, d'essence de térébenthine et d'huile lourde de houille.

Enfin certaines erreurs peuvent entacher la valeur du champ. Celui-ci a été bien étudié autrefois au moyen de l'appareil manométrique antérieurement décrit. Les courbes que j'ai relevées font connaître sa valeur à 10 unités près.

Je détermine avec une précision plus que suffisante ($0^{amp},01$) le courant excitateur en mesurant la différence de potentiel qu'il produit entre deux points d'une barre cylindrique de maillechort nue de 6^{mm} de diamètre et dont la résistance entre ces deux points est $0^{ohm},05$.

Mais la température du noyau et par conséquent sa perméabilité magnétique varient d'une manière inconnue; d'où une incertitude sur la valeur de M. Pour atténuer cet inconvénient, j'ai évité autant que possible de faire passer pendant longtemps des courants de grande intensité (20 ampères) et j'ai opéré en faisant augmenter d'abord, puis diminuer le champ. Il suffit de représenter les résultats par une courbe pour obtenir une moyenne en général très bonne, ainsi qu'on le verra plus loin.

La valeur du champ dans les conditions ci-dessus est à peu près en raison inverse de la distance des surfaces polaires; elle varie légèrement quand on s'approche des bords; mais j'ai maintenu ces surfaces à une distance invariable au moyen de cales qui servent à cet usage depuis 1884, et chaque échantillon, qui n'occupait d'ailleurs que la partie centrale et sensiblement uniforme du champ, est resté exactement dans la même position pendant toute la durée des expériences qui le concernaient. Les résultats obtenus sur un même échantillon sont donc absolument comparables entre eux.

Loi du phénomène. — Je donne ces détails afin de montrer que la formule hyperbolique (1), malgré son origine purement empirique, représente le phénomène exactement et non d'une manière approximative, et j'insiste d'autant plus que cette loi a été contestée (sans preuves, il est vrai) et que d'autres lois non moins empiriques ont été formulées depuis que j'ai fait connaître celle-là.

Ainsi, M. Goldhammer [1], dont les expériences ont été faites au-dessous de 1500 C.G.S., trouve que « z est proportionnel au

---

[1] *Annalen der Physik und Chemie*, Vol. XXXVI; 1889.

carré de la valeur du champ ». Les nombres observés présentent d'ailleurs couramment des écarts de 4 à 5 pour 100 de part et d'autre des nombres calculés, et l'écart dépasse quelquefois 10 pour 100.

Il faut observer que cette loi

$$(3) \qquad z = KM^2,$$

quand même elle serait bien vérifiée pour les faibles valeurs du champ, doit être considérée comme un cas particulier de la formule (1). En effet, si l'on développe celle-ci, on trouve

$$(4) \qquad z = \frac{\alpha}{\beta} M^2 - \frac{\alpha^2}{\beta^3} M^4 + 2 \frac{\alpha^3}{\beta^5} M^6 - \ldots,$$

qui pour les faibles valeurs de M peut se réduire à (3), avec une valeur de K voisine de $\frac{\alpha}{\beta}$ (1).

Les résultats de M. Goldhammer, ceux du moins pour lesquels l'erreur relative n'est pas trop considérable, c'est-à-dire qui correspondent à des champs compris entre 500 et 1500 C.G.S., sont mieux représentés par la formule hyperbolique que par la parabole (3).

Les expériences de MM. Lenard et Howard (2) sont bien représentées par notre formule entre 4000 et 17000 C.G.S. avec les valeurs

$$\alpha = 0{,}00288, \qquad \beta = 258.$$

L'écart des valeurs de z dans ces limites reste < 1; mais pour les faibles valeurs du champ il atteint dix unités. Les données me manquent pour rechercher les causes de cette importante divergence.

Résultats : 1° *Bismuth purissimum*. — Je vais maintenant indiquer les résultats que j'ai obtenus en juillet dernier sur une spirale dont le bismuth a été préparé spécialement pour moi au

---

(1) Ainsi, pour $\alpha = 0{,}001$ et $\beta = 100$, soit $\frac{\alpha}{\beta} = 10^{-5}$, et pour $M = 1000$,

$$K = \frac{z}{M^2} = 10^{-5} - 10^{-6} + 2 \times 10^{-7} \ldots = 0{,}92 \times 10^{-5}.$$

(2) *Electrotechnische Zeitschrift*, Bd. IX, juillet 1889.

moyen du sous-nitrate pharmaceutique. Ce sel a été repris par l'acide nitrique pur; puis l'oxyde précipité par l'ammoniaque pure a été réduit par le cyanure de potassium pur; mais cette réduction a été opérée dans un creuset de terre réfractaire auquel le métal a emprunté une quantité appréciable de fer; l'analyse spectrale m'y a fait reconnaître des traces de plomb. Je n'y ai pas trouvé trace d'étain, et cependant la résistance électrique de cet échantillon présente un minimum à 23° (¹). Elle est bien représentée entre 0° et 150° par la formule

(5) $$R = 2^{\text{ohms}},206(1 - 0,00057\,t + 125.10^{-7}\,t^2 - 10^{-8}\,t^3).$$

Ce métal est plus pur que le bismuth du commerce; il est aussi plus sensible au magnétisme que les échantillons précédemment étudiés.

Ainsi j'ai trouvé que $\sqrt{\alpha} = 0,047$ à 18°. Cette valeur se rapproche beaucoup de celle obtenue par MM. Lenard et Howard (0,0536; la température n'est pas précisée : elle est comprise entre 15° et 25°).

Je donne ci-dessous les résultats de deux expériences faites, l'une à 18°, l'autre à 100°.

1° Expérience à 18° :

$$\alpha = 0,00221, \qquad \beta = 263.$$

M.	ε observé.	ε calculé.	Différence.
680	4,0	3,8	+0,2
1500	18,7	17,8	+0,9
2350	40,0	40,4	−0,4
3080	64,4	64,3	+0,1
3750	89,0	88,7	+0,3
4230	106,0	107,2	−1,2
5080	139,2	141,4	−2,2
6070	182,0	183,0	−1,0
6430	200,0	198,4	+1,6
6770	212,7	213,1	−0,4
7290	237,3	235,8	+1,5
7970	265,6	265,8	−0,2
8470	289,4	288,0	+1,4
9000	311,3	311,7	−0,4

(¹) Ce qui, d'après M. Righi, serait un indice certain de la présence de l'étain.

2° Expérience à 100°

$$\alpha = 0{,}00055, \qquad \beta = 301.$$

M.	z observé.	z calculé.	Différence.
2680	13,2	12,5	+0,7
4620	34,2	34,7	—0,5
5730	51,0	51,0	0
6910	70,6	70,4	+0,2
7860	86,6	87,0	—0,4

Ainsi que je l'ai dit plus haut, la variation de la résistance dans le champ est tout au plus connue à $\frac{1}{1000}$ d'ohm près. On ne peut donc connaître la valeur de z qu'à une demi-unité près, et les résultats obtenus à 100° coïncident aussi parfaitement que possible avec ceux que donne la formule. Les diverses causes d'erreur signalées plns haut n'ont pas eu d'influence appréciable. Il n'en est pas de même dans l'expérience faite à 18°; mais la plus grande erreur absolue (—2,2 qui ne constitue qu'une erreur relative de 1,5 pour 100) s'explique parfaitement par un concours fâcheux de circonstances et particulièrement par une élévation fortuite de température ne dépassant pas 0°,5. Il faut remarquer, en effet, que la température d'un courant d'eau de la Ville est loin d'être constante.

J'ai examiné comme plus haut les valeurs que prennent les quotients $\frac{z_t}{z_0}$ dans des champs variés. Pour cet échantillon, ainsi que pour les autres spirales que j'ai étudiées, $\frac{z_t}{z_0}$ augmente sensiblement avec la valeur du champ. On peut donc dire que l'influence de la température diminue à mesure que le champ augmente.

J'ai exprimé encore z en fonction de z_0.

Dans les limites de température où j'ai opéré, la formule (2) s'applique assez bien, si l'on donne aux coefficients les valeurs

0,0101,	et	0,000029,	pour un champ de 8500 C.G.S.
0,0107,	et	0,000032,	pour un champ de 6500 C.G.S.
0,0114,	et	0,000035,	pour un champ de 4000 C.G.S.

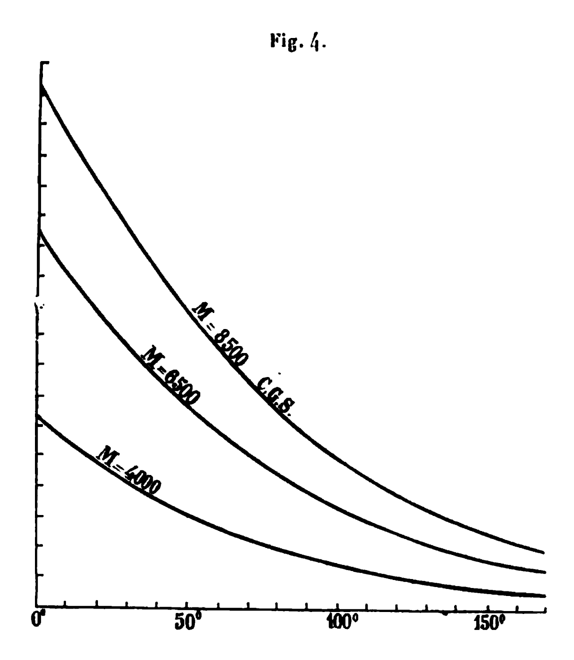
au lieu de

0,0109, et 0,000035,

qui convenaient à l'échantillon électrolytique.

Les courbes de la *fig.* 4 montrent les variations de z avec la température pour ces diverses valeurs du champ. Mais, comme les coefficients de la formule (2) changent avec la valeur du champ, il m'a paru plus avantageux de déterminer les variations des coefficients α et β de l'hyperbole (1) avec la température.

Fig. 4.



J'indiquerai d'abord les valeurs de ces coefficients pour cinq températures auxquelles les expériences ont été fort prolongées.

t.	18°.	44°,7.	103°.	130°,8.	157°,5.
$\alpha 10^5$......	221	143	55	33	22
$\sqrt{\alpha} 10^3$....	47	38	23	18	15
β........	263	275	301	318	342

Les valeurs de β sont données avec une approximation suffisante par la formule

$$(6) \qquad \beta = 258(1 + 907.10^{-6}t + 723.10^{-8}t^2).$$

Un plus grand intérêt s'attache au paramètre α, parce que, d'une part, il est mieux déterminé, et que, d'autre part, z s'annule en

même temps que lui, comme on le voit par la formule

$$z = \sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \alpha M^2} - \frac{\beta}{2}. \tag{7}$$

Les valeurs de $\alpha.10^5$ sont fournies à une demi-unité près, c'est-à-dire au degré de précision que comporte la détermination même de α par la formule

$$\alpha.10^5 = 288,5(1 - 0,01455t + 808.10^{-7}t^2 - 163.10^{-9}t^3). \tag{8}$$

Mais la courbe représentée par cette équation offre vers 165° une inflexion que l'expérience ne justifie pas et qui paraît peu probable. D'après cette équation α s'annulerait vers 209°.

Nos résultats sont tout aussi bien représentés par l'équation du quatrième degré

$$\alpha.10^5 = 288,5(1 - 0,0145t + 819.10^{-7}t^2 - 194.10^{-9}t^3 + 141.10^{-12}t^4); \tag{9}$$

qui a l'avantage de n'indiquer de point d'inflexion ni de maxima ou minima qu'au-dessus de 1500° ou à très basse température.

D'après cette équation, α s'annulerait vers 261° de mon thermomètre à mercure.

Malgré le caractère tout à fait empirique de cette fonction et l'incertitude qui règne sur la détermination de ses coefficients (les valeurs de α n'étant connues elles-mêmes qu'approximativement), je considère comme certain que α s'annule et que, par conséquent, *l'influence du magnétisme s'évanouit au point de fusion du bismuth.*

Quoi qu'il en soit, la résistance R_{Mt} de notre échantillon placé dans un champ de valeur M (le plan de la spirale étant normal aux lignes de force), à la température t comprise entre 0° et 160°, peut être calculée au moyen de la formule

$$R_{Mt} = R_0(1 + \lambda t + \mu t^2 + \nu t^3)\left[1 - \frac{\beta}{2000} + \frac{1}{1000}\sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \alpha M^2}\right], \tag{10}$$

dans laquelle R_0 désigne la résistance à 0° hors du champ, λ, μ, ν sont les coefficients de la formule (5), α et β les paramètres calculés au moyen des formules (6) et (8).

Il est probable que cette formule conviendrait à toute tempéra-

ture inférieure au point de fusion, à la condition de remplacer la formule (8) par la formule (9) et de faire subir aux coefficients de légères modifications.

2° *Bismuth ordinaire.* — J'ai examiné plus sommairement les autres spirales. Les courbes qui représentent les variations de z avec la température pour diverses valeurs du champ ont le même aspect que celles de la *fig.* 4, mais ne leur sont pas identiques. Il serait sans intérêt de donner ici les équations de ces courbes ou d'examiner comme plus haut les variations de α avec la température.

Les conclusions générales sont d'ailleurs les mêmes; les différences ne portent que sur les valeurs des coefficients.

Je remarquerai seulement que l'infériorité relative de ces spirales de bismuth moins pur s'atténue à mesure que la température s'élève, de telle sorte que vers 150° elles ne sont guère moins sensibles à l'action du magnétisme que la première.

Application à la mesure des champs. — La mesure des champs magnétiques au moyen de la résistance du bismuth exigerait, pour être exacte, d'après ce que nous venons de voir, le calcul des valeurs de α et β au moyen des formules (6) et (8), et par suite la détermination des coefficients de ces formules par toute une série d'expériences à des températures variées.

Mais dans les applications techniques, où cette méthode peut surtout rendre des services, une aussi grande précision est fort inutile. D'ailleurs les mesures se feront généralement à des températures comprises entre des limites assez étroites, de 10° à 20° par exemple.

Dans ces conditions, les variations de α et β peuvent s'exprimer par des formules binômes.

Ainsi, il suffira de prendre pour la spirale ci-dessus étudiée

$$\alpha = 0{,}00231[1 - 0{,}0153(t - 15)],$$
$$\beta = \quad 262 \quad [1 + 0{,}0011(t - 15)],$$

de sorte que la tare d'un fil de bismuth destiné à cet usage ne nécessitera que quatre bonnes mesures de z faites dans deux champs connus, à 10° et à 20° par exemple.

Application au phénomène de Hall [1]. — J'ai dû me préoccuper dans l'étude de ce phénomène de l'influence du magnétisme et de la température sur la résistance du bismuth. J'ai admis provisoirement, au début, l'indépendance des deux effets; il est facile de faire, d'après ce qui précède, la correction convenable. J'écrivais, en effet, l'expression de la déviation des lignes équipotentielles

$$D = \frac{KM(1 - \alpha M + \beta M^2)(1 + mt - nt^2)}{\varphi(M, t)},$$

dans laquelle $\varphi(M, t) = \frac{R_{M,t}}{R_0}$. Cette expression est fournie par la formule (10), et l'on peut écrire

$$D = \frac{KM(1 - \alpha M + \beta M^2)(1 + Pt - Qt^2)}{1 - \frac{\beta_1}{2000} + \frac{1}{1000}\sqrt{\left(\frac{\beta_1}{2}\right)^2 + \alpha_1 M^2}}.$$

Les coefficients K, α, β, P et Q du numérateur ont été déterminés antérieurement. Mais j'avais écrit provisoirement au dénominateur un développement parabolique du troisième degré qui représentait assez bien mes expériences dans certaines limites. La correction consistera donc à remplacer ce développement par celui qui précède, et l'on ne devra pas oublier que les coefficients α_1 et β_1 sont les paramètres de l'hyperbole étudiée plus haut, *variables avec la température.*

Cela n'infirme aucun des résultats que j'ai obtenus dans cette étude du phénomène de Hall à la température ordinaire.

NOTE SUR LA PHOTOMÉTRIE;

PAR M. L. HOULLEVIGUE.

Les actions qui s'exercent en raison inverse du carré des distances peuvent toujours donner naissance à la considération d'un potentiel, qui permet de traiter simplement un certain nombre de

---

[1] Voir *Journal de Physique*, mars 1886.

problèmes. Cette notion, introduite en photométrie, peut également y rendre quelques services, comme nous allons le montrer.

Soient un point P de l'espace, et un certain nombre de sources lumineuses d'intensités I, I', I'', ..., situées à des distances r, r', r'', ... du point P. Nous définirons le potentiel lumineux au point P par la relation (¹)

$$V = \sum \frac{I}{r}.$$

Immédiatement, nous établirons la proposition suivante :

L'éclairement sur un élément plan mené par un point donné P *perpendiculairement à une direction donnée* PN *est égal, au signe près, à la dérivée par rapport à cette direction du potentiel lumineux au point* P.

En effet, on a, P et P' étant des points infiniment voisins sur la direction PN,

$$V = \sum \frac{I}{r}, \qquad V + dV = \sum \frac{I}{r + dr},$$

$$dV = -\sum I \frac{dr}{r^2}.$$

Soit PP' $= dn$

$$\frac{dV}{dn} = -\sum \frac{I}{r^2} \frac{dr}{dn}.$$

Or $\frac{I}{r^2}$ est l'éclairement sur un élément perpendiculaire à la direction PI qui va du point P à l'un des foyers lumineux et $\frac{dr}{dn}$ n'est autre que $\cos\alpha$, α étant l'angle de ce dernier élément avec l'élément perpendiculaire à PN. Donc, d'après la loi du cosinus, $\frac{I}{r^2}\cos\alpha$ représente l'éclairement envoyé par I sur ce dernier élément. $E = -\frac{dV}{dn}$ sera donc l'éclairement total.

Si donc l'on a une surface quelconque, éclairée par un nombre quelconque de points lumineux, la distribution de l'éclairement sur cette surface sera donnée par la valeur de la dérivée $-\frac{dV}{dn}$

(¹) Remarquons, en passant, que cette fonction V diffère essentiellement du potentiel véritable en ce sens qu'elle a les dimensions d'une force et non pas d'un travail.

prise par rapport à la normale en chacun de ses points. D'ailleurs on sait que

$$\frac{dV}{dn} = \alpha \frac{\partial V}{\partial x} + \beta \frac{\partial V}{\partial y} + \gamma \frac{\partial V}{\partial z},$$

α, β, γ étant les cosinus directeurs de la normale à la surface considérée au point xyz.

Proposons-nous, comme application, de trouver la répartition de l'éclairement sur un ellipsoïde de révolution éclairé par un de ses foyers. Il suffira, bien entendu, de traiter le problème pour l'ellipse qui constitue la section méridienne : soit donc

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

l'équation de l'ellipse rapportée à ses axes.

Si l'on appelle ω l'angle de la normale au point xy avec l'axe Ox, on a

$$\alpha = \cos\omega = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\omega}},$$

et comme

$$\operatorname{tang}\omega = -\frac{dx}{dy} = \frac{a\sqrt{a^2 - x^2}}{bx},$$

$$\alpha = \frac{bx}{\sqrt{a^4 - c^2x^2}}.$$

De même

$$\beta = \sin\omega = \frac{\alpha\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a^4 - c^2x^2}}.$$

La fonction V a pour expression

$$V = \frac{I}{\sqrt{(x + c)^2 + y^2}},$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{I(x + c)}{\sqrt{[(x + c)^2 + y^2]^3}}, \qquad \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{-Iy}{\sqrt{[(x + c)^2 + y^2]^3}}.$$

L'éclairement au point xy sera

$$E = -\alpha\frac{\partial V}{\partial x} - \beta\frac{\partial V}{\partial y},$$

expression qui se réduit, tous calculs faits, à

$$E^2 = \frac{a^6 b^2 I^2}{(a^2 - cx)(a^2 + cx)^5},$$

L'étude de la fonction E^2 met en lumière un fait assez inattendu. La partie variable de sa dérivée est $\frac{bcx - 4a^2}{a^4 - c^2x^2}$ et s'annule pour $x = \frac{2a^2}{3c}$. Donc tant que $\frac{2a^2}{3c} < a$, c'est-à-dire quand l'excentricité de l'ellipse $\frac{c}{a}$ est $> \frac{2}{3}$, l'éclairement, maximum aux deux extrémités de grand axe, diminue progressivement à mesure que l'on s'approche de la région définie par $x = \frac{2a^2}{3c}$. Si au contraire l'excentricité est $< \frac{2}{3}$, ce minimum ne se présente pas, et l'éclairement varie régulièrement de l'un à l'autre sommet.

Dans le cas où l'on aurait plusieurs foyers éclairants, il est en général plus commode de former la valeur de E pour chacun d'eux, et d'ajouter ensuite ces valeurs. Ainsi, pour un ellipsoïde éclairé par ses deux foyers, la répartition de l'éclairement serait donnée par la relation

$$\varepsilon = a^2 b \left[\frac{I}{\sqrt{a^2 - cx}\sqrt{(a^2 + cx)^3}} + \frac{I'}{\sqrt{(a^2 + cx)(a^2 - cx)^6}} \right].$$

La méthode que nous avons exposée permet de résoudre une autre catégorie de problèmes :

Étant donnés n points lumineux définis par leurs positions et leurs intensités, trouver les surfaces éclairées suivant une loi donnée.

On résoudra les questions de ce genre en exprimant E et $-\frac{dV}{dn}$ en fonction des coordonnées de la surface, et en égalant leurs valeurs.

Exemple : *Trouver les surfaces de révolution uniformément éclairées par un foyer d'intensité* I.

Pour trouver la courbe méridienne de ces surfaces, prenons des axes rectangulaires menés par le point en question. On a

$$V = \frac{I}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{-Ix}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}, \qquad \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{-Iy}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}.$$

et

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2}}, \qquad \beta = \frac{-\frac{\partial x}{\partial y}}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2}}.$$

En remplaçant les quantités par leurs valeurs dans l'expression $\alpha\frac{\partial V}{\partial x} + \beta\frac{\partial V}{\partial y} + E = 0$, où E est une constante, on a, tous calculs faits,

$$(x\,dy - y\,dx)^2 = \frac{E^2}{I^2}(dx^2 + dy^2)(x^2+y^2)^3.$$

Passons aux coordonnées polaires

$$x = r\cos\theta, \qquad dx = \cos\theta\,dr - r\sin\theta\,d\theta,$$
$$y = r\sin\theta, \qquad dy = \sin\theta\,dr + r\cos\theta\,d\theta.$$

On a, en remplaçant,

$$r^4\,d\theta^2 = \frac{E^2}{I^2}r^6(dr^2 + r^2\,d\theta^2),$$

$$d\theta = \frac{E}{I}\frac{r\,dr}{\sqrt{1-\frac{E^2}{I^2}r^4}},$$

$$\theta + C = \frac{E}{I}\int\frac{r\,dr}{\sqrt{1-\frac{E^2}{I^2}r^4}},$$

$$\theta + C = \frac{1}{2}\arcsin\frac{E}{I}r^2,$$

$$r^2 = \frac{I}{E}\sin 2(\theta + C).$$

C'est l'équation d'une boucle qui se ferme au point considéré. Il y a une infinité de ces boucles, toutes pareilles, qui correspondent aux différentes valeurs de C. Les surfaces d'égal éclairement sont engendrées par la rotation de ces courbes autour d'un axe mené par le point lumineux considéré; ces courbes ont une enveloppe qui est le cercle de rayon $r = \sqrt{\frac{I}{E}}$; cette enveloppe fait aussi partie du lieu cherché; c'est le cercle qu'on considère ordinairement comme formant la solution du problème.

ANGELO BATELLI. — **Sull' evaporazione dell' acqua e del terreno umido (Sur l'évaporation de l'eau et d'un terrain humide); Roma, tipographia Metastasio, 1889.**

Dans le but de contribuer à l'éclaircissement d'un grand nombre de phénomènes naturels, l'auteur a institué une série d'expériences pour comparer les quantités qu'évaporent, pendant le même temps et à surface égale, un évaporomètre, une eau stagnante exposée au soleil, une eau stagnante maintenue à l'ombre, un terrain humide. Il a installé à la campagne plusieurs grandes cuves de 3^m de diamètre, enfoncées dans le sol et placées dans diverses conditions : les unes renfermaient de l'eau pure; dans les autres, également pleines d'eau, on avait tendu vers la partie supérieure une toile soutenue par un réseau de fils métalliques, qui portait de la terre parfaitement mouillée. On relevait quatre fois par jour les niveaux de l'eau dans les diverses cuves au moyen de dispositifs faciles à concevoir. L'état hygrométrique était déterminé à l'aide d'un psychromètre, et la vitesse du vent enregistrée par un anémomètre très simple. Les observations ont été poursuivies pendant les mois d'août, de septembre et d'octobre et ont conduit l'auteur à des conclusions que nous pouvons résumer de la façon suivante :

1° Le rapport entre la quantité d'eau qu'évapore un terrain humide et celle qu'évapore une surface libre stagnante est plus grand que l'unité quand la température de l'air est croissante; il est plus petit que l'unité quand la température est décroissante. Ce rapport augmente avec la vitesse du vent, et, toutes choses égales d'ailleurs, avec l'état hygrométrique.

2° Le rapport entre la quantité évaporée par une surface libre exposée au soleil et la quantité évaporée par une surface libre maintenue à l'ombre est plus grand que l'unité, non seulement pendant le temps que dure l'exposition au soleil, mais encore pendant toute la durée de la nuit qui suit; ce rapport augmente rapidement avec la température de l'air, mais diminue quand croît la vitesse du vent. LUCIEN POINCARÉ.

Angelo BATTELLI. — Sulle proprieta termiche dei vapori. Parte I (Sur les propriétés thermiques des vapeurs. Ire Partie); *Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino,* t. XL; 1890.

Il y aurait grand intérêt à comparer les nombres fournis par l'expérience, dans les mesures relatives aux propriétés des vapeurs, et les valeurs calculées par la Thermodynamique. Cette comparaison n'a jamais été faite bien complètement, comme l'auteur s'attache tout d'abord à le démontrer dans un historique très complet et très soigné. Trop rarement on a cherché à opérer avec des corps parfaitement purs, ou tout au moins avec un échantillon toujours identique de la substance étudiée. M. Battelli rappelle cependant les recherches de M. Perot et les beaux travaux de MM. Cailletet et Mathias, qui ont permis des vérifications très exactes de la formule de Clapeyron.

Pour avoir tous les éléments nécessaires à une étude complète d'une vapeur, il est nécessaire de déterminer :

1° La loi de compressibilité de la vapeur depuis l'état gazeux jusqu'à l'état saturé;

2° La loi de dilatation ;

3° La densité de la vapeur saturée aux diverses températures;

4° La tension à l'état saturé aux diverses températures;

5° La densité du liquide aux diverses températures sous la pression de sa propre vapeur;

6° La chaleur spécifique de la vapeur aux diverses températures ;

7° La chaleur de vaporisation aux diverses températures;

8° La chaleur spécifique du liquide aux diverses températures.

L'auteur, qui se propose de déterminer successivement toutes ces quantités, a jusqu'à présent mesuré les quatre premiers éléments pour de l'éther éthylique très soigneusement rectifié; et c'est le résultat de ces recherches qu'il a consigné dans la première Partie de son Mémoire.

Ces mesures se ramènent, en somme, à l'évaluation du volume occupé par une quantité déterminée de vapeur, sons une pression connue, à une température connue. La vapeur est contenue dans

un réservoir en verre ; ce réservoir est formé par une cloche à parois très résistantes, longue de 65^{cm} et dont le diamètre intérieur est égal à $1^{cm},5$; elle est divisée en millimètres dans le sens de sa longueur, et est soudée à son extrémité à un tube de verre de 6^{mm} de diamètre, long de 75^{cm}, qui vient s'emboîter dans un support creux en bois de noyer. Des précautions nombreuses, dans le détail desquelles il est impossible d'entrer, sont prises pour porter la vapeur à une température bien déterminée; on se sert à cet effet de courants de vapeur de divers liquides ou de mélanges réfrigérants. Pour obtenir de bons résultats et avoir une sensibilité qui n'aille pas en diminuant trop rapidement quand la pression croîtra, il sera utile de pouvoir à volonté augmenter la quantité de vapeur sur laquelle on effectuera les mesures; dans ce but, M. Battelli a imaginé un ingénieux système de fermeture permettant de donner accès, au moment opportun, à la vapeur du liquide contenu dans des ampoules de verre. On détermine exactement le moment précis où la saturation de la vapeur se produit, grâce à un système de petits miroirs d'acier éclairant le niveau du mercure qui sert à transmettre la pression. Cette pression est produite par le manomètre même qui permet de la mesurer, et qui est formé par une série de tubes en siphon, de manière à former un seul tube plusieurs fois recourbé ; chaque siphon contient du mercure jusque vers le milieu de sa hauteur; les branches supérieures sont remplies d'eau ou de glycérine. On sait que, dans ces conditions, le déplacement de la hauteur de l'extrémité libre de la dernière colonne sera réduit, comparativement à celui d'un manomètre à air libre, dans une proportion facile à calculer; l'auteur a, bien entendu, fait toutes les corrections relatives à la compressibilité du mercure, de l'eau ou de la glycérine. L'évaluation du volume occupé par la vapeur dans la cloche se fait en tenant exactement compte du ménisque du mercure. Toutes les lectures ont été relevées au cathétomètre.

Les mesures effectuées ont été très nombreuses; M. Battelli a pris soin de comparer les nombres qu'il a trouvés aux principales formules proposées par Herwig, Van der Waals, Clausius, etc.; les résultats obtenus sont importants, et nous croyons ne pouvoir mieux faire que de traduire ici textuellement les principales conclusions du Mémoire :

1° La tension de la vapeur d'éther dans le premier moment de la condensation est, à toutes les températures, plus petite que la tension maxima de la même vapeur; le rapport entre les deux tensions reste presque constant quand varie la température; le rapport entre la différence des deux mêmes tensions et la diminution correspondante du volume de la vapeur croît rapidement quand la température augmente.

2° Les tensions maxima de la vapeur d'éther entre — 28°C. et 210°C. satisfont bien à la formule de Biot.

3° Les valeurs des produits pv de la pression par le volume, relatifs à l'état saturé, vont d'abord en augmentant quand la température croît jusqu'à 100°C., et à partir de cette température ils diminuent constamment.

4° Les coefficients de dilatation sous pression constante augmentent d'autant plus rapidement, quand la température diminue, que la vapeur se rapproche davantage de l'état de saturation; et la vitesse de cette augmentation croît beaucoup au fur et à mesure que l'on opère à des températures plus élevées.

5° Les courbes d'égal volume, décrites en prenant les températures comme abscisses et les pressions comme ordonnées, se confondent loin de la saturation avec une ligne droite, mais dans le voisinage de la saturation elles sont légèrement concaves vers l'axe des abscisses.

6° Les coefficients d'augmentation de pression, pour un volume donné, vont tout de suite en diminuant quand la température augmente. Ces variations sont plus rapides quand les volumes sont plus petits. Au fur et à mesure que les volumes vont en croissant, la valeur de ces coefficients diminue.

7° Le coefficient $d = \frac{pv}{p_1 v_1} - 1$ ($p_1 v_1$ étant relatif à l'état de vapeur, et pv à l'état de gaz) à chaque température va rapidement en augmentant quand la vapeur s'approche de l'état de saturation; et, en outre, les valeurs de cette différence augmentent quand la température s'élève.

8° Les produits pv relatifs à l'état gazeux vont continuellement en croissant avec la température et n'atteignent pas un maximum à partir duquel ils diminuent, comme il semblait résulter des expériences d'Herwig.

9° La température critique de l'éther est égale à 197°,0 C. La pression critique est égale à $27184^{mm} = 35^{atm},766$. Le volume critique est égal à $4^{cc},8$ pour 1^{gr}.

10° La conclusion tirée par Avenarius de quelques-unes de ses expériences que les densités de la vapeur et du liquide ne sont pas les mêmes au point critique doit être rejetée.

11° La formule de Herwig $\frac{pv}{p'v'\sqrt{T}} = \text{const.}$ (pv étant relatif à l'état de gaz et $p'v'$ à l'état de vapeur) ne se vérifie pas. Les valeurs du premier membre pour l'éther vont en diminuant depuis — 28° jusqu'aux environs de 60°, et vont ensuite en croissant continuellement au delà de cette température; de — 20° à 171° C. la formule suivante représente suffisamment les résultats

$$\frac{pv}{p'v'} = c\sqrt{T}\left(aT^2 + \frac{b}{T-\alpha}\right);$$

c, a, b et α sont des constantes.

12° Les formules de Rankine, de Recknagel, de Zeuner et de Hirn représentent assez bien les expériences dans les limites restreintes de température et de pression.

13° La formule de Van der Waals ne s'accorde pas avec les résultats expérimentaux au voisinage de l'état de saturation, et ce désaccord va en croissant quand la température s'élève.

14° La formule de Clausius donne des nombres très voisins des valeurs trouvées, à condition de la modifier légèrement de façon à lui donner la forme suivante

$$p = \frac{RT}{V-\alpha} - \frac{mT^{\mu} - nT^{\nu}}{(V+\beta)^2}.$$

LUCIEN POINCARÉ.

ANGELO BATTELLI. — Sulle proprietà termiche dei vapori. Parte II : Temperatura, pressione e volume critici del solfuro di carbonio e dell' acqua (Sur les propriétés thermiques des vapeurs. IIe Partie : Température, pression et volume critiques du sulfure de carbone et de l'eau); *Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, Série II, tome XLI; 1890.

Dans cette seconde Partie de ses remarquables recherches sur les propriétés thermiques des vapeurs, M. Battelli rend compte des

expériences qu'il a entreprises pour déterminer la température, la pression et le volume critiques du sulfure de carbone et de l'eau.

Les mêmes appareils ne sauraient convenir à l'étude de ces deux liquides : il y a donc lieu d'examiner séparément les dispositions employées par l'auteur dans les deux cas.

I. L'appareil qui sert pour l'étude du sulfure de carbone se compose d'une cloche A soigneusement graduée qui renferme le corps en expérience, d'une étuve E dans laquelle la cloche est placée et qui permettra de la porter et de la maintenir à diverses températures, d'un dispositif particulier pour reconnaître exactement les premiers instants où la saturation de la vapeur vient à se produire, enfin d'un système destiné à exercer sur la vapeur telle pression que l'on voudra et d'un manomètre qui mesurera cette pression.

La cloche est en verre, haute de 35^{cm}, ayant 15^{mm} de diamètre; on a déterminé directement le coefficient de dilatation du verre dont elle est formée, et l'on connaît très approximativement l'augmentation qu'éprouve son volume sous l'influence d'un accroissement de pression. Cette cloche a été, dans toute sa hauteur, soigneusement divisée en millimètres, et on a étudié le volume de chaque division par un procédé analogue à celui que l'on utilise aujourd'hui pour calibrer la tige d'un thermomètre.

L'étuve se compose de trois récipients cubiques en laiton R, R′ et R″. La cloche est placée dans le récipient intérieur R, entre le récipient extérieur R″ et le récipient intermédiaire R′, puis entre R′ et R circule un courant de vapeur qui porte R et la cloche qu'il renferme à une température bien constante. Les vapeurs sont des vapeurs de naphtaline ou de pétroles. Les pétroles ont été obtenus par distillation fractionnée, et l'on peut obtenir avec eux des températures variant de 262° à 277° par fraction de degré.

Les températures qui, tout d'abord, avaient été déterminées au moyen d'un thermomètre à air, ont été mesurées à l'aide d'un couple thermo-électrique zinc et maillechort, dont l'auteur a fait une étude spéciale très soignée; les trois récipients de laiton portent chacun sur deux de leurs faces rectangulaires, et en regard les unes des autres, deux séries de fenêtres closes par des lames de verre soudées sur le laiton avec un mélange de minium et de céruse.

Avant de calibrer la cloche, on a introduit un petit miroir d'acier qui est maintenu dans l'intérieur à une position bien fixe par deux petites plaques d'acier faisant ressort. On envoie sur ce miroir la lumière d'un bec de gaz réfléchie par un miroir sphérique; cette lumière traverse une des séries de fenêtres ménagées sur les étuves, se réfléchit sur le miroir d'acier, et ressort par l'autre série de fenêtres pour tomber ensuite dans une lunette convenablement disposée. Grâce à ce procédé d'éclairement, l'observateur saisit avec facilité et précision le moment où dans la cloche apparaissent les premières traces de liquide.

Il est nécessaire dans les expériences de produire une forte compression, mais il est nécessaire en outre de pouvoir à volonté faire varier la pression de quantités très faibles; pour arriver à ce résultat, l'auteur met la cloche A en communication, par un tube de verre recourbé a, avec l'une des extrémités d'un long tube en verre C plusieurs fois contourné sur lui-même, dont l'autre extrémité sera en relation avec un manomètre M. Le tube C repose sur un récipient V, de forme conique, soutenu dans l'intérieur d'un second récipient V′ de forme semblable, mais de dimensions plus grandes, entouré lui même d'un vase parallélépipédique V″; entre V′ et V″, on place un bain d'huile. On peut, à l'aide d'une vis, rapprocher V du système V′V″, de façon à chauffer plus ou moins le tube C. Ce tube renferme de l'éther sulfurique dont la dilatation va exercer sur le mercure contenu dans le tube a une pression qui se transmet à la vapeur enfermée dans la cloche A. Un régulateur particulier inventé par l'auteur maintient la température bien constante et par suite la pression; la vis permet de faire varier cette pression d'une quantité aussi petite que l'on voudra.

Le manomètre M est un manomètre à air comprimé; l'auteur s'est servi, pour calculer la pression, des Tables publiées par M. Amagat; il a eu soin de maintenir la température voisine de 16°, température des expériences de M. Amagat. Le réservoir d'air est constitué par trois tubes de diamètres décroissants de façon que la sensibilité ne diminue pas trop quand la pression augmente.

On a encore, aux plus fortes pressions, une variation de niveau de 1^{cm} par atmosphère, et l'on peut évaluer avec certitude $\frac{1}{10}$ de millimètre.

Le sulfure de carbone que l'on introduit dans la cloche est

enfermé dans une petite bouteille de verre; on connaît ainsi exactement le poids du liquide sur lequel on va opérer. Le sulfure de carbone est très pur, il a été agité trois ou quatre fois avec du chlorure de mercure bien pulvérisé, puis filtré et distillé au bain-marie après qu'on lui a ajouté 2 pour 100 d'huile pure d'olive. Pour évaluer le volume occupé par la vapeur, évaluation qui se fait en lisant au cathétomètre le niveau du mercure dans la cloche, on tient compte, bien entendu, du volume de la petite bouteille de verre qui va aller flotter sur le mercure; on tient compte aussi de la forme courbe du ménisque.

L'auteur a effectué un très grand nombre de mesures, il a consigné les résultats obtenus dans des Tableaux qui accompagnent son Mémoire, il a aussi construit des courbes figuratives; ces courbes sont les lignes isothermiques du sulfure de carbone au voisinage du point de liquéfaction entre 217°,4 et 274°. La forme de ces courbes manifeste très nettement l'existence d'un véritable point critique, l'isotherme correspondante présentant un point d'inflexion à tangente horizontale.

La variation dans la forme des isothermes est d'ailleurs très rapide, et la détermination des éléments correspondant au point critique se fait sans ambiguïté. On trouve ainsi les valeurs suivantes :

Température critique.. $t = 273°,05$
Pression critique...... $p = 55380^{mm} = 72^{atm},868$
Volume critique....... $v = 2^{cc},651$ pour 1^{gr} de la substance

II. Les expériences sur l'eau sont naturellement plus compliquées : il n'est pas possible de faire usage d'un tube de verre qui serait attaqué par l'eau aux hautes températures; les appareils sont par suite moins simples et les résultats un peu moins précis, mais les dispositions très ingénieuses employées par M. Battelli, et les soins extrêmes qu'il a apportés à ses expériences donnent aux nombres qu'il a obtenus une valeur toute particulière.

La cloche qui va renfermer la vapeur d'eau est ici un tube d'acier A long de 30^{cm} et de 8^{mm} de diamètre intérieur; ce tube se raccorde à un autre B, également en acier, par un système de vissage très perfectionné; les tubes sont exactement polis à l'intérieur, ils sont bien lavés à l'alcool bouillant, puis à l'eau distillée.

puis à la potasse bouillante, puis de nouveau à l'eau distillée et enfin à l'alcool. Il n'y a pas à craindre une action de l'eau sur l'acier. Nadeydine a montré dans ses expériences que l'on obtient exactement les mêmes résultats en employant un simple tube d'acier poli au lieu d'un tube d'acier doré intérieurement.

De nombreuses précautions sont prises pour remplir exactement les tubes de mercure et en bien chasser l'air. L'eau est introduite, comme l'était le sulfure de carbone, dans une petite bouteille; une fois l'eau introduite, on joint l'extrémité ouverte du tube B vissé sur la cloche à l'appareil qui permettra d'évaluer le volume occupé par la vapeur d'eau, évaluation que l'on ne peut plus faire par une lecture directe du niveau du mercure dans cette cloche. Cet appareil consiste en un tube de verre L de $2^{mm},5$ de diamètre intérieur et long de plus de 2^{m}. Il n'est pas commode de joindre ainsi un tube d'acier et un tube de verre de façon que l'appareil tienne aux fortes pressions que l'on produira; l'auteur est arrivé à de bons résultats, en employant un système de rondelles de cuir et de gutta-percha comprimées dans un filet de vis creusé dans le cylindre d'acier et séparant le cylindre du tube de verre qui vient s'emboîter dans son intérieur. On connaît très exactement la quantité de mercure introduite dans tout l'appareil; lorsque la vapeur se produit dans la cloche, le mercure s'élève dans le tube de verre, et la lecture du niveau auquel il s'arrête permettra, en tenant compte de sa dilatation par l'augmentation de température, de sa diminution de volume par suite de l'augmentation de pression, de la dilatation de la cloche par l'influence de la température et de la pression, de déduire exactement le volume occupé à un moment donné par la vapeur.

Pour porter ce tube d'acier A à une température qui devra pouvoir s'élever jusqu'à 400°, on entoure ce tube d'une sorte de bouteille à mercure où l'on peut produire l'ébullition du mercure sous des pressions variées; cette bouteille forme une véritable marmite de Papin à mercure, elle est fermée par une soupape maintenue par un ressort dont l'on peut, au moyen d'une vis micrométrique, faire varier très lentement la tension; la vapeur de mercure qui s'échappe par la soupape est condensée dans un appareil convenablement disposé. Les températures ont été mesurées,

soit avec un thermomètre à air, auquel l'auteur a donné une forme extrêmement commode, soit avec un couple, fer-nickel, qui n'est pas altéré par le mercure et qui a été soigneusement étudié et gradué.

Pour produire la pression, on a adopté le même système que dans les expériences relatives au sulfure de carbone; le tube de verre L est en relation par l'intermédiaire d'un tube R avec deux sphères de bronze que l'on peut chauffer et qui renferment de l'éther sulfurique. La dilatation de cet éther produit une pression qui se transmet par l'intermédiaire du mercure contenu dans R à l'air que renferme le tube L, puis au mercure des tubes d'acier B et A. Le manomètre qui permettra d'évaluer cette pression est précisément constitué par l'air contenu dans le tube L; on calcule la pression au moyen des Tables d'Amagat. Bien entendu, tous les tubes sont maintenus par des bains liquides à des températures bien constantes et parfaitement connues.

L'eau employée est purifiée à l'aide de procédés dont M. Battelli donnera le détail dans un prochain Mémoire sur les écarts que présente la vapeur d'eau avec les lois de Mariotte et de Gay-Lussac. Tous les nombres obtenus sont encore ici reproduits par l'auteur, qui a également tracé les lignes isothermiques au voisinage du point de liquéfaction entre 311°,2 et 375°. La discussion des résultats conduit à assigner aux éléments de l'état critique les valeurs suivantes :

$$t = 364°,3,$$
$$p = 147900^{mm} = 194^{atm},61,$$
$$v = 4^{cc},812 \text{ pour } 1^{gr} \text{ d'eau}.$$

Il est à remarquer que ces valeurs sont déterminées pour la première fois par un procédé direct, n'impliquant aucune hypothèse, et susceptible de précision (¹). Les nombres obtenus sont voisins

(¹) En dehors de l'expérience purement qualitative de Cagniard de Latour, les seules expériences connues sur le point critique de l'eau sont celles de O. Strauss (1882) et celles de Nadeydine (1885). Strauss déterminait le point critique de mélanges en proportion variable d'alcool et d'eau et calculait par une formule empirique le résultat que l'on obtiendrait avec de l'eau pure. Nadeydine imagina un procédé très élégant, mais peu précis; un tube d'acier, qui contenait l'eau, était suspendu par son milieu, à la manière d'un fléau de balance; au moment de la vaporisation totale, le tube devient horizontal.

de ceux qu'avait calculés Strauss, mais assez différents (surtout la valeur du volume critique) de ceux qui avaient été donnés par Nadeydine.

LUCIEN POINCARÉ.

KNUT ÅNGSTRÖM. — Étude des spectres infra-rouges de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone (*Ofvers. af K. Vet. Akad. Förhandlingar*, n° 9. Stockholm, 1889).

L'auteur poursuit ses recherches sur les spectres d'absorption des gaz et des vapeurs à la température ordinaire ([1]). La méthode a été décrite précédemment ([2]); l'appareil a été simplement perfectionné dans le détail. Pour parcourir l'étendue du spectre par intervalles aussi petits que possible, la mince bande bolométrique n'occupe plus que $\frac{1}{42}$ de l'étendue du spectre infra-rouge.

On trouve ainsi une intensité d'absorption bien mieux délimitée et beaucoup plus forte que dans les recherches précédentes. Jusqu'ici l'imperfection du réglage faisait croire à une répartition de l'absorption sur une partie plus grande du spectre.

En précisant ainsi la position des deux bandes d'absorption de l'acide carbonique, on voit qu'elles occupent exactement la place des raies X et Y de Langley. Cette coïncidence prouve avec une certitude absolue que c'est à l'absorption par l'acide carbonique de l'atmosphère qu'est due la présence de ces deux raies dans le spectre solaire.

Quant à l'oxyde de carbone, il accuse aussi deux raies d'absorption. Elles occupent sensiblement la même place que celles de l'acide carbonique, mais les intensités relatives des mêmes raies dans les deux gaz ne sont pas les mêmes, quoique pour tous deux le maximum d'absorption Y soit beaucoup plus fort que l'autre.

Dans un Mémoire récent, consacré à l'étude du spectre de différentes flammes, et en particulier de celle de l'hydrogène ([3]), M. Julius a montré que la raie X du spectre solaire peut aussi provenir en partie de l'absorption produite par la vapeur d'eau.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 162, 491 et 492; 1890.
([2]) *Ibid.*, p. 491; 1890.
([3]) *Archives néerlandaises*, t. XXII, p. 310; 1888.

Dans le même Mémoire, il émet l'opinion que toute combustion chimique est caractérisée par l'émission d'une radiation caractéristique, d'intensité supérieure à toutes les autres, et dont la longueur d'onde serait fonction du poids moléculaire et augmenterait avec lui. M. Angström ne croit pas à l'existence d'un tel maximum, et il lui semble encore prématuré de conclure à des relations générales entre la place des raies spectrales et le poids moléculaire. EDGARD HAUDIÉ.

S.-A. HJELTSTRÖM. — Sur la conductibilité de la neige (*Ofvers. af K. Vet. Akad. Förhandlingar*, n° 10. Stockholm, 1889).

La conductibilité de la neige n'a encore été l'objet d'aucune détermination. On peut la mesurer par la méthode employée par A.-J. Angström pour l'évaluation de la conductibilité du sol, et fondée sur l'observation des variations diurnes de la température à des profondeurs différentes.

La marche diurne de la température à une profondeur donnée est représentée par la formule

$$T = m + A \sin(A' + \theta),$$

dans laquelle θ représente le produit de 360° par le temps évalué en fractions de la journée à partir de minuit. Les observations permettent de calculer les valeurs des constantes m, A, A', pour les différentes profondeurs.

En égalant les coefficients de cette formule avec les expressions des mêmes coefficients dans la formule théorique déduite par Angström de la théorie de la conductibilité (1)

$$T = m + ae^{-x\sqrt{\frac{\pi c \delta}{k}}} \sin\left(2\pi t - x\sqrt{\frac{\pi c \delta}{k}} + \alpha\right),$$

dans laquelle m, a, α, sont des constantes, x la profondeur, c la chaleur spécifique, δ la densité, k le coefficient de conductibilité, t le temps exprimé en fraction de la période, on obtient deux équations de condition dont chacune fournit une valeur de k, et sert de contrôle à l'autre.

(1) *Acta Reg. Soc. Sc.*, Série III, Vol. I. Upsal.

On trouve ainsi

$$k = 0,030,$$

de sorte qu'à travers une couche de neige de 1^{cm} d'épaisseur et dont les surfaces limites sont maintenues à une différence de température de 1°, il passe par centimètre carré pendant une minute une quantité de chaleur égale à $0^{cal},030$.

Par cette méthode, A.-J. Angström avait trouvé pour le sable mêlé d'argile 0,205, et pour l'argile humide 0,226.

EDGARD HAUDIÉ.

NILS EKHOLM. — Sur la chaleur latente de vaporisation de l'eau et la chaleur spécifique de l'eau liquide (*Bihang till K. Svenska Vet. Akad. Handlingar*. Bd. 15, Afd. I, n° 6. Stockholm, 1889).

La formule classique donnée par Regnault pour la chaleur totale de vaporation λ de la vapeur d'eau saturée

$$\lambda = 606,5 + 0,305\,t,$$

et par suite aussi la formule qu'on en déduit pour la chaleur latente r, donnent des valeurs pour la plupart supérieures aux résultats de ses expériences. M. Ekholm essaye de les représenter plus fidèlement. Il discute la valeur relative des différents groupes d'expériences, calcule d'après l'erreur moyenne qu'elle présente le poids à attribuer à chaque observation et arrive par la méthode des moindres carrés à la formule suivante :

$$(1) \qquad \lambda = 604,18 + 0,3360\,t - 0,000136\,t^2.$$

Les écarts entre les nombres observés et calculés se produisent cette fois dans les deux sens, mais ils ne sont pas sensiblement plus faibles que ceux de la formule de Regnault.

Quelle que soit d'ailleurs la formule adoptée, une question se pose : la détermination de la valeur précise de la calorie employée par Regnault? Est-ce exactement la vieille calorie? Que deviennent les formules précédentes lorsqu'on prend pour unité la calorie moyenne. Tel est l'objet de la seconde Partie du Mémoire de M. Ekholm.

Les travaux récents, en particulier ceux de MM. Rowland ([1]) et Dieterici ([2]), ont montré que, avec l'échelle de températures fournie par le thermomètre à gaz, la chaleur spécifique de l'eau ne reste pas constante, même dans un intervalle restreint; aussi la détermination précise de la *vieille calorie*, c'est-à-dire de la calorie définie au moyen de l'intervalle de 0° à 1°, présente-t-elle de très grandes difficultés. Dès lors il est préférable d'adopter comme unité la *calorie moyenne*, qui est le centième de la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 1gr d'eau pour l'échauffer de 0° à 100°.

Or la discussion des expériences de Regnault sur la chaleur spécifique de l'eau liquide, corrigées des erreurs de calcul signalées par MM. Velten et Wüllner, conduit, pour la chaleur spécifique moyenne entre 0° et $t°$, à la formule suivante, applicable à toutes les températures,

$$C_0^t = 1 + 0,00000929\,t + 0,000000265\,t^2. \tag{2}$$

Elle permet de connaître c_0^{100}, c'est-à-dire la valeur de la calorie moyenne en calories de Regnault. Le nombre obtenu est 1,00358.

On trouve ainsi que la calorie de Regnault est la même que la vieille calorie calculée au moyen des expériences de Rowland.

La formule (1), traduite en calories moyennes, devient

$$\lambda_m = 602,02 + 0,3348\,t - 0,000135\,t^2. \tag{3}$$

Pour la chaleur latente r_m, l'auteur propose deux formules

$$r_m = 602,02 - 0,6622\,t + 0,000308\,t^2 - 0,0000474\,t^3,$$
$$r_m = 602,02 - 0,6616\,t - 0,000144\,t^2 - 0,000000264\,t^3:$$

la première, valable pour les températures inférieures à 100°; la seconde, pour les températures plus élevées. La première est calculée au moyen de la formule (3) et de la formule déduite des expériences de Rowland et donnant en calories moyennes la cha-

---

([1]) *Proceed. of the american Academy of Arts and Science*. Vol. VII, p. 75-200; 1880.

([2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 437; 1889.

leur spécifique vraie de l'eau entre 0° et 100°

$$C_t = 0,99696 - 0,00088678t + 0,000014212t^2;$$

la seconde est calculée au moyen des formules (2) et (3).

Enfin si, aux déterminations de Regnault relatives aux chaleurs latentes aux basses températures, déterminations effectuées par une méthode qui prête à des critiques fondées, on substitue les déterminations toutes récentes de M. Dieterici à 0° [1], on arrive à la nouvelle formule

$$\lambda_m = 596,77 + 0,4230t - 0,000478t^2.$$

Entre 60° et 130°, elle représente plus fidèlement que (3) les expériences de Regnault, mais au delà les écarts deviennent un peu plus grands.

EDGARD HAUDIÉ.

EMILIO ODDONE. — Sulla variazione di volume dei liquidi dielettrici sotto l'azione delle forze elettriche tra le armature d'un condensatore (Sur les variations de volume des liquides diélectriques sous l'action des forces électriques entre les armatures d'un condensateur); *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, 15 mai 1890.

Kerr a fait voir, on le sait, qu'un liquide diélectrique soumis à l'action des forces électriques entre les deux armatures d'un condensateur exerce sur la lumière une action biréfringente et peut être comparé à un cristal uniaxe dont l'axe serait parallèle aux lignes de force électrique. Les liquides étudiés se rangent en deux classes : les uns, dits *positifs*, tels que le sulfure de carbone, la glycérine, etc., agissent comme le ferait du verre étiré dans le sens des lignes de force ; les autres, dits *négatifs*, tels que l'éther, les huiles, se comportent comme du verre comprimé dans la même direction. Quincke crut démontrer que l'action sur la lumière se rattachait à un changement de volume des liquides diélectriques sous l'influence des forces électriques, les liquides positifs subissant une augmentation, les liquides négatifs une diminution de volume, augmentation ou diminution proportionnelle au carré de

---

[1] *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 246; 1890.

la charge du condensateur, et en raison inverse de sa surface. Divers auteurs et Quincke lui-même ont reconnu, depuis, que certaines expériences étaient en complet désaccord avec cette manière de voir; pour trancher une question encore douteuse, M. Oddone a repris l'étude de ces variations de volume, en usant de minutieuses précautions pour éliminer les causes d'erreur.

L'appareil dont il se sert est une sorte de thermomètre en verre à gros réservoir; dans ce réservoir se trouvent maintenues en regard l'une de l'autre deux lames de platine qui constituent les armatures du condensateur; le réservoir et une partie de la tige sont remplis par le liquide à étudier. Quand le diélectrique n'a pas été purifié très soigneusement, il est très visiblement conducteur de l'électricité; par suite de cette conductibilité, il s'établit entre les deux armatures du condensateur chargé un véritable courant, et ce courant produit un échauffement très sensible; les dilatations observées par Quincke ne sont-elles pas simplement dues à cet échauffement? Si l'on prend soin de maintenir tout l'appareil à une température bien constante, si l'on purifie très exactement les liquides expérimentés, on voit toujours ces dilatations diminuer, et même devenir presque insensibles. M. Oddone n'a pu constater de contraction que dans quelques cas particuliers, avec de l'huile d'amande douce par exemple, mais ces contractions sont accompagnées de forts mouvements tourbillonnaires qui semblent indiquer une action mécanique masquant complètement la prétendue action électrique.

De ses expériences, l'auteur croit pouvoir conclure, un peu prématurément nous semble-t-il, qu'il n'y a pas, dans la limite des charges qu'il a pu obtenir, de changement de volume des diélectriques liquides sous l'action des forces électriques; les dilatations que l'on observe sont dues à un échauffement provoqué soit par la polarisation du diélectrique, soit par le passage du courant à travers des liquides imparfaitement isolants.

LUCIEN POINCARÉ.

J. TROWBRIDGE et W.-C. SABINE. — On electrical oscillations in air (Oscillations électriques dans l'air); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXX, p. 323; 1890.

Les auteurs ont repris les expériences de Feddersen, en étudiant, au lieu de la décharge d'une bouteille de verre, celle d'un condensateur à lame d'air; ils ont constaté que la durée des oscillations varie périodiquement; cette périodicité semble être l'analogue du phénomène de l'hystérésis en Magnétisme. Une partie de l'énergie de la décharge électrique est employée à vaincre la viscosité diélectrique de l'air; le fluide subit ainsi une modification qui ne varie pas absolument à l'unisson de l'oscillation électrique. Il en résulte en particulier que les oscillations électriques dans l'air ne sont pas représentées complètement par les équations théoriques qu'a employées Hertz. La périodicité se manifeste surtout pour un rapport convenable de la capacité du condensateur à la durée des oscillations électriques. C. RAVEAU.

BASSET. — On an electromagnetic theory of quartz (Théorie électromagnétique des propriétés du quartz); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXX, p. 152; 1890.

Si aux valeurs $\frac{4\pi f}{k_1}$, $\frac{4\pi g}{k_2}$, $\frac{4\pi h}{k_3}$ qui sont données par Maxwell pour l'expression de la force dans un milieu cristallisé, on ajoute des termes $p_3\frac{dg}{dt} - p_2\frac{dh}{dt}$, $\ldots$, p_1, p_2, p_3 étant des constantes, on arrive, en supposant les p et les k égaux entre eux, aux équations de la propagation de la lumière dans un milieu actif non cristallisé. Pour passer au cas du quartz, on supposera $p_1 = p_2 = 0$ (l'axe cristallographique principal étant parallèle à Oz) et $k_1 = k_2$. On rend compte ainsi de la rotation du plan de polarisation d'un rayon parallèle à l'axe; pour les rayons obliques, l'auteur constate que les résultats de sa théorie diffèrent de ceux qu'on obtient en ajoutant aux équations de Glazebrook, pour la double réfraction, des termes complémentaires, et de ceux que donne la théorie de M. Boussinesq. C. RAVEAU.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

V. Neyreneuf. — *Mémoire sur l'écoulement du son par des tuyaux cylindriques,* p. 368.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXI; février 1891.

A. Schuster. — *Solution élémentaire de problèmes relatifs à la diffraction,* p. 77.

Lord Rayleigh. — *Photographie avec très petites ouvertures (pinhole photography),* p. 87.

S. Tolver-Preston. — *Problème relatif au champ magnétique d'un aimant tournant,* p. 100.

J. Swinburne. — *Condensateurs pour courants alternatifs,* p. 102.

H.-M. Vernon. — *Sur les méta-éléments,* p. 108.

S.-P. Thompson. — *Usage du spath fluor dans les instruments d'Optique,* p. 120.

E.-L. Nichols. — *Arc électrique alternatif entre une boule et une pointe,* p. 123.

J.-G. Thomson. — *Conductibilité des gaz chauds,* p. 135.

Sh. Bidwell. — *Expérience de cours pour montrer l'action de la chaleur sur la susceptibilité magnétique du nickel,* p. 136.

Wiedemann's Annalen.

T. XLII; n° 3, 1891.

W. König. — *Recherches hydrodynamiques,* p. 353.

J.-J. Acworth. — *Relation entre l'absorption et la sensibilité des plaques sensibles,* p. 371.

H. Hertz. — *Actions mécaniques des ondes électriques produites dans des fils,* p. 407.

I. Klemencik. — *Recherche d'ondes électriques à l'aide d'éléments thermo-électriques,* p. 416.

G. Wiedemann. — *Sur l'évaluation de l'ohm,* p. 425.

F. Braun. — *Observations sur l'électrolyse,* p. 450.

E. Riecke. — *Charges électriques produites par le frottement de glissement,* p. 465.

E. Riecke. — *Potentiel thermique pour les dissolutions étendues,* p. 483.

A. Oberbeck. — *Mesure de puissants courants électriques à l'aide du galvanomètre à miroir,* p. 502.

B. Walter. — *Phénomène d'absorption caractéristique du diamant,* p. 505.

B. Walter. — *Sur la monobromonaphtaline,* p. 511.

HISTOIRE

DE

LA CHIMIE

PAR

Raoul JAGNAUX,

Ingénieur, Professeur de Chimie
à la Maison d'éducation de la Légion d'honneur de Saint-Denis.

Extrait de la Préface.

L'histoire de la Chimie est divisée en quatre Parties.

La première Partie traite de l'*Histoire des grandes théories chimiques* (atomisme, unité de la matière, grandes lois chimiques, théorie des équivalents, etc.); la seconde comprend l'*Histoire des métalloïdes et de leurs principaux composés*.

Ces deux Parties forment le premier Volume.

Dans la troisième partie se trouve l'*Histoire des métaux et de leurs principaux composés*. Enfin l'*Histoire de la Chimie organique* fait le sujet de la quatrième Partie.

Ces deux dernières Parties composent le deuxième Volume de l'Ouvrage.

Deux volumes in-8. Paris, 1891.

Librairie polytechnique, **BAUDRY** et C[ie], éditeurs, **15, rue des Saints-Pères.**

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,

CAUCHY (A.). — Œuvres complètes d'Augustin Cauchy, publiées sous la direction de l'Académie des Sciences et sous les auspices du Ministre de l'Instruction publique, avec le concours de MM. *Valson* et *Collet*, docteurs ès Sciences. 26 volumes in-4.

I[re] Série : **Mémoires, Notes et Articles extraits des Recueils de l'Académie des Sciences.** 11 volumes in-4.

II[e] Série : **Mémoires extraits de divers Recueils, Ouvrages classiques, Mémoires publiés en corps d'ouvrage, Mémoires publiés séparément.** 15 volumes in-4.

VOLUMES PARUS :

I[re] Série. — Tome I, 1882. — (*Théorie de la propagation des ondes à la surface d'un fluide pesant, d'une profondeur indéfinie. — Mémoires sur les intégrales définies*) .... **25 fr.**

Tome IV, 1884. — (*Extraits des Comptes rendus de l'Académie des Sciences*) .... **25 fr.**

Tome V, 1885. — (*Extraits des Comptes rendus de l'Académie des Sciences*) .... **25 fr.**

Tome VI, 1888. — (*Extraits des Comptes rendus de l'Académie des Sciences*) .... **25 fr.**

II[e] Série. — **Tome VI**, 1887. — (*Anciens Exercices de Mathématiques.* 1[re] année) .... **25 fr.**

Tome VII, 1889. — (*Anciens Exercices de Mathématiques.* 2[e] année) .... **25 fr.**

Tome VIII, 1890. — (*Anciens Exercices de Mathématiques.* 3[e] année) .... **25 fr.**

Tome IX, 1890. — (*Anciens Exercices de Mathématiques.* 4[e] et 5[e] années) .... **25 fr.**

SOUSCRIPTION.

I[re] Série. — Tome VII, 1891. — (*Extraits des Comptes rendus de l'Académie des Sciences*) .... **25 fr.**

Ce volume, qui paraîtra en 1891, est mis en souscription. Le prix en est réduit, pour les souscripteurs qui feront leur versement à l'avance, à. **20 fr.**

Les anciens souscripteurs qui désirent continuer leur souscription sans avoir à se préoccuper des dates d'apparition des diverses parties de la Collection, n'auront qu'à envoyer, lorsqu'ils recevront un volume, la somme de **20 fr.** pour leur souscription au volume suivant : et celui-ci leur sera expédié *franco* dès son apparition.

Nota. — Les volumes ne sont pas publiés d'après leur classement numérique ; on suivra l'ordre qui intéressera le plus les souscripteurs.

TABLE DES MATIÈRES.

MARS 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE,
B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN,
DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ,
GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ,
JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN,
J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON,
RAOULT, RAYET, RÉSAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — AVRIL 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18, à Paris.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU POUVOIR INDUCTEUR SPÉCIFIQUE DES LIQUIDES;

PAR M. A. PÉROT.

I. L'une des nombreuses méthodes de mesure du pouvoir inducteur spécifique des liquides est la suivante, due à M. Silow [1].

Un électromètre à quadrant fonctionnant idiostatiquement est immergé successivement dans deux diélectriques; soient C_1 et C_2 les couples qui sollicitent l'aiguille pour une même différence de potentiel entre les quadrants; le rapport entre les pouvoirs inducteurs des deux corps est

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Si le second milieu est le vide, le pouvoir inducteur du premier est simplement

$$K = \frac{C_1}{C_2}.$$

Ainsi la valeur de K s'obtient par deux expériences successives dans lesquelles on observe la position d'équilibre de l'aiguille; il en résulte que si K varie avec la durée de la charge, on ne pourra apercevoir ou mesurer que des variations se produisant après le temps mis par l'aiguille à atteindre sa position d'équilibre; quant aux variations de début, elles seront masquées par l'arc d'impulsion et les oscillations.

Voulant précisément étudier ces variations pour les liquides, j'ai modifié la méthode de M. Silow en cherchant à comparer les variations de début du pouvoir inducteur spécifique des liquides à celles du pouvoir inducteur de l'air, de la manière suivante.

Supposons un appareil composé de deux électromètres dont l'un, placé dans l'air, soit de capacité variable à volonté, l'autre étant immergé dans le liquide à étudier. Si les parties mobiles des électromètres sont solidaires et disposées de manière que les forces dans les deux électromètres soient opposées, on pourra, en réglant convenablement la capacité de l'électromètre à air, s'arran-

[1] SILOW, *Pogg. Ann.*, t. CLVI, p. 389; 1875.

ger de telle sorte que les forces dans les deux appareils se fassent exactement équilibre et que, par suite, l'ensemble formé par les parties mobiles soit dans la position qu'il occupe lorsque l'appareil n'est pas chargé. Si l'instrument est ainsi réglé au bout de cinq minutes de charge, on pourra, théoriquement au moins, déduire des valeurs des capacités géométriques des deux instruments la valeur du pouvoir inducteur au bout de cinq minutes, que j'appellerai K_1.

Déchargeons alors l'appareil, puis chargeons-le à nouveau; si l'on n'observe aucun mouvement de la partie mobile, K est indépendant du temps de charge, sinon il en dépend.

J'avais ainsi le moyen de résoudre le problème que je m'étais posé. J'ai réalisé ce plan d'expériences avec deux instruments que je vais décrire.

Les résultats obtenus varient beaucoup avec la pureté des liquides; je m'occuperai d'abord de *liquides rigoureusement privés d'eau* par l'action prolongée du sodium. Les liquides employés ont été la benzine, l'essence de pétrole et le chloroforme, dont les fonctions chimiques sont différentes.

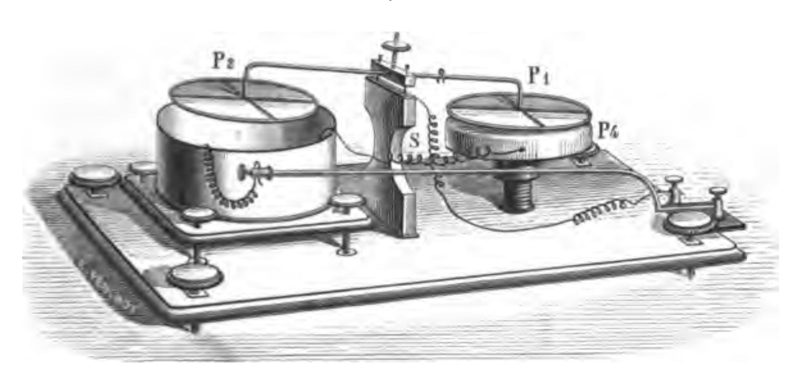
II. Le premier appareil que je décrirai est le plus simple des deux; c'est un électroscope-balance différentiel représenté *fig.* 1.

Le fléau est formé d'une tige d'aluminium; aux extrémités de cette tige sont fixés invariablement des plateaux très légers P_1, P_2, formés chacun d'un cadre en zinc très mince sur lequel est collée une feuille d'étain bien plane. La tige formant fléau est supportée par une réglette de bois qu'elle traverse normalement et qui porte à ses deux extrémités deux aiguilles dont les pointes reposent dans une rainure à profil circulaire creusée dans une pièce d'acier. L'un des plateaux P_1 se trouve au-dessus d'un vase en laiton au fond duquel repose un plateau métallique P_3; ce vase a été, dans certaines expériences, remplacé par un cristallisoir en verre. Sous l'autre plateau P_2 se trouve un plateau en bois recouvert d'étain P_4, supporté par une pièce d'ébonite et mobile verticalement à l'aide d'un levier commandé par une vis.

Le plateau P_4 est relié au vase en laiton et au plateau P_3 et celui-ci à un commutateur qui permet de mettre cet ensemble, soit en communication avec une pile de 200 éléments de M. Gouy, à

faible résistance, soit au sol. Une lunette permettait de repérer la position du plateau P_1. L'ensemble de la partie mobile pesait environ 10^{gr} et la balance était assez sensible pour qu'un poids de $0^{gr},001$ à l'extrémité d'un bras de levier de 1^{cm} provoquât un déplacement du plateau P_1 de la moitié du champ de la lunette; le zéro du système était remarquablement fixe.

Fig. 1.



On verse un liquide pur, de la benzine par exemple, dans le vase en laiton, le plateau P_1 restant toutefois dans l'air, et, chargeant les plateaux P_3 et P_4, on amène au bout de cinq minutes le plateau P_4 dans une position telle que la balance soit au zéro; puis, après avoir déchargé les plateaux, on les charge de nouveau. On voit tout d'abord P_1 s'élever, puis s'abaisser et revenir très rapidement au zéro, indiquant par suite que K varie avec la durée de la charge, dans un sens tel que sa valeur au début, K_0, soit plus petite que sa valeur au bout de cinq minutes, K_1.

$$K_0 < K_1.$$

Si l'on répète l'expérience après avoir abaissé P_4 très légèrement, on voit encore P_1 s'élever, puis il se fixe dans une position inférieure à celle du zéro; à mesure que l'on abaissera P_4 l'arc d'impulsion en sens inverse de la position d'équilibre diminuera, pour disparaître complètement pour une position déterminée de ce plateau, la valeur de K correspondant à cette position étant approximativement 1,5, alors que K_1 est égal à 2,235.

L'expérience réussit quels que soient le signe et la valeur de la charge.

Elle a réussi avec *la benzine, l'essence de pétrole et le chloroforme*.

Il faut d'ailleurs, pour obtenir ces résultats, que les liquides soient rigoureusement privés d'eau; *pour un liquide impur l'arc d'impulsion peut se produire en sens inverse,* de telle sorte que l'on ait

$$K_0 > K_1.$$

Ce phénomène doit être imputé à la variation du pouvoir inducteur du liquide et non à sa conductibilité ou à des dissymétries de l'appareil, car l'arc d'impulsion changeant de sens avec le degré de pureté du liquide, il faudrait que l'effet de la conductibilité ou celui des dissymétries changeassent avec ce degré de pureté, ce qui n'est guère admissible.

Cet électromètre-balance ne permet de mesurer ni K_1, ni K_0; celui que je vais décrire permet de mesurer K_1 et d'obtenir une limite supérieure de la valeur de K_0.

III. Cet appareil est un électromètre différentiel à quadrants; il est représenté *fig.* 2.

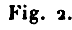
Il se compose de deux électromètres de M. Branly, se composant chacun de quatre secteurs reliés deux à deux et d'une aiguille formée de deux secteurs de 90° opposés par le sommet. Les deux appareils sont placés l'un au-dessous de l'autre, et les deux aiguilles, calées sur la même tige et par suite solidaires, sont soutenues par un fil de platine au $\frac{1}{20}$ de millimètre.

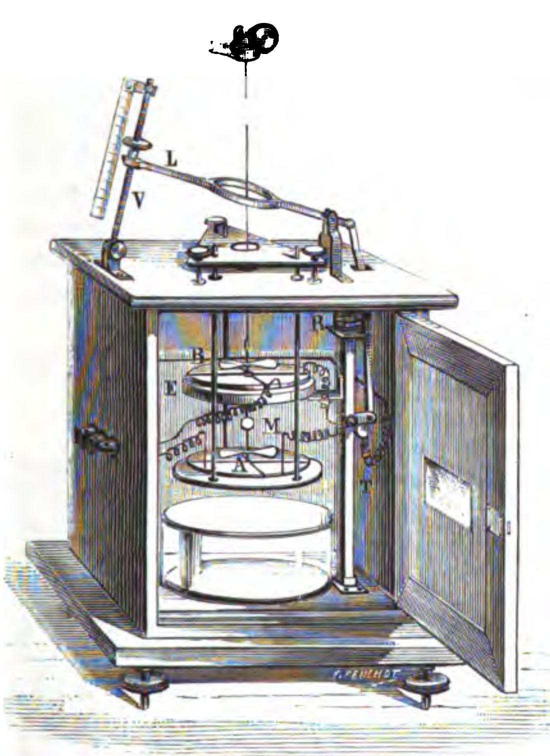
Les secteurs de l'électromètre inférieur A sont maintenus par un support fixe, ceux de l'électromètre supérieur B sont au contraire mobiles verticalement à l'aide d'un mécanisme que la figure fait aisément comprendre et leur position peut être repérée à $0^{mm},01$ près. La double aiguille en aluminium pèse 4^{gr}, y compris le miroir concave dont elle est munie; les secteurs de l'électromètre inférieur et leur support sont dorés, et la cage qui contient tout l'appareil est tapissée intérieurement de papier d'étain en communication avec le sol. La déviation de l'aiguille est observée par la méthode de Poggendorf disposée objectivement. La pile de

charge est la même que dans les expériences ci-dessus, sa force électromotrice est d'environ 270 volts.

Soient a et a' les paires de secteurs de l'électromètre supérieur, b et b' celles de l'électromètre inférieur. a' et b sont en permanence reliés au sol; on peut ou relier ensemble a et b' et les mettre à la pile, ou les isoler l'une de l'autre et mettre a à la pile, b' au sol. Elles sont d'ailleurs choisies de telle sorte que, toutes deux étant chargées, les couples dans les deux électromètres soient opposés.

Fig. 2.





Voici les opérations pour la mesure du pouvoir inducteur spécifique d'un liquide pur :

Le milieu diélectrique étant l'air pour les deux instruments et l'image fournie par le miroir de l'aiguille étant au zéro de l'échelle divisée, on réunit les deux paires de secteurs a et b' et on les met

en communication avec la pile, de telle sorte que les deux électromètres fonctionnent; puis on cherche par tâtonnement la position des secteurs de l'électromètre à air pour laquelle les couples des deux électromètres s'équilibrent exactement, c'est-à-dire pour laquelle l'aiguille est au zéro; soit p_1 cette position. On immerge l'électromètre à liquide en élevant un cristallisoir rempli du liquide à étudier. On charge l'instrument et l'on déplace les secteurs de l'électromètre à air jusqu'à ce que l'image revienne au zéro; soit p_2 leur position. *On constate que l'électromètre reste au zéro, si le liquide est parfaitement pur, quelle que soit la durée de la charge, et que la position p_2 est, dans ce cas, indépendante de la valeur et du signe du potentiel des quadrants.*

On met les secteurs b' de l'électromètre à liquide au sol, les secteurs a de l'électromètre à air restant à la pile, et, réduisant cette pile à 50 éléments, on amène les secteurs de l'électromètre supérieur à occuper successivement les positions p_1 et p_2, et l'on détermine les déviations *angulaires* $d_1 d_2$ correspondantes de l'aiguille. d_1 et d_2 sont proportionnelles aux couples de torsion mis en jeu dans les expériences précédentes; on a donc

$$\frac{\text{Couple le milieu étant le liquide}}{\text{Couple le milieu étant l'air}} = \frac{d_2}{d_1} = K_1 \text{ pouvoir inducteur,}$$

en prenant le pouvoir inducteur de l'air égal à 1.

La polarisation de la pile dans la mesure des déviations d_1 et d_2 peut être éliminée par des expériences croisées; de plus, elle est très faible, le liquide n'étant pas dans le circuit. En général, il est préférable de faire une série de mesures de déviation pour une série de positions des secteurs comprenant p_1 et p_2, et de construire une courbe en prenant pour abscisses les distances à un plan horizontal pris comme repère, et pour ordonnées les déviations de l'aiguille; la *fig.* 3 représente une de ces courbes.

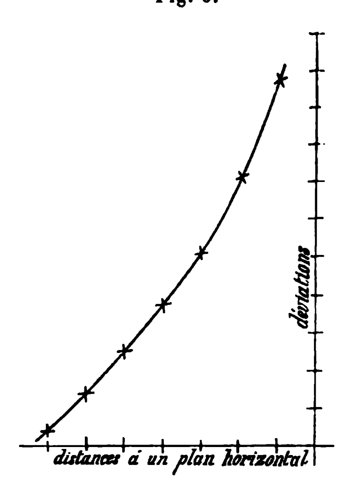
Voici les valeurs trouvées pour le pouvoir inducteur de la benzine et de l'essence de pétrole; j'ai indiqué en regard le carré de l'indice de ces liquides pour la raie D, mesuré sur les échantillons mêmes qui m'ont servi.

	K.	n^2.
Benzine	2,235	2,25
Essence de pétrole	2,170	2,11

La relation donnée par Maxwell, $K = n^2$, est donc à peu près vérifiée.

Supposons maintenant, pour étudier les variations de K avec le temps de charge, l'instrument réglé de telle sorte que l'aiguille soit au zéro au bout de cinq minutes de charge, que l'on décharge l'appareil, puis qu'on le recharge; on voit le miroir, entraîné d'abord par l'électromètre à air, à droite par exemple, revenir au

Fig. 3.



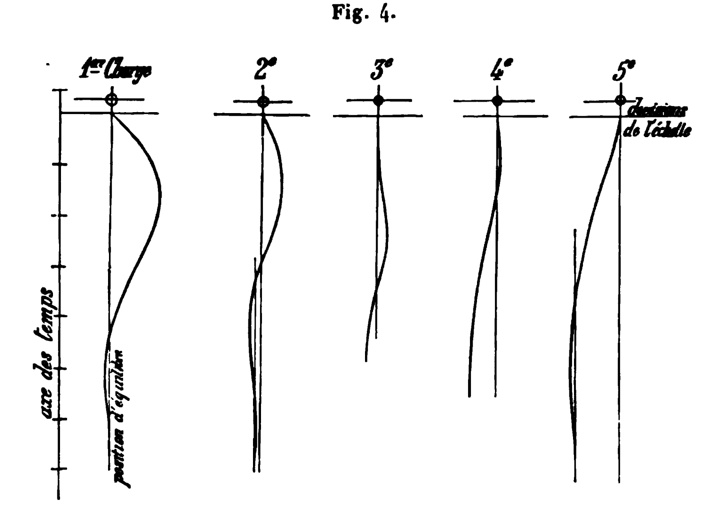
zéro en effectuant une série d'oscillations. Si l'on abaisse les secteurs de l'électromètre à air, de manière à affaiblir son action, et que l'on répète l'expérience, la position d'équilibre, au bout de cinq minutes, est reportée vers la gauche, mais le premier arc d'impulsion pourra encore se produire à droite. En continuant le déplacement des secteurs, cet arc diminuera d'amplitude et finira par s'annuler, de manière que le mouvement de l'aiguille, lors de ces diverses charges, soit représenté par les courbes de la *fig.* 4, dont deux sont des réductions de courbes obtenues par photographie directe du mouvement de l'aiguille (par un procédé analogue à celui de l'enregistrement photographique des indications de l'électromètre de M. Mascart, appliqué à la mesure du potentiel de l'air).

Si l'on note les positions des secteurs de l'électromètre à air les plus voisines que l'on puisse obtenir, dont l'une produise en-

core un arc d'impulsion et dont l'autre n'en produise plus (charges 4 et 5), et que, prenant leur moyenne, on cherche la valeur de K qui lui correspond, on obtient une valeur que j'appellerai K'_0.

K'_0 n'est pas la valeur K_0 de K au début, mais en est une limite supérieure : l'effet d'une percussion donnée agissant sur un système mobile est d'autant plus grand que le moment d'inertie du système est plus petit. Ici, par conséquent, la valeur de l'arc d'im-

Fig. 4.



pulsion pour une position déterminée des secteurs de l'électromètre à air, c'est-à-dire pour une percussion donnée, est d'autant plus grande que le moment d'inertie de l'aiguille est plus petit; il arrive donc que l'arc d'impulsion n'est plus visible avec une aiguille ayant un certain moment d'inertie, alors qu'on le distinguerait encore si le moment d'inertie de l'aiguille était plus petit.

Les valeurs trouvées pour K'_0 dans des expériences faites sur la benzine sont 1,650 et 1,680, et avec une aiguille très légère 1,10. Cette valeur est la plus petite de celles qui ont été trouvées; les deux premières sont à peu près la moyenne des déterminations. La valeur de K_0, dont K'_0 est une limite supérieure, me semble devoir être l'unité.

IV. Une question se pose ici immédiatement : comment K_0

passe-t-il de la valeur K_0 à la valeur K_1; autrement dit, quelle est la forme de la courbe représentant K en fonction du temps?

Tout d'abord, les arcs d'impulsion ne dépassent jamais 4° à 5°. Or si, l'appareil étant réglé pour une charge prolongée, on enlève le liquide, de telle sorte que l'électromètre inférieur se trouve dans les conditions où il est au début de la charge, si K_0 a pour valeur l'unité, puis qu'après avoir réduit la pile, on charge à nouveau, on constate une déviation indiquant une force telle que, si toute la pile avait été employée, l'aiguille aurait dû faire environ cinq tours, c'est-à-dire décrire 1800°. On voit que la durée d'action d'un pareil couple, nécessaire pour produire un arc d'impulsion de 5°, doit être excessivement petite.

N'ayant pu aborder directement le problème, je me suis contenté d'étudier de la manière suivante une courbe d'oscillation obtenue par photographie.

Soient

M le moment d'inertie de l'aiguille,
m le moment du couple de torsion,
$m' f\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$ l'amortissement,
μ le moment du couple électrique,

l'équation différentielle du mouvement est

$$M\frac{d^2\omega}{dt^2} + m\omega + m' f\left(\frac{d\omega}{dt}\right) = \mu,$$

ou

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{m}{M}\omega + \frac{m'}{M} f\left(\frac{d\omega}{dt}\right) = \frac{\mu}{M}. \qquad (1)$$

Si l'on connaît $\frac{m}{M}$, $\frac{m'}{M}$, $f\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$, la courbe étudiée permettra de calculer la valeur de $\frac{\mu}{M}$ pour une valeur quelconque de t, en déterminant, à l'aide de la courbe elle-même, ω, $\frac{d\omega}{dt}$, et $\frac{d^2\omega}{dt^2}$ pour cette valeur de t. Cette méthode ne pourra d'ailleurs pas s'appliquer au voisinage immédiat de l'origine; car, en ce point, $\frac{d\omega}{dt}$ et $\frac{d^2\omega}{dt^2}$ ne peuvent être que très grossièrement évalués; mais on peut avoir

la valeur de $\int_0^t \frac{\mu}{M}\,dt$ ou l'aire comprise entre la courbe $\frac{\mu}{M} = \varphi(t)$, dont on connaît des points, l'ordonnée t et les axes de coordonnées. Il suffit d'intégrer, par rapport au temps, l'équation (1) de o à t; il vient

$$(2) \qquad \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_t + \frac{m}{M}\int_0^t \omega\,dt + \frac{m'}{M}\int_0^t f\left(\frac{d\omega}{dt}\right)dt = \int_0^t \frac{\mu}{M}\,dt.$$

Ces résultats suffisent pour rendre compte de la variation de $\frac{\mu}{M}$ avec le temps.

Tout d'abord, j'ai étudié la loi du mouvement de l'aiguille, le couple électrique n'existant pas; l'équation (1) devient

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{m}{M}\omega + \frac{m'}{M} f\left(\frac{d\omega}{dt}\right) = 0.$$

Le mouvement satisfait à la relation

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + 0{,}01834\,\omega + 0{,}2314\,\frac{d\omega}{dt} = 0.$$

La résistance est proportionnelle à la vitesse, le rapport de deux élongations successives est 4,5, la durée d'oscillation avec le liquide 13^s; et cette durée, sans liquide, à peu près 7^s. J'ai supposé que cette durée de sept secondes était aussi la durée dans le vide; autrement dit, que l'on pouvait négliger l'amortissement dans l'air relativement à l'amortissement dans le liquide.

J'ai admis que, dans l'équation (1) on pouvait remplacer $\frac{m'}{M} f\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$ par $0{,}2314\,\frac{d\omega}{dt}$ et écrire cette relation

$$(3) \qquad \frac{d^2\omega}{dt^2} + 0{,}01834\,\omega + 0{,}2314\,\frac{d\omega}{d_1} = \frac{\mu}{M},$$

l'équation (2) devenant

$$(4) \qquad \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_t + 0{,}01834\int_0^t \omega\,dt + 0{,}2314\,\omega_t = \int_0^t \frac{\mu}{M}\,dt.$$

J'ai placé verticalement sur une machine à diviser un des clichés obtenus en photographiant directement le mouvement de l'aiguille, et j'ai relevé, à l'aide du cathétomètre, point par point la

courbe tracée sur ce cliché; puis je l'ai construite sur papier en centuplant les ordonnées et exprimant les abscisses en secondes. Sur cette courbe, tracée avec soin, j'ai mesuré les vitesses pour des points distants de $0^s,05$, puis j'ai construit la courbe des vitesses. Sur cette seconde courbe, j'ai mesuré les accélérations et construit une courbe des accélérations sur laquelle j'ai relevé les accélérations pour des points distants de $0^s,05$. Ces trois courbes sont représentées *fig.* 5. Enfin, j'ai calculé $\frac{\mu}{M}$ d'après l'équation (3) pour les valeurs de t ci-dessous indiquées, et trouvé les résultats suivants :

t.	$\frac{\mu}{M}$.	t.	$\frac{\mu}{M}$.
0,05.......	+0,70	0,85.......	−0,030
0,1........	+0,41	0,90... ...	−0,049
0,15.	+0,27	0,95.	−0,079
0,20.......	+0,22	1,00..... .	−0,08
0,25.......	+0,18	1,5........	−0,11
0,30.......	+0,15	2,0........	−0,11
0,35.......	+0,13	2,5........	−0,11
0,40.......	+0,112	3,0........	−0,11
0,45.	+0,096	4,0........	−0,0921
0,50.......	+0,078	5,0..... ..	−0,091
0,55.......	+0,065	6,0........	−0,030
0,60.......	+0,047	7,0........	−0,051
0,65.	+0,035	8,0........	−0,063
0,70.......	+0,017	9,0........	−0,05
0,75..... .	+0,002	10,0........	−0,075
0,80.......	−0,013		

représentés par une des courbes de la *fig.* 5.

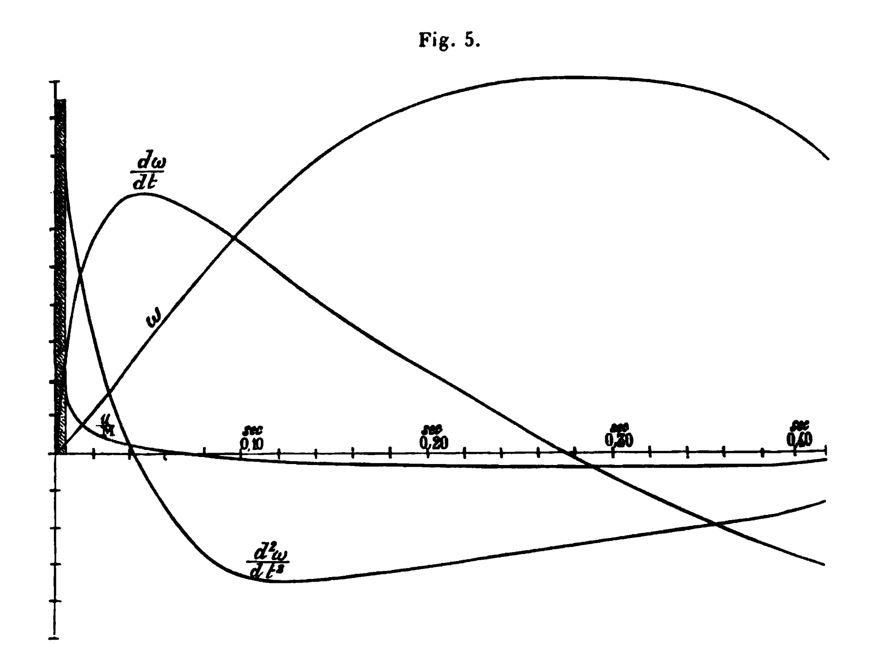
Calculant alors l'expression (4) pour $t = 0,05$, j'ai trouvé

$$\int_0^{0,05} \frac{\mu}{M}\,dt = 0,237.$$

On voit que la courbe $\frac{\mu}{M} = \varphi(t)$ s'élève très rapidement et à une très grande hauteur, c'est-à-dire que $\left(\frac{\mu}{M}\right)_0 = \varphi(0)$ est très grand, si l'on considère que l'aire comprise entre $t = 0,05$, la courbe et les axes est représentée par le rectangle couvert de hachures sur la *fig.* 5.

Il en résulte que la variation de $\frac{\mu}{M}$ doit se faire très rapidement; or $\frac{\mu}{M}$ est proportionnel à la différence des couples électriques agissant sur l'aiguille. Si C et C' sont les capacités des électromètres

Fig. 5.



par unité d'angle, V le potentiel, les moments des couples sont respectivement $C'KV^2$ et CV^2, le moment résultant $(C - C'K)V^2$, on a

$$(C - C'K)V^2 = \mu,$$

d'où

$$K = \frac{C}{C'} - \frac{\mu}{C'V^2} = \frac{C}{C'} - \frac{M}{C'V^2}\frac{\mu}{M};$$

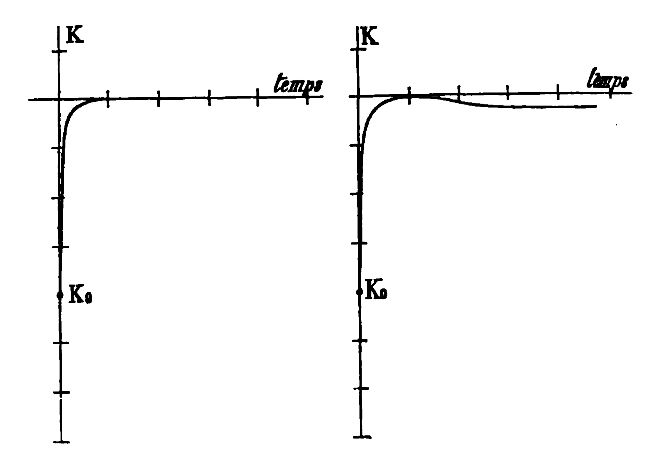
K doit donc varier très rapidement aussi.

La courbe représentative de K en fonction du temps pour le liquide employé lors de l'obtention photographique de la courbe qui a servi de base à ces calculs (essence de pétrole), est donc analogue à la courbe (2) de la *fig.* 6, voisine cependant de la courbe (1) de la même figure.

Ainsi, pour les liquides dont j'ai fait usage :

1° Le pouvoir inducteur au bout d'un temps de charge supérieur à une seconde ne dépend ni de la durée de la charge, ni du potentiel de charge, ni de l'histoire antérieure du liquide; sa valeur K est une véritable constante égale au carré de l'indice, vérifiant par suite la loi de Maxwell;

Fig. 6.



2° Le pouvoir inducteur au début de la charge serait voisin de l'unité;

3° La variation du pouvoir inducteur de la valeur K_0 à la valeur K_1 se fait très rapidement.

V. Dans le cas des liquides impurs, les phénomènes sont tout différents et beaucoup plus complexes.

Les expériences ont été faites avec l'électromètre à quadrants et conduites de la manière suivante :

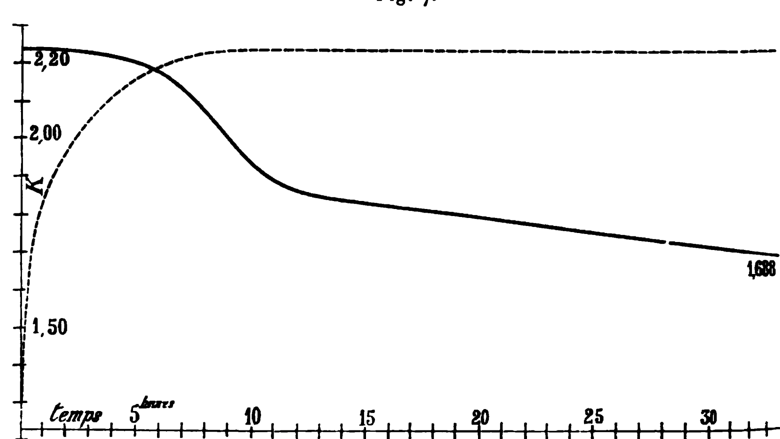
Le liquide étant placé dans le cristallisoir, on charge l'appareil et on le règle au bout de cinq minutes. La position des secteurs de l'appareil permet de déterminer la valeur de K, que j'appellerai K_5, puis on fait aussi vite que possible les opérations nécessaires pour la mesure de la limite de K au début, en laissant l'appareil chargé juste le temps nécessaire pour voir le sens de l'arc d'impulsion. Soit K'_5 la valeur obtenue. Cinq minutes après on mesure à nou-

veau la valeur de K et l'on obtient K_{5+5} ; on laisse l'appareil chargé un temps t_1 plusieurs minutes, et on répète toutes ces opérations ; on obtient ainsi les valeurs K_{5+5+t_1}, K'_{5+5+t_1}, K_{5+5+t_1+5} ; on répète les opérations t_2 après et ainsi de suite ; on forme ainsi le Tableau suivant :

Valeur du temps de charge....	5	$5+5$	$5+5+t_1=\theta_1$	θ_1+5	$\theta_1+5+t_2=\theta_2$	θ_2+5	...
Valeurs de K....	K_5		K_{θ_1}		K_{θ_2}		...
		K_{5+5}		K_{θ_1+5}		K_{θ_2+5}	...
	K'_5		K'_{θ_1}		K'_{t_2}		...

La courbe construite en portant en abscisses les temps et en ordonnées les valeurs de K contenues dans la dernière ligne donne une limite supérieure de K au début de la charge, en fonction de la durée de charge antérieure. Elle est représentée en traits pleins dans la *fig.* 7. On voit que cette valeur de K, d'abord égale au

Fig. 7.



véritable pouvoir inducteur, lui est devenue inférieure lorsque la durée de la charge a atteint quatre heures. La forme de cette courbe est indépendante du potentiel de charge.

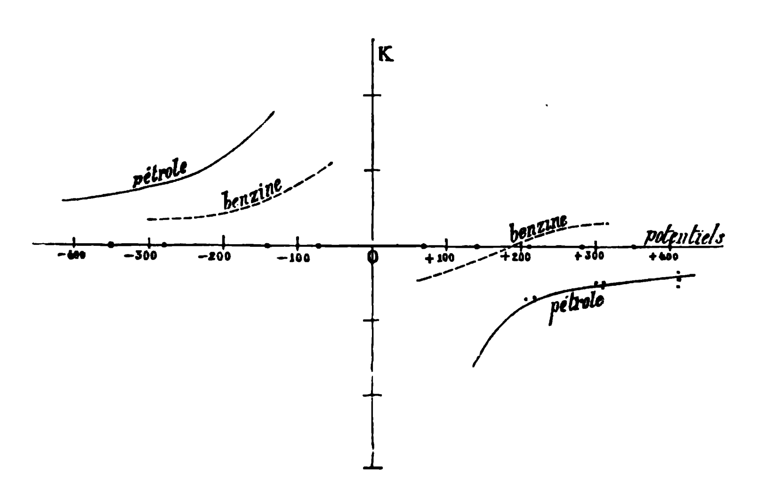
Les courbes construites en prenant pour abscisses les temps et pour ordonnées les valeurs de K contenues dans les deux lignes supérieures se confondent, les valeurs K_θ et $K_{\theta+5}$ sont voisines, ce qui conduit à dire que *cette valeur de* K *ne dépend que de la durée*

totale de la charge antérieure, et non de la manière dont cette charge s'est faite. Cette valeur de K dépend en général du potentiel de charge; mais au bout d'une charge d'autant plus longue que le liquide est moins pur, elle devient indépendante de ce potentiel et constante, la valeur vraie du pouvoir inducteur.

La courbe représentée en traits interrompus *fig.* 7 représente cette valeur de K pour de la benzine, le potentiel de charge étant — 270 volts; cette expérience a duré trente-trois heures.

Si pour un liquide très impur on détermine la valeur de K pour des durées de charges de cinq minutes, le potentiel variant, on obtient les courbes représentées *fig.* 8 pour la benzine et l'essence de pétrole; la forme de ces courbes varie d'ailleurs avec la pureté du liquide.

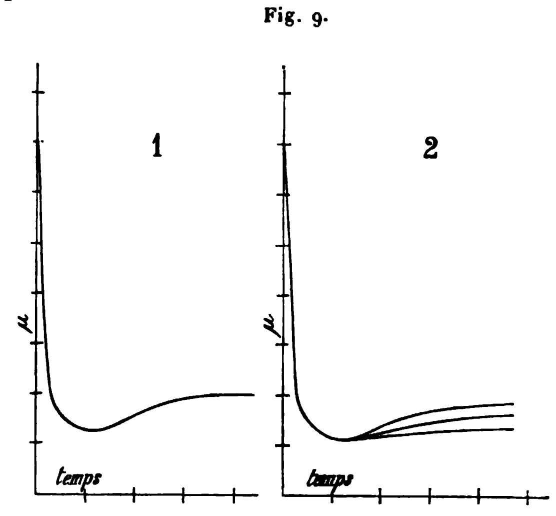
Fig. 8.



Si l'on cherche à se représenter la forme de la courbe $\mu = \varphi(t)$, où t est la durée de la charge actuelle pour un liquide impur, on est conduit à penser qu'elle est analogue à la courbe 1 de la *fig.* 9. En effet, l'appareil étant réglé au bout de cinq minutes de charge par exemple, si l'on vient à le décharger et à le charger à nouveau, on voit que l'aiguille sera soumise à une percussion dans un sens suivie immédiatement d'une force dirigée en sens contraire agissant un temps fini; il est possible, à cause de l'inertie de l'aiguille, que l'effet de la percussion soit entièrement masqué par celui de

cette force; le liquide se purifiant, la courbe $\mu = \varphi(t)$ se déformerait en passant par les courbes 2 de la *fig.* 9, et il pourrait se faire qu'à un moment donné l'effet de la force indiquée ci-dessus contre-balançât exactement l'effet de la percussion; dans ce cas, il n'y aurait pas d'arc d'impulsion (point de croisement des courbes de la *fig.* 7). La courbe représentative de K pour un liquide impur serait analogue à la courbe 2 de la *fig.* 6; c'est d'ailleurs cette forme qui a été trouvée expérimentalement pour un liquide aussi pur que possible.

Fig. 9.



Il se présente dans ces recherches un fait déjà mis en évidence par M. Hertz (¹), c'est celui de la purification du liquide par le passage du courant, purification d'autant plus rapide que le potentiel de charge est plus élevé.

VI. Du reste d'autres expériences, faites par une méthode analogue à celle du galvanomètre balistique de Jenkin, vont nous permettre de montrer que le passage du courant agit bien ainsi, et de voir que la variation de début du pouvoir inducteur pour un li-

(¹) H. Hertz, *Uber das Verhalten der Benzins als Isolator und als Rückstandsbildner* (*Wied. Ann.*, vol. XX, p. 279; 1883, et *Journ. de Phys.*, vol. III, 2ᵉ série, p. 141; 1884).

quide pur doit être presque entièrement faite dans $(\frac{1}{400})$ de seconde.

Voici la description de l'appareil et de la méthode employée :

J'ai construit un condensateur cylindrique à grande surface composé de huit tubes de laiton de 10^{cm} de hauteur, d'un rayon moyen de 7^{cm}, emboîtés les uns dans les autres, distants de $0^{cm},1$ et maintenus par des cales en verre; l'ensemble est renfermé dans un vase en métal; les tubes et le vase sont groupés comme les plaques d'un accumulateur, de sorte que la capacité est environ 3200^{cc}.

L'une des armatures est reliée à une des bornes d'un galvanomètre Thomson très sensible dont l'autre borne est à la terre, les déviations sont lues dans une lunette par la méthode de Poggendorf; l'autre armature est reliée à l'une des extrémités d'un interrupteur dont l'autre est en communication avec l'un des pôles d'une pile de 50 éléments de M. Gouy dont l'autre pôle est au sol.

Une résistance de 2.10^6 ohms (traits de crayon sur de l'ébonite) sert à étalonner le galvanomètre. L'interrupteur permet d'avoir des temps de charge variant de $0^s,001$ à plusieurs secondes à volonté (1).

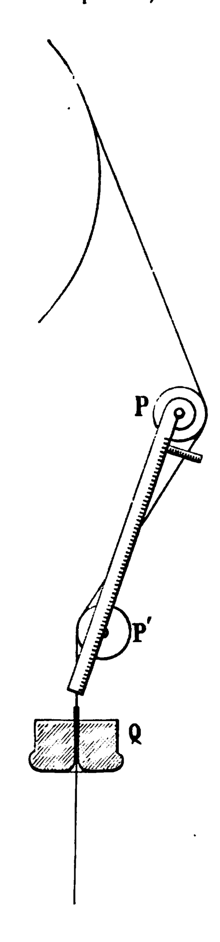
J'ai d'abord vérifié le fonctionnement de l'interrupteur en opérant sur le condensateur desséché avec soin et ne contenant pas de liquide; à cet effet, j'ai mesuré les arcs d'impulsion du galvanomètre pour différents temps de charge; la courbe construite en portant en abscisses les temps et en ordonnées les arcs d'impulsion, c'est-à-dire les quantités d'électricité, est rigoureusement rectiligne pour des temps variant de $0^s,001$ à $0^s,036$. Le coefficient angulaire de la droite mesure d'ailleurs en unités arbitraires la conductibilité du système.

Pour étalonner le galvanomètre, j'y ai lancé le courant de la pile pendant deux temps déterminés, au travers de la résistance de 2.10^6 ohms; voici, par exemple, les nombres trouvés à deux jours d'intervalle :

(1) Voici comment j'ai construit cet appareil : la règle divisée de la machine d'Atwood est remplacée par une règle en bois portant à la partie supérieure une pièce de 20^{cm} environ de longueur en ébonite, sur cette pièce (*voir* la figure ci-après) peuvent être fixées deux pinces métalliques portant deux petites poulies en métal P, P′ et deux bornes. Le cordonnet de la machine est en soie trempée dans la paraffine très chaude pour éliminer toute trace d'eau; une partie de sa longueur $16^{cm},5$ est recouverte par un fil de cuivre rouge très fin enroulé sur lui,

	Température en unités arbitraires.	Déviations.	Rapport.
Premier jour...	1	33	2,91
	2,89	96	
Deuxième jour.	1	28	2,93
	2,89	82	

dont les extrémités forment autant que possible des sections droites du cordonnet; ce cordonnet passe sur les deux poulies, un déclenchement permet la chute



des poids de la machine au moment voulu, et un amortisseur Q en arrête le mouvement sans choc. Au moment de cette chute, et pendant le temps que la

Le rapport des déviations mesurant le rapport des quantités d'électricité mesure aussi le rapport des temps, si l'on néglige la capacité statique de l'appareil, ce que l'on peut faire; on voit que ce rapport a varié de $\frac{2}{500}$ en deux jours, ce qui est une garantie du fonctionnement de l'interrupteur; avant chaque expérience, pareille détermination était faite. Les nombres 96 et 82 peuvent être, pour les expériences correspondantes, pris pour mesure de la sensibilité du galvanomètre.

Le liquide étant placé dans le condensateur, on détermine les arcs d'impulsion pour des temps de charge variant de 0s,0025 à 0s,036. Ces arcs d'impulsion sont dus : 1° à la charge du condensateur; 2° à la conductibilité du liquide; 3° à la conductibilité des supports et des cales en verre des tubes du condensateur.

Le liquide venant d'être mis dans l'appareil, on fait une série de mesures, puis on laisse l'appareil chargé avec une pile autre que la pile qui sert aux mesures pendant un certain temps après lequel on fait une nouvelle série de mesures, et ainsi de suite.

Les expériences ont porté sur l'essence de pétrole seule.

Les résultats obtenus avec une charge positive de 70 volts sont convenablement représentés par les formules paraboliques suivantes (1) :

---

partie recouverte du cordonnet met à passer sur les deux poulies à la fois, le contact est établi entre les deux bornes de l'interrupteur. Il suffit d'étalonner l'appareil avec un comparateur de Regnault; du reste pour les temps très courts que j'ai employés, 0s,1 au maximum, j'ai constaté que le temps pendant lequel les deux bornes sont en communication est proportionel à la différence entre la longueur recouverte et la distance des points de contact du cordonnet et des poulies, que je déterminais en mesurant la distance des centres et, par sa tangente, l'angle du cordonnet avec la ligne des centres. Les séries de deux expériences citées un peu plus loin permettent d'ailleurs de déterminer la longueur du cordonnet recouvert qui pouvait un peu varier d'un jour à l'autre; il suffit, x étant cette longueur, D_1 et D_2 les distances des points de contact dans les deux expériences, A_1, A_2 les arcs d'impulsion, d'écrire

$$\frac{D_1 - x}{D_2 - x} = \frac{A_1}{A_2},$$

d'où x.

On est maître d'ailleurs de la distance des poulies et de la vitesse du cordonnet et grâce à cette double variation on peut pratiquement avec cet appareil obtenir des durées de communication connues variant de 0s,001 à 10s.

(1) En écrivant ces formules, j'ai étendu à des temps très courts le résultat trouvé page 160 relativement à la variation de K avec la durée de charge anté-

	Arc d'impulsion.
Expérience du 18 novembre 1889.	$A\int i\,dt = 52,33 + 0,007\,t + 0,00978\,t^2$
Expérience du 20 novembre 1889.	$A\int i\,dt = 56,63 + 0,001\,t + 0,00225\,t^2$

le condensateur étant resté chargé entre ces deux séries de mesures, et les résultats corrigés de la conductibilité propre du condensateur.

On voit que le terme constant a crû, ce qui indique un accroissement du pouvoir inducteur, et que les coefficients des termes en t et en t^2 ont décru, ce qui indique un abaissement de la conductibilité; le liquide était déjà presque pur le 18 novembre.

Voici quelques autres formules trouvées antérieurement pour un échantillon de pétrole beaucoup moins pur, mais avec un galvanomètre non étalonné, elles ne sont donc intéressantes que par l'ordre de grandeur des coefficients des termes en t et t^2 :

13 juin 1889.......	$A\int i\,dt = 53 + 1,60\ t + 0,0383\ t^2$
14 »	$A\int i\,dt = 53 + 1,12\ t + 0,0203\ t^2$
16 »	$A\int i\,dt = 53 + 0,70\ t + 0,0193\ t^2$
27 »	$A\int i\,dt = 53 + 0,001\,t + 0,00182\,t^2$

les conclusions sont ici beaucoup plus nettes pour la variation des coefficients des termes en t et t^2. Le liquide s'est probablement purifié par électrolyse ou plutôt par une polarisation prolongée.

Une observation intéressante est la suivante : l'écart entre les arcs d'impulsion correspondant aux plus courts temps de charge ($0^s,0025$) et le calcul empirique ci-dessus n'atteint pas 0,01 par défaut; il en résulte, comme je l'ai dit plus haut, que la variation du pouvoir inducteur doit être faite à 0,01 près en $\frac{1}{400}$ de seconde.

Enfin, et comme dernier résultat de ces mesures, le pouvoir inducteur du pétrole, mesuré à l'aide d'une expérience faite sur le liquide et d'une expérience faite sur le condensateur non rempli de liquide, a été trouvé voisin de 2,2, alors que la méthode électrométrique donne 2,10 pour un pétrole pur.

rieure. D'ailleurs les expériences étaient faites de manière à ce qu'un temps de charge long succédât à un temps de charge court et réciproquement; la possibilité de trouver une formule empirique représentant les résultats à moins de 0,01 près justifie cette extension.

La concordance entre les deux méthodes montre, il me semble, que le phénomène doit être attribué au pouvoir inducteur seul, la conductibilité étant très petite et variant peu avec le temps. S'il en était autrement, en effet, c'est-à-dire si l'on supposait la conductibilité du liquide très grande au début de la charge, on rendrait bien compte du mouvement de l'aiguille de l'électromètre différentiel, la différence de potentiel entre les quadrants et l'aiguille étant au début plus petite pour l'électromètre à liquide que pour l'électromètre à air; mais dans ces dernières expériences on a

$$\int_0^t i\,dt = \mathrm{CK}_t\mathrm{V} + \int_0^t \gamma\mathrm{V}\,dt,$$

où C est la capacité géométrique de l'instrument, K_t le pouvoir inducteur au temps t, V le potentiel de charge et γ la conductibilité; or l'expérience montre que le second terme est négligeable, il faut donc que γ soit nul ou petit.

SUR L'UNITÉ CALORIMÉTRIQUE;

PAR M. BERTHELOT.

Une discussion intéressante s'est élevée dans ces dernières années sur l'unité des mesures calorimétriques, et quelques savants proposent en ce moment d'en changer la définition; de tels changements ne doivent pas être accomplis à la légère, à cause de la perturbation jetée dans l'emploi des instruments de mesure, et dans la comparaison des anciennes expériences avec les nouvelles. Peut-être n'est-il pas inutile d'en discuter d'une façon plus approfondie la nécessité et la signification.

On sait que la définition actuelle de la calorie, telle qu'elle a été, jusqu'ici, généralement adoptée par les physiciens, remonte aux expériences de Lavoisier et Laplace, et à leur calorimètre, fondé sur la pesée des quantités de glace fondues, à la température fixe de zéro, par une certaine quantité de chaleur. Mais la quantité de chaleur susceptible de fondre 1^{gr} de glace est difficile à comparer avec une extrême rigueur avec les quantités de chaleur mises en

jeu dans d'autres phénomènes, et on a préféré envisager une quantité proportionnelle, déduite du rapport limite $\frac{dQ}{dt}$, entre une quantité de chaleur et la variation correspondante de la température de l'eau, ce rapport étant mesuré à la température de 0°. En pratique, on a même substitué à ce rapport différentiel le rapport de deux différences finies

$$\frac{\Delta Q}{T_1 - T},$$

répondant à un intervalle compris entre 0° et + 1°.

La quantité ΔQ ainsi définie est prise comme unité : c'est la calorie actuelle, quantité de chaleur fournie à 1gr d'eau entre 0° et 1°, et qui a été jusqu'ici l'unité de toute mesure calorimétrique.

Divers savants (¹) ont proposé dans ces derniers temps de lui substituer ce qu'ils ont appelé la *calorie moyenne,* c'est-à-dire le centième de la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 1gr d'eau pour l'échauffer de 0° à 100°. Le rapport de cette quantité à l'ancienne serait 1,00358, d'après certains auteurs; d'après d'autres, on aurait des chiffres dont l'écart pourrait s'élever jusqu'à un centième. J'avouerai que je ne vois pas l'utilité de ce changement de définition, ni en théorie, ni en pratique, et qu'il me paraît, au contraire, de nature à embrouiller des discussions déjà extrêmement délicates.

En théorie, le rapport moyen des chaleurs spécifiques de l'eau entre 0° et 100° est aussi arbitraire que le rapport moyen entre 0° et 1°, et il a l'inconvénient de se rapporter à une quantité dont les variations sont plus étendues.

En pratique, la détermination de la chaleur cédée par l'eau entre 100° et 0° est extrêmement difficile à faire avec une grande rigueur, ce que prouvent d'ailleurs les mesures des physiciens très habiles qui s'en sont occupés depuis Regnault et qui diffèrent de plusieurs millièmes; ce n'est donc pas là une quantité susceptible d'être définie physiquement avec une rigueur et une simplicité telles qu'on puisse la prendre à tout instant comme terme de comparaison et de vérification. Chaque nouvelle détermination obli-

(¹) *Journal de Physique,* 2e série, t. X, p. 143.

gerait à remanier le calcul de toutes les valeurs numériques données jusque-là en calorimétrie, inconvénient dont je n'ai pas besoin de faire remarquer l'extrême gravité.

S'il s'agissait de pratique seulement, la meilleure unité serait, assurément, la calorie rapportée à la température de 15°, c'est-à-dire la quantité de chaleur capable de porter 1gr d'eau de 15° à 16° : c'est une température à laquelle il est facile de rapporter toutes les déterminations et toutes les comparaisons expérimentales, avec une rigueur que ne comportent ni les mesures faites à 0°, ni surtout les mesures rapportées à un intervalle tel que celui de 0° à 100°. Quant à l'écart qui existe entre cette calorie pratique, à laquelle se rapportent d'ailleurs, à peu de chose près, presque toutes les mesures calorimétriques exécutées jusqu'à ce jour, et l'ancienne calorie, cet écart, dis-je, me semble évalué un peu trop haut en ce moment; mais, quel qu'il soit, il n'enlève rien à la force des considérations qui précèdent.

SUR LA DÉTERMINATION DE L'ORIENTATION OPTIQUE DANS LES CRISTAUX TRICLINIQUES. APPLICATION AU BICHROMATE DE POTASSE;

PAR M. H. DUFET.

I. Il est avantageux d'employer systématiquement, pour déterminer l'orientation des axes d'élasticité optique dans un cristal, l'observation des axes optiques, qui sont les seules directions bien déterminées pour lesquelles les propriétés optiques changent rapidement dès qu'on s'en écarte. On y arrive facilement à l'aide du microscope polarisant que j'ai décrit, il y a quelques années, dans ce Journal, description à laquelle je renverrai ([1]).

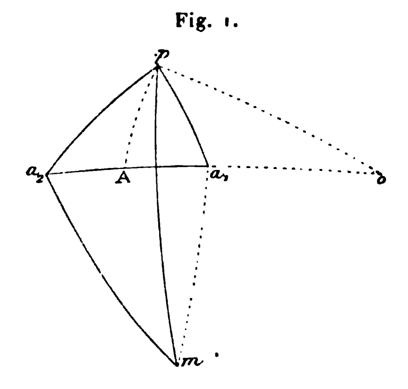
A cause de la distance relativement considérable qui existe entre le *focus* polariseur et l'objectif du microscope, on peut placer, entre eux, une cuve cylindrique dépolie, avec une face plane en face de l'objectif, que l'on remplit d'un liquide plus réfringent que le cristal et où est immergée la plaque à étudier. On peut ainsi, sans déranger la plaque, observer les courbes isochromatiques, ou,

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 564.

en l'inclinant convenablement, observer les limites de réflexion totale. La plaque étant parallèle à l'axe du cercle divisé, et orientée de telle sorte qu'un axe optique passe au milieu du champ, la bissectrice des deux positions de réflexion totale donne la normale à la plaque; on déduit donc de l'observation l'angle extérieur de l'axe optique avec la normale. Il conviendra d'alterner les mesures, de manière à éliminer l'influence de la température, et de prendre immédiatement l'indice du liquide en substituant à la plaque un corps d'indice bien connu, calcite ou quartz.

Supposons d'abord un cristal dans lequel on connaisse l'indice moyen et l'angle vrai des axes optiques. Sur une plaque dont on connaît l'orientation cristallographique, on pourra, sauf de rares exceptions, observer les deux axes optiques, et déduire des mesures l'angle *intérieur* de chaque axe avec la normale à la plaque. Soit (*fig.* 1) p, le pôle de la face, a_1, a_2, les traces des axes optiques. On connaît les trois côtés du triangle, on peut donc calculer l'angle de p avec la bissectrice aiguë A, la bissectrice obtuse O et la perpendiculaire au plan des axes. Pour déterminer complètement

Fig. 1.



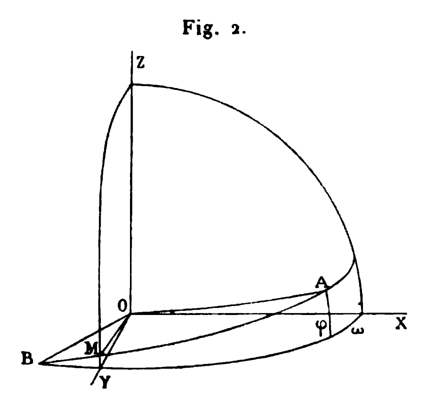
l'orientation, il suffira de mesurer, sur une autre plaque m, dont on connaît l'angle avec p, l'angle que fait l'un des axes optiques avec la normale à la plaque. Soit $a_2 m$ ainsi déterminé; le triangle pa_2m étant connu permet de calculer $a_1 m$ et, par suite, les angles de m avec les trois axes d'élasticité. La détermination expérimentale de $a_1 m$ servira de vérification au calcul. On pourra de même calculer et mesurer les angles des axes optiques avec une troisième plaque, et obtenir comme dans un calcul cristallographique, autant

de vérifications des données fondamentales qu'on le jugera nécessaire.

J'ai supposé connu l'indice moyen et l'angle vrai des axes. Pour les déterminer il faut tailler une plaque à peu près perpendiculaire à la ligne moyenne. Il suffit, comme je vais le montrer, d'une perpendicularité approchée pour arriver à des résultats exacts.

Supposons, en effet, la plaque parallèle à l'axe du limbe. Soit OX (*fig.* 2) la normale à la plaque, OZ l'axe du limbe; OY sera la

Fig. 2.



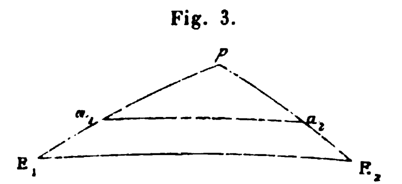
direction de propagation des ondes correspondant aux rayons réfléchis totalement. Soit A la bissectrice aiguë, B la bissectrice obtuse placée dans le plan d'incidence, φ et ω les angles de la bissectrice aiguë avec les plans XY et ZX. On voit, immédiatement, que $\operatorname{tang} MY = \operatorname{tang}\omega \sin\varphi$. Donc si les angles ω et φ sont petits, un des plans tangents menés à la surface de l'onde perpendiculairement à OY se confondra avec le plan tangent normal à OM. Ce plan, étant normal au plan des axes, correspond à un rayon se propageant avec l'indice moyen et vibrant à peu près verticalement. L'indice moyen sera donc donné, sans erreur sensible, même si les angles ω et φ ont une valeur de 3° à 4°.

Pour placer la bissectrice obtuse dans le plan d'incidence, il faut qu'en tournant la plaque autour de OZ, les axes optiques passent dans le champ à égale distance du fil horizontal du réticule. Il est d'ailleurs indifférent, pour ce réglage, de se servir des axes intérieurs ou des axes extérieurs, le déplacement vertical amené par la différence d'indice du liquide d'immersion et de la plaque

étant le même pour chaque axe à cause de la petitesse des angles φ et ω.

On obtient donc ainsi l'indice moyen. Pour avoir l'angle vrai des axes, on mesurera, par la méthode que j'ai indiquée précédemment, les angles extérieurs de chaque axe avec la normale à la plaque et l'angle qu'ils font entre eux. Sur une plaque presque normale à la bissectrice aiguë, le dernier angle sera sensiblement égal à la somme des deux autres, et la somme des angles *intérieurs* calculés par l'indice moyen sera l'angle des axes. Dans le cas général, si p (*fig.* 3) est la normale à la plaque, $E_1 E_2$ les axes extérieurs, $a_1 a_2$ les axes intérieurs, la révolution du triangle $pE_1 E_2$ donnera l'angle au sommet et permettra de calculer $a_1 a_2$.

Fig. 3.



II. J'ai appliqué cette méthode à l'étude optique du bichromate de potasse, qui n'a été l'objet d'aucune détermination suivie.

Plusieurs plaques sensiblement perpendiculaires à la bissectrice aiguë m'ont donné l'indice moyen et l'angle des axes. J'ai dû me servir, comme liquide d'immersion, d'iodure de méthylène saturé de soufre; l'indice du liquide qui m'a servi a varié, dans le cours des expériences, de 1,7795 à 1,7815, mais cette variation n'a eu aucune influence sur les résultats, puisque je prenais toujours immédiatement l'indice du liquide à l'aide d'une calcite ou d'un quartz.

J'ai trouvé, pour la raie D, les valeurs

1,73814
1,73801
1,73803

et admis pour le calcul le nombre 1,7380.

L'angle des axes a été trouvé égal à 51°53'. Sur une plaque qui se trouvait normale à la bissectrice, l'angle dans l'air 98°58' conduit exactement à la même valeur. Les variations de la température

ambiante ne me paraissent pas avoir d'influence sensible sur l'angle des axes.

Pour obtenir les deux autres indices, j'ai évalué le retard donné par des plaques à très peu près normales à la bissectrice aiguë, en comptant le nombre des anneaux ; ceci m'a donné, le cristal étant *positif*, pour $n_m - n_p$, la valeur 0,01777. Dès lors, avec l'angle des axes, on peut calculer n_g; d'où, pour la raie D,

$$n_g = 1,8197$$
$$n_m = 1,7380$$
$$n_p = 1,7202$$

Pour déterminer l'orientation optique, je me suis servi de lames de clivage, suivant les trois directions $p(001)$, $h^1(100)$, $g^1(010)$; les angles de ces trois directions ont été mesurés à l'aide d'un excellent goniomètre de Brünner, sur des clivages parfaits; les nombres trouvés ont été

$ph^1(001)(100)$	96°.23′
$pg^1(001)(010)$	98.11
$h^1g^1(100)(010)$	91.47

valeurs très voisines des nombres trouvés par Schabus ([1]).

Dans p, un des axes est voisin de la normale; le plan des axes est à peu près perpendiculaire sur g^1, et placé dans l'angle obtus ph^1. La bissectrice aiguë est dans l'angle formé par les normales aux faces (001), (100), $(0\bar{1}0)$; la bissectrice obtuse, dans l'angle des normales à $(00\bar{1})$, (100), (010), et presque dans la zone pg^1 et l'axe de moyenne élasticité dans l'angle des normales à $(00\bar{1})$, (100), (010), presque dans la zone ph^1.

Les expériences ont porté surtout sur des plaques p et h^1, le clivage g^1 étant plus difficile à obtenir parfait. Pour ces plaques, les valeurs mesurées des angles des axes optiques avec la normale différaient à peine de quelques minutes. J'ai pris comme angles fondamentaux, les angles des axes avec la normale à p et l'angle de la normale à h^1 avec l'axe le plus éloigné de p. J'ai pu dès lors calculer les autres angles mesurés, ainsi que les angles des trois axes d'élasticité optique avec les normales à p, g^1, h^1 et avec les

(1) SCHABUS, *Sitzb. Akad. Wien*, 1850.

axes cristallographiques, *a*, *b*, *c*; c'est ce que donne le Tableau suivant, où a_1 et a_2 désignent les axes optiques, A la bissectrice aiguë (axe de plus petite élasticité), O la bissectrice obtuse (axe de plus grande élasticité), M l'axe de moyenne élasticité, et *p*, h^1, g^1 les normales aux faces de même nom.

Données.

$n_m = 1.7380$
$2V = 51°53'$
$ph^1 = 83°.37'$ *
$pg^1 = 81.49$
$h^1g^1 = 88.13$

	Observé.	Calculé.
a_1p..........	7°.57' *	Fond.
a_2p..........	48.23	Fond.
a_1h^1.........	76.52	76.49
a_2h^1.........	79.59	Fond.
a_1g^1.........	77.37	77.42.30
a_2g^1.........	50.29	50.26

Bissectrice aiguë.

A*p*........	23°. 4'.40"	A*c*........	19°.16'.50
Ah^1.......	77. 4.40	A*a*........	82.30.30
A$\overline{g^1}$.......	76.21.30	A$\overline{b}$........	68.12.20

Bissectrice obtuse.

O*p*........	68. 6.20	O*c*........	76.24.20
Oh^1.......	86.26.50	O*a*.......	89.32.20
Og^1.......	13.43.10	O*b*.......	21.55.50

Normale au plan des axes.

M$\overline{p}$........	83. 3.20	M$\overline{c}$........	76.58.40
Mh^1.......	13.25. 0	M*a*.......	7.22. 0
Mg^1.......	88.33.40	M*b*.......	88.28.20

J'ai également déterminé pour ce corps la dispersion très notable des axes d'élasticité optique pour les radiations comprises entre le rouge voisin de la raie B($\lambda = 0^\mu,700$) et le vert jaunâtre ($\lambda = 0^\mu,570$). Je renverrai pour ce point à la Note publiée au *Bulletin de la Société française de Minéralogie*, t. XIII, p. 341; 1890.

RECHERCHES SUR L'APPLICATION DE LA MESURE DU POUVOIR ROTATOIRE A LA DÉTERMINATION DE COMBINAISONS FORMÉES PAR LES SOLUTIONS AQUEUSES D'ACIDE MALIQUE AVEC LES MOLYBDATES NEUTRES DE LITHINE, DE MAGNÉSIE, DE SOUDE ET DE POTASSE, ACIDE DE SOUDE ET LES TUNGSTATES NEUTRES ALCALINS;

PAR M. D. GERNEZ.

J'ai fait connaître antérieurement ([1]) les expériences que j'ai effectuées sur l'action qu'exerce l'acide malique en solution aqueuse sur deux molybdates alcalins, l'un, le molybdate neutre de soude, l'autre, le molybdate acide d'ammoniaque : en utilisant les changements extraordinaires que produisent ces sels sur le pouvoir rotatoire des acides actifs, j'ai pu mettre en évidence la formation au sein des dissolutions de composés produits entre des nombres simples d'équivalents de sel et d'acide, composés qui se transforment en d'autres quand les proportions des corps en contact viennent à changer et que l'on manifeste par un procédé qui ne peut modifier en rien l'équilibre des systèmes. J'ai complété ces recherches par l'étude de plusieurs sels dont la composition se rattache aux deux types déjà étudiés et vais indiquer les résultats de ces expériences.

Les solutions employées contenaient toutes $1^{gr},1166$ d'acide malique avec des poids de sel croissant d'une expérience à la suivante par fractions égales d'équivalent et la quantité d'eau distillée nécessaire pour amener le volume total à occuper 12^{cc}. Elles étaient introduites dans un tube dont la longueur était $105^{mm},7$ et l'on mesurait les rotations par rapport à la lumière du sodium avec le polarimètre de M. Laurent.

I. MOLYBDATES NEUTRES. — Les résultats obtenus avec les molybdates neutres de lithine et de magnésie sont contenus dans le Tableau suivant :

([1]) Tome VIII, p. 578 de ce Recueil.

Fractions d'équivalent de sel employé, en $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Molybdate de lithine.		Molybdate de magnésie.	
	Rotations observées.	Variations par $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Rotations observées.	Variations par $\frac{1}{12}$ d'équivalent.
0 ...	— 0°.11'	00'	— 0°.11'	00'
1 ...	— 1. 7	56	— 1. 6	55
2 ...	— 2. 2	55	— 1.59	55
3 ...	— 2.56	54	— 2.51	52
4 ...	— 3.47	51	— 3.44	53
5 ...	— 4.37	50	— 4.36	52
6 ...	— 5.27	50	— 5.26	50
7 ...	— 6.17	50	— 6.16	50
8 ...	— 7. 8	51	— 7. 8	52
9 ...	— 8. 0	52	— 7.54	46
10 ...	— 8.51	51	— 8.39	45
11 ...	— 9.40	49	— 9.24	45
12 ...	—10. 8	— 28	— 9.40	— 16
13 . .	— 9.25	+ 43	— 8.50	+ 50
14 ...	— 8. 0	85	— 7.40	70
15 ...	— 6.10	110	— 5.40	120
16 ...	— 4.30	100	— 3.43	117
17 ...	— 2.40	110	— 1.27	136
18 ...	— 0.35	125	+ 0.55	142
19 ...	+ 1. 7	102	+ 3.13	138
20 ...	+ 3.27	140	+ 5.19	126
21 ...	+ 5.22	115	+ 7.38	139
22 ...	+ 7.21	119	+ 9.45	127
23 . .	+ 9.30	129	+11.55	130
24 ...	+11.22	112	+14.10	135
25 ...	+13.11	109	+16.28	138
26 ...	+14.56	105	+17.40	72
27 ...	+15.36	+ 40	+18.14	+ 34
28 ...	+15.30	— 6	+17.28	— 46
29 ...	+14.32	58	+16.24	64
30 ...	+13.23	69	+14.50	94
33 ...	+ 8.37	95	+ 9.55	98
36 ...	+ 4.28	83	+ 6. 4	77
39 ...	+ 1. 9	66	+ 3. 2	61
42 ...	— 1. 5	45	+ 1.30	31
45 ...	— 2. 2	19	+ 1. 8	7
48 ...	— 2.22	— 7	+ 1. 6	— 1
51 ...	— 2.15	+ 2	+ 1.47	+ 14
54 ...	— 1.45	10	+ 2.30	14
60 ...	— 0.48	10	+ 3.40	12
66 ...	....	..	+ 4.46	11
72 ...	— 1.43	12	+ 6.54	11
84 ...	+ 5.10	18	— 8.44	14
96 ...	+ 8.10	15	.. ....	..

Molybdate de lithine : $LiOMoO^3$. — L'examen des nombres compris dans le Tableau donne lieu aux remarques suivantes :

1° La rotation négative produite par l'acide malique seul augmente de quantités très sensiblement égales pour des additions égales de sel jusqu'à ce que la quantité qu'on en ajoute à 1 équivalent d'acide malique représente 1 équivalent : elle atteint alors un maximum de — 10°8′, cinquante fois plus grand que la rotation initiale. Ce résultat s'interprète aisément si l'on admet que, dès qu'il est en contact avec l'acide, le sel contracte en totalité avec lui une combinaison à équivalents égaux, jusqu'à ce que, la quantité de sel employée étant 1 équivalent, tout l'acide entre en combinaison.

2° Pour des quantités de sel supérieures à 1 équivalent, la rotation éprouve brusquement une diminution qui continue très régulièrement; elle change de signe, croît toujours de quantités sensiblement égales pour des additions égales et atteint une valeur maxima de + 15°36′, quatre-vingt-cinq fois plus grande que la rotation initiale. Cette variation régulière indique la formation progressive d'un nouveau composé, formation qui est totale lorsqu'il y a dans la solution, avec 4 équivalents d'acide, 9 équivalents de molybdate de lithine.

3° Des quantités de sel plus grandes déterminent immédiatement une diminution progressive de la rotation qui devient de nouveau négative et atteint une troisième valeur maxima qui est — 2°22′, treize fois plus grande que la rotation primitive. Ce maximum correspond à un poids de sel qui représente 4 équivalents; on est fondé à admettre qu'à la seconde combinaison a succédé une troisième formée de 1 équivalent d'acide malique et de 4 équivalents de molybdate neutre de lithine.

4° Cette combinaison, elle-même, n'est pas définitive. On voit, en effet, que de nouvelles additions de sel produisent une diminution de la rotation qui, de négative, devient de nouveau positive; elle croît avec assez de régularité pour qu'on puisse admettre la production d'une nouvelle combinaison qui, pour 1 équivalent d'acide malique, contient plus de 8 équivalents de molybdate de lithine, puisque pour ces proportions la rotation atteint la valeur de + 8°10′ et continue à augmenter pour des poids de sel plus grands.

Molybdate neutre de magnésie : MgOMoO³. — Avec ce sel, les phénomènes se succèdent aussi régulièrement en présentant les mêmes alternatives. Pour des quantités croissantes de sel : 1° maximum négatif de $-9^\circ 40'$ représentant cinquante fois la rotation initiale; il correspond à une combinaison à équivalents égaux de l'acide et du sel; 2° diminution de la rotation, changement de signe, puis nouvelle valeur maxima de $+18^\circ 14'$, presque *cent* fois *plus* grande que la rotation primitive; elle correspond aux mêmes proportions relatives que dans le cas du molybdate de lithine, 4 équivalents d'acide et 9 équivalents de sel; 3° diminution de la rotation et valeur minima de $+1^\circ 6'$ qui se manifeste encore ici pour 1 équivalent d'acide malique uni à 4 équivalents de sel; 4° accroissement régulier de la rotation indiquant la production d'une nouvelle combinaison que la solubilité du sel ne permet pas d'atteindre dans les conditions où je me suis placé, mais qui correspond à plus de 7 équivalents de sel pour 1 équivalent d'acide, la rotation pour ces proportions étant $+8^\circ 44'$ et augmentant pour des quantités de sel plus grandes.

Molybdate neutre de potasse et soude : $KO, 2NaO, 3MoO^3$. — On obtient facilement ce composé en fondant au rouge un mélange de 3 équivalents d'acide molybdique, 2 de carbonate de soude et 1 de carbonate de potasse. Après refroidissement, on reprend par l'eau et l'on obtient par évaporation de magnifiques cristaux qui sont des prismes hexagonaux réguliers ayant pour formule $KO 2NaO, 3MoO^3, 28HO$. Les expériences faites avec ce sel neutre dans des conditions identiques aux précédentes ont donné les résultats compris dans le Tableau suivant :

Fraction d'équivalent de sel en $\frac{1}{24}$ d'équivalent.	Rotations observées.	Variation par $\frac{1}{24}$ d'équivalent.
0	− 0°.11	0°.00'
1	− 1.32	1.21
2	− 2.50	1.18
3	− 4. 7	1.17
4	− 5.26	1.19
5	− 6.44	1.18
6	− 8. 2	1.18
7	− 9. 2	1. 0
8 = $\frac{1}{3}$ éq ...	− 9.22	+0.20
9	− 7.16	−2. 6
10	− 5. 8	2. 8
11	− 0.41	4.27
12	+ 2.28	3. 9
13	+ 5.29	3. 1
14	+ 8. 3	2.34
15	+11.34	3.31
16 = $\frac{2}{3}$ éq ...	+13.41	−2. 7
17	+12.20	+1.21
18	+ 9.10	3.10
19	+ 6.33	2.37
20	+ 4. 1	2.32
21	+ 1.51	2.10
22	+ 0.15	1.36
23	− 1. 0	1.15
24 = 1 éq ...	− 1.29	0.29
25	− 1.40	0.11
26	− 1.50	0.10
27	− 2. 2	0.12
28 = $\frac{3+1}{3}$ éq.	− 2. 5	+0. 3
29	+ 1.47	−0.18
30	− 1.32	0.15
33	− 0.28	0.21
36	+ 0.35	0.21
39	+ 2. 1	0.28
42	+ 2.38	0.28
48 = 2 éq ...	+ 6.22	0.27
54	+ 8.50	0.25

Ces résultats peuvent être interprétés comme il suit : 1° Dès les premières additions, il se fait une combinaison entre la totalité du

sel et une partie de l'acide malique, dans les proportions d'un équivalent d'acide malique pour $\frac{1}{3}$ d'équivalent de sel. Les variations de la rotation sont, en effet, presque rigoureusement égales pour des additions égales et, pour $\frac{1}{3}$ d'équivalent, la rotation atteint la valeur maxima $-9^\circ 22'$ ou cinquante et une fois la rotation initiale. Le composé serait représenté par la formule

$$C^8H^6O^{10} + \frac{1}{3}(KO\,2NaO\,3MoO^3);$$

il contiendrait donc pour 1 équivalent d'acide, 1 équivalent d'alcali et 1 équivalent d'acide molybdique. Les choses se passeraient donc comme dans le cas du molybdate de soude, pour lequel la valeur maxima est $-9^\circ 4'$ très voisine de celle qu'on obtient avec le sel double. 2° L'addition de plus grandes quantités de sel provoque la décomposition graduelle de ce composé et sa transformation en un autre caractérisé par une rotation de sens contraire à la précédente et de valeur absolûe plus grande, $+13^\circ 41'$, soixante-quatorze fois la rotation initiale; ce composé contiendrait, pour 1 équivalent d'acide, $\frac{2}{3}$ d'équivalent de molybdate double ou 2 équivalents d'alcali et 2 équivalents d'acide molybdique. Ce résultat est en tout conforme à celui que présente le molybdate neutre de soude qui donne pour ces proportions de corps en contact un maximum de $+14^\circ 1'$. 3° Ce composé est transformé par de nouvelles additions de sel en un autre de rotation négative et la valeur maxima de la rotation correspond à 1 équivalent d'acide et $\frac{3,5}{3}$ équivalents de sel ou 3,5 équivalents d'alcali et d'acide molybdique. Ce sont les proportions que présente le molybdate neutre de soude pour la valeur maxima correspondante qui est $-1^\circ 33'$. 4° Enfin ce composé se change lui-même, pour des additions ultérieures, en un quatrième, de rotation positive et qui contiendrait, pour 1 équivalent d'acide, plus de $\frac{6,5}{3}$ d'équivalent de sel. On voit donc que le sel double de soude et potasse se comporte tout à fait comme le molybdate neutre de soude.

II. Molybdates acides. — Aux résultats que j'ai donnés antérieurement pour l'action de l'acide malique sur le molybdate acide d'ammoniaque, je vais joindre ceux que j'ai obtenus avec le molybdate acide de soude $3NaO, 7MoO^3, 22HO$.

Fractions d'équivalent de sel en $\frac{1}{48}$ d'équivalent.	Rotations observées.	Variations par $\frac{1}{48}$ d'équivalent.
0............	— 0°.11′	0°.00′
$\frac{1}{4}$............	— 0.34	1.32
$\frac{1}{2}$............	— 0.58	1.36
1...........	— 1.44	1.32
2 = $\frac{1}{24}$ éq....	— 3. 3	1.19
3 = $\frac{1}{16}$ éq....	— 4.10	1. 7
4 = $\frac{1}{12}$ éq....	— 5. 0	0.50
4,8 = $\frac{1}{10}$ éq..	— 5.22	0.27
5,33 = $\frac{1}{9}$ éq..	— 5.27	+0. 9
6 = $\frac{1}{8}$ éq.....	— 5.19	—0.12
6,86 = $\frac{1}{7}$ éq..	— 4.58	0.24
8 = $\frac{1}{6}$ éq.....	— 3. 5	1.39
10...........	+ 0.14	1.40
12 = $\frac{1}{4}$ éq.....	+ 6. 6	2.56
14...........	+11.35	2.45
16 = $\frac{1}{3}$ éq.....	+19.23	3.54
18............	+24. 9	2 23
20............	+34.55	5.23
22............	+41.22	3.14
24 = $\frac{1}{2}$ éq.....	+50.42	4.32
26............	+57.55	3.44
28............	+62.58	2.32
30............	+68.30	2.46
32............	+70.28	0.59
36............	+74.37	1. 4
40............	+75.35	0.49
44............	+78. 4	0.54
48 = 1 éq....	+78.14	—0. 5
52............	+77. 0	+0.37
56............	+76.10	0.35

En n'envisageant que les résultats les plus saillants des expériences, on peut dire que : 1° Il se fait d'abord une combinaison entre 1 équivalent d'acide malique et $\frac{1}{9}$ d'équivalent de molybdate acide; or, ce sel ayant pour formule $3NaO, 7MoO^3$, on voit que cette combinaison contient. pour 1 équivalent d'acide malique, $\frac{1}{3}$ d'équivalent d'alcali, ou 3 équivalents d'acide pour 1 équivalent de sel. Cette combinaison correspond à une rotation négative maxima de $-5°27'$ ou vingt-neuf fois la rotation initiale. 2° Des

additions ultérieures la détruisent et, après des équilibres assez fugitifs sur lesquels je n'insiste pas, produisent une combinaison entre équivalents égaux d'acide et de sel. Cette combinaison, représentée par la formule $C^8H^6O^{10}+3NaO, 7MoO^3$, correspond à une rotation maxima de 78° 14′ qui est quatre-cent-vingt-six fois plus grande que la rotation initiale. Ces résultats sont tout à fait semblables à ceux que j'ai obtenus avec le molybdate ordinaire d'ammoniaque $3AzH^4O, 7MoO^3$, de même formule que le sel acide de soude : les deux maxima correspondant aux deux combinaisons sont —5° 19′ et +72° 40′; ils sont peu différents de ceux qu'on observe avec le sel de soude.

III. Tungstates alcalins. — Les tungstates alcalins ont, comme les molybdates, la propriété de donner avec les acides actifs des solutions dont le pouvoir rotatoire est beaucoup plus grand que celui qui correspond au corps actif qu'elles contiennent; mais l'effet est moins prononcé que pour les molybdates. Comme les produits sont moins solubles, j'ai dû les observer dans un tube plus long que celui qui avait servi dans les expériences précédentes. Les solutions employées contenaient $1^{gr},1166$ d'acide malique additionné de fractions d'équivalent de tungstate croissant par $\frac{1}{12}$ et de la quantité d'eau distillée nécessaire pour amener le volume total à 24^{cc} à 15° et la longueur du tube d'observation était de $201^{mm},5$. Le Tableau suivant contient les résultats obtenus :

Fractions d'équivalent du sel employé en $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Tungstate neutre de soude.		Tungstate neutre de potasse.	
	Rotations observées.	Variations par $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Rotations observées.	Variations par $\frac{1}{12}$ d'équivalent.
0.	— 0°.15′	00′	—0°.15′	00
1........	— 0.57	42	—0.56	41
2.........	— 1.37	40	—1.38	42
3........	— 2.16	39	—2.19	41
4........	— 2.53	37	—3. 1	42
5.........	— 3.30	37	—3.41	40
6.........	— 4. 7	37	—4.16	35
7.........	— 4.43	36	—4.56	40
8.........	— 5.20	37	—5.35	39
9.	— 5.56	36	—6.17	42

Fractions d'équivalent du sel employé en $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Tungstate neutre de soude. Rotations observées.	Variations par $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Tungstate neutre de potasse. Rotations observées.	Variations par $\frac{1}{12}$ d'équivalent.
10.........	— 6°.32′	36′	—6°.34′	17′
11.........	— 6.55	23	—7. 0	26
12 = 1 éq...	— 7. 3	+ 8	—7. 7	+ 7
13.........	— 6.54	— 9	—6.31	—36
14.........	— 6.32	22	—5.44	47
15.........	— 6. 9	23	—4.56	48
16.........	— 5.44	25	—3.58	58
17.........	— 5. 7	37	—2.54	64
18.........	— 4.35	28	—2.16	38
19.........	— 4.14	21	—1. 8	68
20.........	— 3.44	30	—0.32	36
21.........	— 3. 1	43	+0.15	47
22.........	— 1.53	68	+1. 6	51
23.........	— 1.20	33	+2. 8	62
24 = 2 éq..	+ 0.14	—94	+2.42	—34
25.........	— 0. 9	+23	+2.41	+ 1
26.........	— 0.43	34		
27 (1).....	— 1.17	34	+2.12	14
28.........	— 1.52	35		
29.........	— 2.16	24		
30 = 2éq,5..	— 2.27	+11	+1.24	16
31.........	— 2.19	— 8		
32.........	— 2. 8	11		
33.........	— 1.41	27	—0.32	38
36 = 3 éq..	— 0.17	28	—2. 1	+29
39.........	+ 1.28	31	—1.40	— 7
42.........	+ 2.57	30		
45.........	+ 5.16	26		
48 = 4 éq..	+ 5.24	23		
54.........	+ 6.56	15		
60 = 5 éq..	+ 7.36	7		
72 = 6 éq..	+ 9. 8	8		
84 = 7 éq..	+10.43	8		
96 = 8 éq..	+11.18	3		

L'examen de ces résultats donne lieu aux remarques suivantes :

(1) Les observations suivantes ont été faites avec des solutions sursaturées.

Tungstate neutre de soude : $NaOTuO^3$. — L'addition de poids égaux de sel à une quantité constante d'acide malique produit des effets sensiblement égaux jusqu'à ce qu'on ait ajouté à 1 équivalent d'acide malique 1 équivalent de sel; la rotation atteint, pour ces quantités de matière en contact, un maximum de $-7°3'$ qui est vingt-huit fois la rotation produite par l'acide malique contenu dans la solution sous le même volume. On peut interpréter ce résultat en admettant que les quantités de sel ajoutées successivement se sont combinées avec l'acide en quantités équivalentes jusqu'à saturation complète de l'acide. 2° Les poids de sel ajoutés augmentant au delà de 1 équivalent, la rotation diminue régulièrement en valeur absolue, de négative devient positive et atteint un maximum représenté par $+0°14'$, qui correspond à l'existence dans la solution de 1 équivalent d'acide et 2 équivalents de sel. Cette variation régulière indique la transformation graduelle du premier composé en un autre de pouvoir rotatoire positif, transformation qui est complète quand on a ajouté à 1 équivalent d'acide 2 équivalents de sel. 3° Pour des quantités de sel plus grandes que 2 équivalents la rotation diminue, devient de nouveau négative, et atteint une valeur maxima $-2°27'$ correspondant à 2, 5 équivalents de sel. Ces changements indiquent une transformation du composé précédent en un troisième qui serait formé de 2 équivalents d'acide et 5 équivalents de sel. 4° Cette nouvelle combinaison ne serait pas la dernière, car l'addition de nouvelles quantités de tungstate de soude change la grandeur de la rotation qui passe de gauche à droite et augmente assez régulièrement pour qu'on puisse admettre la production d'une autre combinaison contenant, pour 1 équivalent d'acide, plus de 8 équivalents de sel, proportions pour lesquelles on observe une rotation de $+11°18'$, quarante-cinq fois plus grande que celle que produit l'acide malique qu'elle contient.

Tungstate neutre de potasse : $KOTuO^3$. — Ce sel présente les mêmes particularités que le précédent : 1° augmentation régulière de la rotation négative jusqu'à un maximum de $-7°7'$ qui correspond à équivalents égaux des deux corps en contact; 2° diminution de la rotation avec changement de signe et maximum positif de $+2°42'$ pour 1 équivalent d'acide et 2 équivalents de

sel; 3° nouvelle diminution de la rotation avec changement de signe et maximum négatif de — 2° 1′ lorsque la solution contient 1 équivalent d'acide et 3 équivalents de sel; 4° enfin nouvelle diminution de la rotation pour des quantités croissantes de sel. On est donc conduit à admettre la production successive de trois combinaisons entre 1 équivalent d'acide malique et 1, 2 et 3 équivalents de tungstate neutre de potasse.

On voit que ces résultats sont analogues à ceux que présentent les molybdates alcalins, avec des écarts moins grands dans les variations du pouvoir rotatoire.

Je rappellerai, en terminant, une remarque que j'ai déjà présentée ailleurs, c'est que, malgré l'augmentation extraordinaire communiquée aux corps actifs par les molybdates et les tungstates, on ne peut employer, à moins d'opérations multiples, la mesure du pouvoir rotatoire aux déterminations analytiques, parce qu'à la même valeur de la rotation peuvent correspondre deux, trois et même quatre liquides de compositions très différentes. Il sera au contraire facile de distinguer les uns des autres les molybdates dont les formules sont $ROMoO^3$ et $3RO, 7MoO^3$, car les liquides qu'ils donnent avec les solutions d'acide malique ont des pouvoirs rotatoires qui ne changent pas de la même manière et qui ne sont pas, pour la plupart, du même ordre de grandeur.

JULIUS JUHLIN. — Sur la température nocturne de l'air à différentes hauteurs. Upsal, 1890.

On sait que, pendant les nuits sereines, la température de l'air croît à mesure qu'on s'élève au-dessus du sol et que la limite d'accroissement a lieu à une altitude qui varie dans des limites assez étendues et imparfaitement connues.

Cet accroissement de la température avec la hauteur semble avoir été étudié pour la première fois par Pictet, de Genève, en 1778. Depuis lors, il a été entrepris sur ce sujet un nombre considérable de travaux dont les principaux sont ceux de Six et Wells en Angleterre, Marcet à Genève, Bravais et Martins en France, Fritsch en Autriche, et enfin plus récemment de M. Wild,

de MM. Marié-Davy à Montsouris, Hamberg à Upsal, Mariott à Boston.

Par l'historique très complet que M. Juhlin a placé au début de son Mémoire, il est facile de voir que, si les observateurs sont tous d'accord sur la marche générale du phénomène, il n'en est pas toujours de même relativement aux différentes particularités qu'il présente.

Le travail de l'auteur a pour but de compléter l'étude faite par M. Hamberg (1).

Celui-ci n'ayant opéré que pendant la belle saison, M. Juhlin a repris cette étude pendant les nuits d'hiver, et en particulier lorsque le sol est recouvert de neige. Ses observations, effectuées d'heure en heure pendant les hivers de 1887 et de 1888, lui ont fourni les résultats suivants :

L'accroissement de la température avec la hauteur se produit pendant les nuits sereines de la même façon en hiver que pendant la belle saison ; comme dans ce cas, le phénomène commence déjà deux ou trois heures avant le coucher du soleil et dure une à deux heures après son lever. Toutefois cet accroissement de température est plus intense en hiver que pendant les autres saisons; l'auteur a constaté, en effet, qu'il est d'autant plus grand que la température moyenne de la journée est plus basse.

Comme l'avait indiqué Martins, l'amplitude dans la variation de la température avec la hauteur suit très exactement le degré de nébulosité, et pendant les nuits d'hiver couvertes et brumeuses les températures aux différentes hauteurs sont presque égales.

La température de la surface de la neige est très notablement plus basse que celle de la couche d'air voisine. L'écart est en moyenne de 2° et peut parfois dépasser 7° au moment du lever du soleil.

Enfin, comme dans la belle saison, la température pendant les nuits d'hiver est plus haute sur les collines et sur les grandes hauteurs que dans la plaine. EDGARD HAUDIÉ.

(1) *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 189; 1877.

J.-J. THOMSON. — Some experiments on the velocity of transmission of electric disturbances and their application to the theory of striated decharge through gazes (Quelques expériences sur la vitesse de transmission des perturbations électriques et leur application à la théorie de la décharge striée à travers les gaz); *Phil. Mag.*, t. XXX, p. 129; 1890.

La vitesse de transmission d'une impulsion électrique le long d'un fil est, d'après la théorie de Maxwell, égale à la vitesse avec laquelle la lumière traverse le diélectrique qui entoure le fil. L'office du fil semble être simplement de guider la décharge dont la vitesse de propagation est déterminée par la nature du diélectrique.

Cette théorie a été vérifiée grossièrement pour l'air par l'observation autour d'un fil de la longueur d'onde des vibrations produites par un excitateur électrique. Pour soumettre la théorie de Maxwell à une épreuve plus complète et pour mettre en évidence l'influence du diélectrique et le rôle secondaire joué par le conducteur, l'auteur a fait quelques expériences ayant pour but de comparer la vitesse de transmission d'impulsions électriques le long de fils entourés de divers isolants.

Le fil AB, qui guide la décharge, se divise en B en deux branches BL, BM dont les extrémités L et M sont reliées à un micromètre à étincelles; la distance explosive dépendra du rapport des longueurs des fils BL, BM. Si ces fils sont plongés dans l'air, la distance est minima quand ils sont égaux, quelle que soit leur matière et leur section. Un calcul facile montre que, quand les fils sont environnés par des diélectriques différents, le rapport des longueurs correspondant au minimum de la distance explosive est égal au rapport des vitesses de transmission le long des fils.

Pour comparer la vitesse le long d'un fil entouré d'air à la vitesse le long d'un fil entouré de paraffine ou de soufre, on plaçait l'une des branches BM, isolée, à l'intérieur d'un tube de laiton relié au sol. On remplissait le tube de paraffine ou de soufre fondu qu'on laissait se solidifier. L'expérience a montré que les vitesses sont à peu près proportionnelles à l'inverse de la racine carrée du pouvoir inducteur de ces diélectriques.

La vitesse de propagation est la même le long d'un électrolyte et le long d'un fil métallique; au contraire, si l'on intercale sur

l'une des branches un œuf électrique, la distance explosive semble être indépendante du rapport des longueurs BL et BM. L'auteur ne croit pas que la cause de ce fait soit dans une différence entre les vitesses de la décharge dans l'air ou dans le vide, mais dans le retard qu'elle subit aux électrodes; c'est d'ailleurs ce qu'ont prouvé d'autres expériences encore incomplètes. D'autre part, on ne peut admettre le transport de l'électricité par convection : l'énergie cinétique que posséderaient les atomes serait plus grande que l'énergie potentielle des électrodes.

M. J.-J. Thomson pense qu'il y a conduction de l'électricité par l'intermédiaire des atomes de la substance que traverse la décharge; toute la suite du Mémoire est consacrée à montrer qu'on explique ainsi la rapidité de propagation de la décharge et quelques-uns de ses caractères les plus frappants, entre autres la strafication. C. Raveau.

TOMLINSON. — The Villari critical points of nickel and iron (Les points de Villari pour le nickel et le fer); *Phil. Mag.*, t. XXIX, p. 394; 1890.

Villari a découvert que la perméabilité magnétique du fer est accrue par la traction longitudinale, à condition que la force magnétisante ne dépasse pas une certaine limite au delà de laquelle la traction produit une augmentation de perméabilité.

On appelle point critique de Villari la valeur de la force pour laquelle la perméabilité est indépendante de la traction. Jusqu'ici on n'a pas pu mettre en évidence l'existence de ce point pour le nickel. M. Tomlinson a étudié les deux métaux en ne considérant que l'aimantation temporaire.

Pour le fer, le point de Villari dépend de la tension; plus celle-ci est grande, plus la valeur critique de la force est petite. De plus, pour une charge donnée le point de Villari est beaucoup plus bas quand on ne tient compte que de l'aimantation temporaire; il était donc probable qu'on pourrait observer ce point pour le nickel en se plaçant dans ces conditions; c'est ce que l'expérience a confirmé : toutefois la valeur critique est d'autant plus grande que la tension est plus grande, et, pour une tension donnée, elle est plus grande dans le nickel que dans le fer. C. Raveau.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE.

T. XL (juillet-décembre 1890).

A.-M. MAYER. — Preuve expérimentale de la loi d'Ohm, p. 42.

C'est la description d'un dispositif expérimental simple, dans lequel la force électromotrice variable est produite par induction.

W.-L. STEVENS. — Grossissement du microscope, p. 50.

Les différents constructeurs de microscopes étiquettent les objectifs et les oculaires qu'ils fournissent, en ne donnant que des indications d'où il n'est pas facile de déduire le grossissement. Il est désirable qu'on prenne l'habitude de donner les distances focales de l'objectif et de l'oculaire, et la longueur du tube microscopique. Lorsqu'on n'a pas ces données, pour déterminer par expérience le grossissement, il faut déterminer d'abord le grossissement de l'oculaire par la chambre claire, en plaçant un micromètre au diaphragme et une règle divisée à la distance minimum de vision distincte; et ensuite le grossissement de l'objectif, en plaçant un micromètre sur le porte-objet et un autre au diaphragme; on a ainsi séparément les deux facteurs du grossissement de l'instrument; et pour avoir le grossissement relatif à la combinaison d'un objectif donné et d'un oculaire donné, il suffira de multiplier les nombres trouvés par expérience pour ces deux pièces.

SAMUEL SHELDON. — Production magnéto-optique d'électricité, p. 196.

M. Sheldon a essayé de renverser l'expérience de Faraday sur la polarisation rotatoire magnétique, c'est-à-dire de créer un champ magnétique en faisant tourner, par un moyen mécanique, le plan de polarisation d'un rayon de lumière polarisée.

Si l'on enroule un fil conducteur autour d'une bobine suivant l'axe de laquelle est dirigé le rayon lumineux, on doit avoir, suivant lui, une différence de potentiel aux deux bouts du fil, quand le plan de polarisation tourne. « Une rotation continue pro-

duirait un courant électrique continu, et une oscillation du plan un courant alternatif. »

C'est ce dernier cas que l'auteur a réalisé par expérience. Un faisceau fourni par une lampe à arc traverse un large nicol, est réfléchi sous un angle très obtus par un petit miroir mobile, et passe ensuite à travers un tube à sulfure de carbone constituant l'axe de la bobine. Les deux extrémités du fil sont reliées à un téléphone, placé dans une autre partie du bâtiment. Le miroir est fixé à un axe, et peut tourner d'un mouvement rapide autour d'une droite parallèle à la direction du rayon lumineux. Dans la disposition adoptée, le miroir oscillait de 45° autour de cet axe, trois cents fois par seconde; le plan de polarisation tournait, à chaque oscillation, d'un angle double, par suite de 90°. Quand le miroir était en mouvement, un observateur qui plaçait l'oreille au téléphone distinguait un son à l'octave de celui que rend le miroir tournant. Avec une vitesse de deux cents oscillations par seconde, on n'entendait plus un son musical, mais ce bruit de « friture » (sizzling noise) si fréquent dans les circuits téléphoniques. D'après les considérations théoriques développées par l'auteur, une vitesse de rotation de deux cents tours par seconde donnerait une force électromotrice d'un milliardième de volt, trop faible pour être décelée par aucun des galvanomètres qu'il possède : c'est pourquoi il a eu recours a un mouvement alternatif et au téléphone.

Ces expériences sont sujettes a bien des critiques. M. Gray (1), dans le *Philosophical Magazine* de décembre 1890, signale une erreur de raisonnement qui n'a d'ailleurs aucune influence sur le résultat. Si une rotation continue de vitesse constante produit une action, ce ne peut être qu'un champ magnétique constant; on ne peut admettre que cette rotation constante arrive à produire un champ aussi intense que l'on voudrait. Or, dans un champ constant, un fil électrique immobile ne sera parcouru par aucun courant; il n'y aura courant qu'au moment où la vitesse de rotation augmente ou diminue. On ne peut donc rien avoir lorsque le plan de polarisation tournera avec une vitesse constante; dans le cas d'oscillations rapides, il serait possible d'avoir un courant alternatif au téléphone.

---

(1) *Philosophical Magazine*, t. XXX, p. 494.

Au point de vue des expériences, on peut remarquer que le rayon qui traverse la bobine ne change pas seulement d'azimut de polarisation, mais encore de direction : il est réfléchi par un miroir dont le plan ne reste pas rigoureusement fixe; le rayon réfléchi décrit un cône d'angle très petit, autour de l'axe de la bobine; cette modification ne suffirait-elle pas à produire une action radiophonique? Il serait au moins curieux de voir ce que donnerait le téléphone si, dans l'appareil de M. Sheldon, on enlevait simplement le polariseur.

Il est cependant peu probable que le déplacement du rayon réfléchi suffise à donner une action sensible. M. Gray rappelle qu'il a fait des expériences dans lesquelles un rayon polarisé circulaire était successivement arrêté et rétabli par un écran mobile : ces alternatives n'ont produit aucun champ magnétique appréciable.

L'expérience de M. Sheldon est en résumé fort intéressante, mais elle a besoin d'être reprise et complétée pour apporter à l'esprit une conviction.

CARL BARUS. — L'effet de la pression sur la conductibilité électrique des liquides, p. 219.

En soumettant du mercure, puis une solution concentrée de sulfate de zinc, à des pressions atteignant quelques centaines d'atmosphères, on a observé que la résistance diminue quand la pression croît, dans le cas du métal liquide, comme dans le cas de l'électrolyte. L'élévation de température produisait au contraire des effets inverses sur la résistance métallique et sur la résistance électrolytique. La diminution relative de la résistance par la compression est sensiblement proportionnelle à la pression.

On a pour le mercure

$$-\frac{\delta R}{R} = 30 \times 10^{-6}\,\delta P;$$

si l'on désigne par $-\frac{\delta v}{v}$ la compression produite par la même variation de pression δP,

$$-\frac{\delta v}{v} = 3 \times 10^{-6}\,\delta P,$$

d'où

$$\frac{\delta R}{R} = 10\frac{\delta v}{v}.$$

En comparant, pour le mercure, l'accroissement de résistance $\frac{\delta R'}{R'}$ et la dilatation $\frac{\delta v'}{v'}$ produite par une même élévation de température $\delta\theta$, on aurait

$$\frac{\delta R'}{R'} = 4,4\frac{\delta v}{v}\text{ (1)}.$$

J.-H. LONG. — Pouvoir rotatoire de certaines solutions de tartrates, III, p. 275.

C'est toujours une application de la mesure du pouvoir rotatoire à l'étude des réactions des tartrates alcalins et d'un certain nombre de sels inactifs.

Le carbonate de soude, additionné au tartrate double d'antimoine et de potassium, diminue son pouvoir rotatoire dans des proportions considérables. La courbe qui représente le pouvoir rotatoire en fonction de la proportion de carbonate ajouté présente des parties sensiblement rectilignes se raccordant brusquement en des points anguleux; des faits analogues ont été énoncés par M. Gernez.

L'auteur étudie encore l'action de l'acétate et du phosphate de soude.

A.-M. MAYER. — Détermination du coefficient de dilatation cubique d'un solide, par l'observation de la température à laquelle l'eau, contenue dans un vase formé de ce solide, a le même volume apparent qu'à 0°, et sur le coefficient de dilatation cubique d'une substance déterminé au moyen d'un aréomètre de cette substance, p. 323.

Construisons un thermomètre à eau à enveloppe de verre, par exemple; à une certaine température, supérieure à 8°, à 11°,7 dans le cas actuel, le niveau sera à la même division qu'à 0°. La dilatation apparente entre 0° et 11°7 a été nulle : la dilatation de l'enveloppe est donc égale à la dilatation absolue de l'eau entre 0° et 11°7; celle-ci est connue par les Tables de Rossetti; on peut déduire de la connaissance de cette température 11°7, la dilatation de l'enveloppe de verre.

On peut procéder autrement : plonger dans l'eau à 0° un aréo-

---

(1) Les nombres donnés par le sulfate de zinc ne paraissent pas d'accord avec l'épure qui est jointe au Mémoire.

mètre de verre et chercher à quelle température le point d'affleurement sera le même qu'à 0°. On trouvera le même nombre que précédemment, 11°7. Cette seconde méthode est plus précise, car on est sûr que le corps plongé dans le liquide est bien à la même température que ce liquide; on n'avait pas la même garantie dans le cas d'une enveloppe thermométrique.

F.-H. BIGELEW. — Nouvelle étude de la couronne solaire, p. 343.

L'auteur a étudié des photographies de la couronne lumineuse qui entoure le soleil pendant les éclipses totales; il en déduit la position des pôles de cette couronne solaire et discute l'hypothèse qui attribuerait à ces courants de matière lumineuse incandescente une origine magnétique.

T. RUSSELL. — Prédiction des ondes de froid d'après les données fournies par le service météorologique, p. 463.

On appelle *onde de froid* une chute de température d'au moins 20° (Fahrenheit) en vingt-quatre heures, embrassant une région de plus de cinquante milles carrés. Six cent trente et une *ondes de froid* ont été signalées par le service météorologique aux États-Unis de 1880 à 1890. L'auteur indique des règles empiriques pour les prévoir et en déterminer les éléments à l'avance, d'après l'étude des lignes isobares et isothermes.

E.-D. PRESTON. — Observations des éléments magnétiques et de l'intensité de la pesanteur sur la côte ouest de l'Afrique et en quelques îles du nord et du sud de l'Atlantique, p. 478.

Rapport lu au Congrès de l'Association américaine pour l'avancement des Sciences, à Indianapolis (1891); c'est le compte rendu du voyage de la mission africaine chargée d'observer l'éclipse solaire du 22 décembre 1889.

Cette mission a fait de nombreuses déterminations de l'intensité de la pesanteur et des éléments magnétiques. Le calcul des résultats n'est pas encore achevé. BERNARD BRUNHES.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXII; avril 1891.

Hanriot et Ch. Richet. — *Des échanges respiratoires chez l'homme*, p. 495.

H. Rigollot. — *Sur un actinomètre électrochimique*, p. 567.

Wiedemann's Annalen.

T. XLII; n° 4, 1891.

C. Dieterici. — *Recherches calorimétriques*, p. 513.

P. Drude et W. Voigt. — *Mesure des constantes élastiques de quelques minéraux denses*, p. 537.

W. König. — *Recherches hydrodynamiques*, p. 549.

J. Elster et H. Geitel. — *Note sur une nouvelle forme d'appareil pour la démonstration de la décharge électro-optique par la lumière du jour*, p. 564.

P. Drude et W. Nernst. — *Influence de la température et de l'état d'agrégation sur les propriétés du nickel dans un champ magnétique*, p. 568.

L. Arons et H. Rubens. — *Vitesse de propagation des ondes électriques dans les liquides isolants*, p. 581.

W. Wien. — *Le téléphone envisagé comme appareil optique pour la mesure des courants*, p. 593.

G. Stern. — *Mesure de l'intensité des sons microphoniques*, p. 622.

J. Mooser. — *Couches métalliques produites par la pulvérisation des cathodes*, p. 639.

K. Olzewski. — *Sur le spectre d'absorption et sur la couleur de l'oxygène liquide*, p. 663.

P. Drude. — *Réfraction de la lumière par des prismes métalliques*, p. 666.

G.-J. Michaelis. — *Sur la théorie moléculaire de l'élasticité des corps solides*, p. 674.

TABLE DES MATIÈRES.

AVRIL 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE,
B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN,
DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ,
GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ,
JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN,
J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON,
RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — MAI 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément.. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............ 15 fr.
Autres pays.. 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

DÉTERMINATION DE LA CONSTANTE DIÉLECTRIQUE DU VERRE, A L'AIDE D'OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES TRÈS RAPIDES;

PAR M. R. BLONDLOT.

On sait que la loi donnée par Maxwell, d'après laquelle le carré n^2 de l'indice de réfraction d'une substance devrait être égal à sa constante diélectrique K, n'est pas vérifiée exactement par l'expérience, dans le cas des corps solides et liquides. Toutefois, comme la mesure de K présente des difficultés considérables, il se peut que les écarts observés soient dus à des erreurs expérimentales, et la question reste à élucider.

Le verre est l'un des corps qui présentent les écarts les plus grands : d'après M. Hopkinson, pour certains verres, K atteint $4n^2$. N'obtiendrait-on pas une valeur de K plus voisine de n^2 si l'on mesurait la constante diélectrique à l'aide d'une force électrique qui varierait avec une extrême rapidité? Pour décider cette question, M. J. Thomson a employé les oscillations très rapides, telles que les produisent les appareils de M. Hertz (¹) : un condensateur à lame d'air émet des oscillations dont on mesure la longueur d'onde λ; on substitue ensuite une lame de verre à la lame d'air, ce qui donne une nouvelle valeur plus petite, λ', à la longueur d'onde; comme la vitesse de propagation est restée la même, il en résulte que la période est aussi devenue plus petite, et, si l'on désigne par T et T' les valeurs de la période dans les deux expériences, on a

$$\frac{T}{T'} = \frac{\lambda'}{\lambda}. \tag{1}$$

Or on a établi, entre la période de vibration T, la capacité C et le coefficient de self-induction L d'un condensateur, la relation

$$T' = \pi\sqrt{CL};$$

comme L reste le même dans les deux expériences, on aura, en

(¹) J.-J. THOMSON, *Capacité inductive spécifique des diélectriques quand ils sont soumis à l'action de forces électriques à alternatives rapides* (*Proceedings of the Royal Society*, 20 juin 1889).

désignant par C' la valeur de la capacité dans la seconde,

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{C'}{C}},$$

et, par suite, en vertu de l'équation (1),

$$\frac{C'}{C} = \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2.$$

Du rapport $\frac{C'}{C}$ on déduit aisément la constante diélectrique du verre. M. J. Thomson a ainsi trouvé

$$2,7 = (1,65)^2.$$

Il en conclut que, pour des oscillations au nombre de 25000000 par seconde, « la capacité inductive spécifique du verre est très près d'être égale au carré de l'indice de réfraction et est beaucoup moindre que pour des renversements plus lents ».

Plus récemment, M. E. Lecher a mesuré les constantes diélectriques de plusieurs substances à l'aide d'une méthode fondée également sur la détermination de la longueur d'onde d'oscillations très rapides ([1]); cette méthode est moins directe que celle de M. J. Thomson, mais elle a l'avantage de ne pas faire intervenir la formule $T = \pi\sqrt{CL}$, dont l'exactitude n'est pas établie dans le cas des oscillations très rapides. Les résultats et les conclusions de M. E. Lecher sont absolument contraires à ceux de M. J. Thomson : « Non seulement, dit M. E. Lecher, la constante diélectrique, calculée simplement à l'aide de la capacité, ne devient pas plus petite pour des oscillations très rapides, mais même elle croît notablement.... Je crois, contrairement à M. J. Thomson, que, même à l'aide des oscillations hertziennes, on ne s'approchera pas en général de la vraie constante diélectrique. »

Ces conclusions contradictoires m'ont engagé à faire de nouvelles recherches; la méthode dont j'ai fait usage repose également sur l'emploi d'oscillations très rapides, mais la vitesse de propagation et la longueur d'onde n'y interviennent pas : je ne

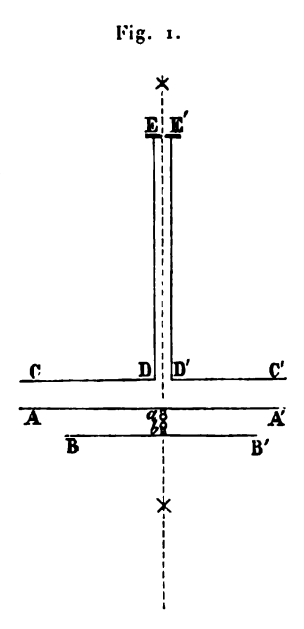
([1]) *Sur la mesure des constantes diélectriques au moyen d'oscillations hertziennes* (*Sitzungsberichte d. Kais. Akademie d. Wissenschaften in Wien*, mai 1890).

me sers d'aucune formule, mais exclusivement de la définition de la constante diélectrique et du principe de symétrie.

Le diagramme ci-joint (*fig.* 1) représente le plan de l'appareil.

Une grande plaque rectangulaire en laiton AA est fixée verticalement; sa largeur AA′ est 51^{cm} et sa hauteur 32^{cm}. Une seconde

Fig. 1.



plaque de métal BB′, également rectangulaire, mais plus petite, est fixée parallèlement à la première à une distance de $5^{cm},5$; ces deux plaques forment ainsi un condensateur symétrique par rapport au plan vertical XX. Ce condensateur peut se décharger sur lui-même par l'intermédiaire de deux tiges terminées par des boules *a* et *b*, situées en regard l'une de l'autre dans le plan de symétrie à la distance de $0^{cm},4$ environ.

La boule *a* est mise en communication avec les tuyaux de gaz par un fil de cuivre de gros diamètre, la boule *b* est reliée à l'un des pôles d'une bobine de Ruhmkorff dont l'autre pôle communique avec les tuyaux de gaz. Lorsque la bobine fonctionne, un flux d'étincelles jaillit entre *a* et *b*, et, à chaque étincelle, le condensateur est le siège de charges et de décharges oscillatoires dont la période est de l'ordre du $\frac{1}{25000000}$ de seconde.

Comme la plaque AA′ communique avec les tuyaux de gaz, elle forme écran, et aucune force électrique permanente à variation lente ne peut exister dans l'espace situé du côté de AA′ opposé à BB′; par contre, cet espace est le siège de forces électromagnétiques à très courtes périodes dues aux décharges oscillatoires du condensateur. Ce champ électromagnétique périodique est extrêmement complexe, mais, et c'est ici le point capital, il admet comme plan de symétrie le plan XX.

Fixons maintenant, dans ce champ, deux plaques carrées CD, C′D′, de 10^{cm} de côté, parallèles au plan AA′, à la même distance $3^{cm},5$ de ce plan et symétriques par rapport à XX; puis soudons aux deux milieux D et D′ de leurs bords internes deux fils DE et D′E′ aboutissant d'autre part à deux pointes de charbon à lumière E et E′, maintenues en regard à une distance très petite, réglable par le moyen d'une vis micrométrique.

Lorsque la bobine fonctionne et que de fortes étincelles oscillatoires éclatent entre *a* et *b*, on n'observe entre les charbons E et E′ aucune lueur; cela résulte de la symétrie de l'appareil : les actions inductrices reçues par CD et C′D′ sont, à tout instant, égales entre elles et ne peuvent donner naissance à une force électromotrice entre E et E′.

Interposons entre AA′ et CD une lame d'une substance diélectrique quelconque, de verre par exemple; aussitôt nous voyons des étincelles jaillir entre E et E′ : l'induction reçue par CD, devenue plus forte, l'emporte sur celle que reçoit C′D′, et la force électromotrice résultante en EE′ n'est plus nulle.

Interposons maintenant entre AA′ et la seconde plaque induite C′D′ une seconde lame diélectrique, de soufre par exemple, dont nous imaginerons pour un instant l'épaisseur variable à volonté; si l'on fait croître cette épaisseur à partir de zéro, les étincelles diminueront en EE′, et, lorsqu'elle sera devenue telle que l'action inductrice reçue par C′D′ soit égale à celle que reçoit CD, la symétrie électrique sera rétablie, et les étincelles disparaîtront en EE′.

Réciproquement, la disparition des étincelles en EE′ indiquera que l'induction transmise à CD et l'induction transmise à C′D′ sont égales : il suffira alors de mesurer les épaisseurs des deux lames diélectriques interposées pour déterminer par un calcul

facile le rapport des constantes diélectriques du verre et du soufre.

Je vais maintenant expliquer comment j'ai appliqué la méthode dont je viens d'exposer le principe, et indiquer les précautions grâce auxquelles elle a pu devenir sensible et fournir des résultats précis.

La difficulté principale était la suivante : comme il faut une force électromotrice finie pour produire une étincelle, celle-ci n'apparaît que lorsque l'épaisseur de la lame compensatrice diffère de sa valeur théorique d'une quantité finie; en d'autres termes, l'absence d'étincelle perceptible correspond, non à une épaisseur exactement déterminée de la lame compensatrice, mais à toutes les épaisseurs de cette lame comprises entre deux valeurs limites. Je me suis attaché à rapprocher ces limites, en augmentant d'une part l'acuité visuelle, et d'autre part en diminuant autant que possible les forces électromotrices nécessaires pour produire l'étincelle.

Je remplis la première indication en employant un microscope à large oculaire et à faible grossissement, soigneusement mis au point et dont l'axe est dans le plan de symétrie XX; de plus, afin d'augmenter l'intensité lumineuse par la répétition des impressions, j'ai muni la bobine d'induction de l'interrupteur rapide de M. M. Deprez.

La seconde indication est remplie par un réglage exact des charbons E et E'. Pour y procéder, je commence par toucher avec la main l'un des fils DE ou DE', ce qui produit en EE' de vives étincelles, puis, à l'aide de la vis micrométrique, je diminue la distance des pointes de charbon, jusqu'à ce que ces étincelles soient réduites à une lueur à peine visible; dans cet état, l'appareil est très sensible.

Enfin, pendant l'observation, je donne avec une règle de bois de légers coups répétés à intervalles égaux sur le support des charbons : de cette façon, ceux-ci viennent se toucher d'une manière intermittente, en sorte que leur distance varie d'une manière continue de zéro à une valeur très petite. Dans ces conditions, une force électromotrice pour ainsi dire infiniment petite produit la décharge; on constate, en effet, que, les lames diélectriques

étant enlevées, une différence de $0^{cm},15$ environ sur $3^{cm},5$, entre les distances de CD et C′D′ à AA′, suffit pour faire apparaître une lueur.

Je rapporterai ici une expérience accessoire qui prouve que les plaques CD et C′D′ sont complètement protégées par AA′ contre l'action des charges relativement lentes qui précèdent chaque décharge du condensateur, et que les seuls effets d'influence subis par ces plaques sont dus aux oscillations très rapides; si l'on augmente la distance entre les boules a et a' de façon à empêcher l'étincelle primaire, on constate que toute étincelle secondaire disparaît; la charge lente du condensateur primaire est cependant plus grande ici que lorsque l'étincelle éclate, mais, par contre, les oscillations sont supprimées; c'est donc bien à leur existence qu'est due l'étincelle secondaire.

Mesures. — La plaque de verre que j'ai employée a exactement 3^{cm} d'épaisseur; c'est un morceau rectangulaire d'une dalle transparente; les côtés du rectangle ont 25^{cm} et 28^{cm}.

J'ai coulé, d'autre part, plusieurs lames de soufre d'épaisseurs croissantes jusqu'à obtenir approximativement la compensation de la lame de verre; connaissant ainsi à peu près l'épaisseur nécessaire, j'ai coulé deux plaques de soufre, en forme de prismes de même angle, de telle façon qu'en les accolant (comme dans le compensateur de Babinet), on reforme une lame à faces parallèles ayant l'épaisseur approximative trouvée : on pourrait augmenter ou diminuer celle-ci en faisant glisser l'une sur l'autre les faces accolées des prismes.

A l'aide de ce dispositif, j'ai déterminé les deux limites, inférieure et supérieure, de l'épaisseur pour laquelle l'étincelle est invisible : ces deux limites étaient du reste très rapprochées, puisqu'elles ne différaient que d'environ $0^{cm},075$ sur 3^{cm}.

En prenant la moyenne de douze limites supérieures et de douze limites inférieures, j'ai trouvé $3^{cm},15$ pour l'épaisseur de la lame de soufre compensant exactement la lame de verre.

Pour achever de déterminer la constante diélectrique du verre, il fallait connaître celle du soufre que j'employais; cela était du reste facile, puisque le soufre est, comme on sait, un diélectrique

presque parfait. J'ai employé la méthode indiquée par M. Jacques Curie (¹), laquelle repose sur l'emploi d'un quartz piézoélectrique, et j'ai trouvé le nombre 2,94.

En désignant par x la constante diélectrique du verre et écrivant que les capacités du côté du verre et du côté du soufre sont les mêmes, on a l'équation

$$\frac{3,15}{2,94} = 3,15 - 3 + \frac{3}{x},$$

d'où l'on déduit

$$x = 2,8 = (1,67)^2.$$

Comme on le voit, ce résultat est presque identique à celui de M. J. Thomson qui, comme je l'ai dit en commençant, a trouvé $2,7 = (1,65)^2$. Il faut même remarquer que le nombre 2,94 que j'ai trouvé pour la constante diélectrique de ma lame de soufre par la méthode de M. J. Curie peut être trop fort, puisque ce soufre n'est vraisemblablement pas un diélectrique parfait.

Il y a donc concordance des plus satisfaisantes entre ma détermination et celle de M. J. Thomson. Quant à la loi de Maxwell, elle n'est pas vérifiée exactement, puisque l'indice moyen de mon verre est 1,51 environ, mais l'écart est beaucoup moins grand que celui que donnaient les valeurs des constantes diélectriques obtenues à l'aide de méthodes plus lentes. Ma conclusion est donc la même que celle de M. Thomson.

Il resterait à expliquer le résultat obtenu par M. Lecher; je n'ai pu faire à ce sujet que des conjectures : l'explication réside peut-être dans ce fait que M. Lecher fait varier la distance des armatures du condensateur, tandis que, dans celles de M. J. Thomson et dans les miennes, la position des conducteurs demeure invariable. Au début de mes expériences, j'avais essayé de comparer directement la constante diélectrique du soufre à celle de l'air en interposant la lame de soufre entre AA′ et CD, puis rapprochant C′D de AA′ jusqu'à la disparition de l'étincelle : les nombres ainsi obtenus étaient beaucoup trop grands; de plus, en opérant de la même manière sur le verre, le rapport des deux nombres obtenus n'était pas égal au rapport des constantes diélectriques du verre et

---

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 1889.

du soufre mesuré sans intermédiaire par la même méthode. J'ai donc abandonné celle-ci comme vicieuse.

Je ferai remarquer, en terminant, que la faible différence entre les épaisseurs de ma lame de verre, 3^{cm}, et de la lame de soufre équivalente, $3^{cm},15$, est une circonstance très favorable à l'exactitude du résultat : il en résulte, en effet, que la distribution des lignes de force est sensiblement la même des deux côtés, ce qui ne serait vraisemblablement pas vrai pour des lames d'épaisseurs très différentes.

SUR LA LOCALISATION DES FRANGES DES LAMES CRISTALLINES (LAMES UNIAXES, MINCES ET PRISMATIQUES);

PAR M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

Nous avons récemment établi, M. Ch. Fabry et moi-même, une théorie générale des conditions de visibilité des franges d'interférence (¹), et nous avons fait remarquer qu'elle était directement applicable aux phénomènes dits *de polarisation chromatique*. L'étude suivante a pour but de contrôler l'exactitude de cette assertion.

J'envisagerai uniquement, dans ce qui suit, le cas de lames taillées dans un cristal uniaxe, minces, prismatiques. Je supposerai de plus que l'axe optique, contenu dans le plan de l'une des deux faces est, soit parallèle, soit normal à l'arête du prisme (lames constitutives d'un compensateur de Babinet). On observe les franges au moyen d'un microscope à faible grossissement.

J'appliquerai directement au cas actuel les théorèmes précédemment établis :

Soit S un point de la source, et M le point, situé sur l'axe du microscope, dont l'image à travers l'objectif du microscope, coïncide avec la croisée des fils du réticule. Il existe toujours deux rayons issus de S tels que, cheminant dans l'intérieur de la lame

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CX, p. 895, 997; 1890, et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. X, p. 5; 1891.

cristalline, l'un comme rayon ordinaire, l'autre comme rayon extraordinaire, ils viennent se croiser de nouveau en M.

Soient SS_1 et MM_1 les bissectrices de ces rayons en leur point de départ S et en leur point d'arrivée M. La différence de marche δ que présentent ces deux rayons à leur arrivée en M est indépendante des positions de S sur SS_1 et de M sur MM_1. On peut donc, pour la calculer, supposer que S et M sont tous les deux à une distance infinie sur les droites correspondantes. Ces dernières peuvent d'ailleurs être considérées comme parallèles, si la lame prismatique est très aiguë.

Soient, dès lors, n et n' les indices ordinaire et extraordinaire de la lame, i l'angle d'incidence, et u l'angle que forme le plan d'incidence avec le plan qui passe par la normale et l'axe optique. On a, d'après une formule connue (¹),

$$\delta = (N - N')e,$$

en posant, pour abréger,

$$N = \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = n \cos r,$$

$$N' = \sqrt{n'^2 - (h^2 \cos^2 u + \sin^2 u)\sin^2 i} = n'\sqrt{\cos^2 u \cos^2 r + \sin^2 u \cos^2 r'}.$$

$$h = \frac{n'}{n}, \qquad \sin r = \frac{\sin i}{n}, \qquad \sin r' = \frac{\sin i}{n'},$$

e étant l'épaisseur de la lame au point M_1 où elle est rencontrée par la droite MM_1.

Supposons que cette direction MM_1, caractérisée par les angles i et u, ainsi que par l'épaisseur e, coïncide avec l'axe du microscope. A une direction voisine MM'_1, passant par le point visé M, correspondent des angles $i + di$, $u + du$, une épaisseur $e + de$ et une différence de marche $\delta + d\delta$, avec

$$d\delta = (N - N')\,de - \sin i \cos i \times \left(\frac{1}{N} - \frac{h^2\cos^2 u + \sin^2 u}{N'}\right) e\,di + \frac{1 - h^2}{N'} \sin^2 i \sin u \cos u\, e\, du.$$

On sait que les franges sont nettes (*voir* la théorie générale) si,

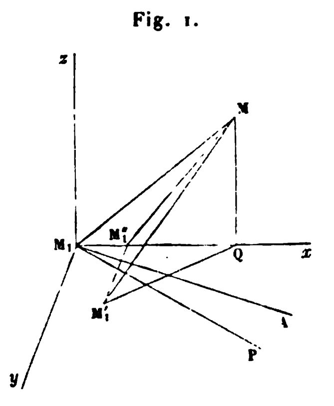
(¹) Cette formule rigoureuse, seule applicable dans le cas d'un cristal fortement biréfringent, est due à M. Abria (*Journal de Physique*, 1re série, t. I, p. 273). On peut l'établir d'une manière plus simple (*voir* MASCART, *Traité d'Optique*, t. II, p. 48; 1890).

à toutes les directions que l'on peut mener par le point visé, correspond une même différence de marche. La condition de visibilité des franges est donc

$$d\delta = 0.$$

Pour transformer cette équation, prenons trois axes de coordonnées rectangulaires (*fig.* 1) tels que le plan des xy se confonde avec la face de la lame mince, qui est tournée vers l'observateur, l'origine étant au point M_1 où elle est rencontrée par l'axe du microscope, et le plan des xz étant le plan d'incidence qui correspond à cet axe. La direction MM'_1, voisine de MM_1, est entièrement connue si l'on se donne :

Fig. 1.



L'angle d'incidence i et la distance $MM_1 = D$ du point visé à la lame, distance comptée dans la direction de l'axe du microscope, et considérée comme positive lorsque le point visé se trouve entre la lame et l'observateur;

Les coordonnées x, y du point M'_1 où la droite MM'_1 rencontre la face antérieure de la lame mince.

Je désignerai en outre par a la distance de l'origine M_1 à l'arête du prisme, dont l'angle au sommet est α, par u l'angle de l'axe optique OA du cristal avec le plan d'incidence, et enfin par v l'angle avec ce même plan de l'arête du prisme, cet angle étant compté de telle sorte que, pour $v = 0$, l'arête du prisme, parallèle à Ox, soit à la droite de l'observateur.

On a tout d'abord

$$e = a\alpha \qquad \text{et} \qquad de = \alpha(y\cos v - x\sin v).$$

Projetons MM'_1 en MM''_1 sur le plan d'incidence. On peut considérer les deux droites MM'_1, MM''_1 comme se trouvant sur un même cône dont l'axe est MQ et l'angle au sommet $i - di$. On a, dès lors, dans le triangle $M_1MM''_1$

$$di = -\frac{x\cos i}{D}.$$

On voit enfin de suite que l'on a

$$du = \widehat{M'_1QM''_1} = \frac{y}{D\sin i}.$$

En substituant et posant

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tang}\varphi\cos i,$$

l'équation de condition prend la forme

$$\cos i\operatorname{tang}\varphi\left[(N - N')\cos v + \frac{a}{N'D}(1 - h^2)\sin u\cos u\sin i\right]$$
$$= (N - N')\sin v - \frac{a}{D}\left(\frac{1}{N} - \frac{h^2\cos^2 u + \sin^2 u}{N'}\right)\sin i\cos^2 i.$$

Elle détermine le plan dans lequel on doit introduire une fente pour obtenir des franges nettes, par l'angle φ qu'il forme avec le plan d'incidence ([1]).

Lorsque $\cot v$ n'est ni nulle, ni infinie, on peut mettre cette

---

([1]) Il serait facile d'établir de même la condition de visibilité des franges d'un compensateur de Babinet. Soient, en effet, δ_1 et δ_2 les valeurs de la différence de marche des rayons ordinaires et extraordinaires à travers les deux lames qui le constituent, on a $\delta = \delta_1 - \delta_2$, et, par suite, la condition de visibilité est donnée par

$$d\delta_1 = d\delta_2.$$

Si l'on définit l'orientation du compensateur par celle de la première des deux lames qui le constituent (axe et arête perpendiculaires), et la région observée par sa distance b à la frange centrale, a étant celle de cette frange à l'un et l'autre des prismes, il suffit de supposer, dans δ_1,

$$a_1 = a - b, \qquad u_1 = v_1 + \frac{\pi}{2}, \qquad v_1;$$

et dans δ_2

$$a_2 = a + b, \qquad u_2 = v_1 + \pi, \qquad v_2 = v_1 + \pi.$$

équation sous la forme plus simple

$$\cos i \cot v \tang \varphi = \frac{D - d_0}{D - d_1},$$

en posant

$$d_0 = a \frac{\sin i \cos^2 i}{(N - N')\cos v}\left(\frac{1}{N} - \frac{h^2 \cos^2 u + \sin^2 u}{N'}\right)$$

et

$$d_1 = -a \frac{(1 - h^2)\sin u \cos u \sin i}{N'(N - N')\sin v}.$$

Cas particulier. — La forme assez compliquée à laquelle nous avons été conduits se simplifie dans certains cas particuliers, du moins, si nous supposons que la lame employée a son axe optique normal ou parallèle à l'arête du prisme ($u = v + \frac{\pi}{2}$ dans le premier cas, $u = v$ dans le second).

Première lame : $u = v + \frac{\pi}{2}$.	*Deuxième lame :* $u = v$.
$v = 0$.	
$\tang \varphi = + \frac{a}{NN'D} \sin i \cos i = + \frac{a}{nn'D} \frac{\sin i \cos i}{\cos r \cos r'}$.	$\tang \varphi = - \frac{a}{N^2 D} \sin i \cos i = - \frac{a}{n^2 D} \frac{\sin i \cos i}{\cos^2 r}$.

$$v = \frac{\pi}{2}.$$

(Le plan d'incidence est un plan de symétrie).

Absence de localisation : $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Localisation sans fente :

$D = + \frac{a}{n^2} \frac{\sin i \cos^2 i}{\cos^2 r}$.	$D = - \frac{a}{nn'} \frac{\sin i \cos^2 i}{\cos r \cos r'}$.

$$v = \pi.$$

$\tang \varphi = - \frac{a}{nn'D} \frac{\sin i \cos i}{\cos r \cos r'}$.	$\tang \varphi = + \frac{a}{n^2 D} \frac{\sin i \cos i}{\cos^2 r}$.

$$v = \frac{3\pi}{2}.$$

(Le plan d'incidence est un plan de symétrie).

Absence de localisation : $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Localisation sans fente :

$D = - \frac{a}{n^2} \frac{\sin i \cos^2 i}{\cos^2 r}$.	$D = + \frac{a}{nn'} \frac{\sin i \cos^2 i}{\cos r \cos r'}$.

La formule générale se simplifie dans ces divers cas, non seulement par suite de la disparition de certains termes, mais aussi parce que N′ se réduit à

$$N' = n' \cos r' \qquad (\sin i = n' \sin r').$$

Expériences de vérification. — Les lames employées ont été les deux parties constitutives d'un compensateur de Babinet en spath d'Islande. Cette matière présente sur le quartz l'avantage d'une double réfraction beaucoup plus énergique, d'où résulte la possibilité de réaliser des franges resserrées, même avec des lames prismatiques très aiguës (angle au sommet 10′, largeur des franges 1^{mm} environ). Les mesures sont en effet d'autant plus précises que les franges observées sont plus rapprochées (¹).

La source lumineuse était un bec Bunsen, à sel marin. Les diverses pièces constituant l'appareil d'observation, toutes disposées sur un grand banc d'optique, divisé en millimètres, étaient, en allant de la source vers l'observateur :

1° Un nicol polariseur;

2° Une fente étroite, mobile dans un plan vertical, normal à l'axe du banc. Un index, mobile avec elle, et qui se déplaçait sur un cercle gradué, permettait d'en connaître l'orientation (l'index est au zéro quand la fente est horizontale) ;

3° La lame étudiée, susceptible d'un double déplacement. Elle était mobile dans le plan d'un cercle gradué vertical, sur les divisions duquel se déplaçait un index fixé à la lame. Ce dernier était au zéro lorsque l'arête du prisme était horizontale et en haut ($v = 0$). Le plan de la lame était mobile lui-même autour de

---

(¹) Les formules auraient été beaucoup plus simples dans le cas d'un cristal peu biréfringent. On aurait pu écrire, en effet,

$$\delta = (n - n')e \frac{1 - \sin^2 r \cos^2 u}{\cos r}.$$

L'équation de condition aurait été

$$\cos i \operatorname{tang} \varphi \left[\cos r \cos v(\sin^2 u + \cos^2 u \cos^2 r) + 2 \frac{a}{nD} \sin r \cos r \sin u \cos u\right]$$
$$= \cos r \sin v(\sin^2 u + \cos^2 u \cos^2 r) + \frac{a}{nD} \operatorname{tang} r \cos^2 i(\sin^2 u - \cos^2 u \cos^2 r).$$

Cette formule approchée est complètement insuffisante dans le cas du spath.

l'axe vertical d'un cercle gradué horizontal; on pouvait, de la sorte, faire varier simultanément l'orientation de la lame, en la faisant tourner dans son plan et l'angle d'incidence. Le plan d'incidence était, on le voit, horizontal.

4° Une lentille achromatique de distance focale $10^{cm},21$;

5° Un oculaire de Fresnel;

6° Un petit nicol analyseur, introduit dans la monture de la loupe, entre cette dernière et la croisée des fils (¹).

La lentille achromatique et l'oculaire, portés par des pieds indépendants, constituaient le microscope d'observation. L'axe optique de ce dernier était réglé de telle sorte qu'il fût horizontal et de plus parallèle à l'axe du banc.

Pour effectuer une expérience, l'angle d'incidence étant donné, ainsi que les orientations, par rapport au plan d'incidence, de la lame et de la fente, on déterminait la distance D du plan de localisation, à la lame. Il suffirait à cet effet, l'objectif restant fixe, de déplacer l'oculaire jusqu'à ce que les franges offrissent leur maximum de netteté. Sans entrer dans des détails inutiles, la différence des lectures des index de l'objectif et de l'oculaire permettait de calculer la distance des franges au foyer extérieur de l'objectif, à la condition d'avoir déterminé une fois pour toutes (par l'observation d'une mire éloignée) quelle est la différence des lectures des mêmes index lorsque la croisée des fils coïncide avec le foyer intérieur de l'objectif.

Il est avantageux de fixer chaque fois l'objectif dans une position telle que les distances de l'objet visé et de son image à l'objectif soient sensiblement égales. Chaque série d'expériences est précédée de l'observation, dans les mêmes conditions, des grains de poussière qui recouvrent la lame cristalline ($D = 0$).

Les expériences suivantes m'ont paru suffisantes pour vérifier l'exactitude de la théorie.

(¹) Il est indispensable, afin d'éviter les complications provenant de la réfraction à travers les nicols, d'introduire le polariseur avant la fente, et l'analyseur après la croisée des fils du réticule.

L'appareil employé est à peu près identique à celui dont M. Ch. Fabry avait fait usage à diverses reprises. On trouvera dans son Mémoire complet, qui paraîtra ultérieurement, tous les détails relatifs au réglage, assez délicat, de l'appareil.

Première lame (arête du prisme normale à l'axe optique). — Il était nécessaire de connaître la distance a de l'arête du prisme au point où la lame cristalline est rencontrée par l'axe du microscope. J'y suis parvenu de la manière suivante :

Orientons la lame de telle sorte que l'arête du prisme soit verticale $\left(\text{par exemple, } v = \frac{\pi}{2}, u = \pi\right)$. L'expression générale de la différence de marche se réduit à

$$\delta = a\alpha(n - n')\cos r.$$

Mesurons, en premier lieu, la distance da de deux franges consécutives pour l'incidence normale. On a

$$\lambda = \alpha(n - n')\,da. \tag{1}$$

En second lieu, laissant le microscope fixe, faisons varier l'incidence; nous verrons les franges se déplacer dans le champ du microscope. Soit i l'angle d'incidence qui correspond à un déplacement de p franges, à partir de l'incidence normale. On a [1]

$$p\lambda = a\alpha(n - n')(1 - \cos r). \tag{2}$$

Divisant, membre à membre, les équations (1) et (2), nous obtenons

$$a = \frac{p\,da}{1 - \cos r}.$$

L'expérience ayant donné

$$da = 0^{cm},1174, \qquad p = 25, \qquad i = 42°29',$$

on trouve

$$a = 33^{cm},6.$$

Expériences de localisation. — Premier cas. — L'arête du prisme est normale au plan d'incidence (plan de symétrie). — J'ai pu vérifier tout d'abord qu'en introduisant une fente normale au plan d'incidence, les franges étaient parfaitement visibles à toute distance, et cela, quel que fût l'angle d'incidence.

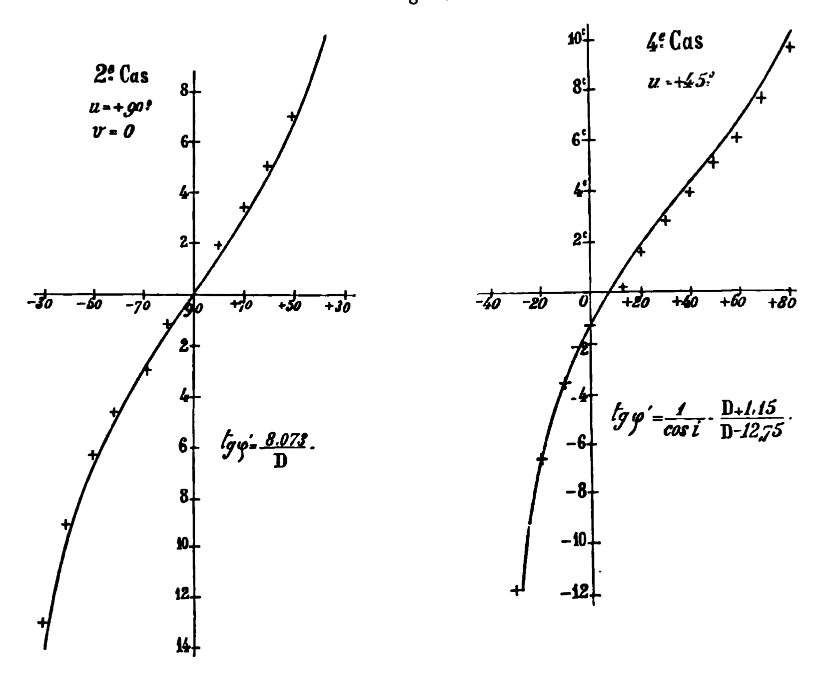
Sans fente, les franges existent, mais elles sont localisées. Le Tableau suivant résume les résultats des expériences :

---

[1] Il est nécessaire, pour effectuer ces mesures, que les franges restent visibles lorsqu'on incline la lame. Il suffit de réaliser la condition de non-localisation, en introduisant la fente orientée perpendiculairement au plan d'incidence.

	D.		
	Observation.		Calcul.
i.	$v = 90°$.	$v = -90°$.	
°	cm	cm	cm
0	−0,14	+0,14	0,00
10	+2,32	−1,85	±2,08
20	+3,70	−3,53	±3,85
30	+5,03	−4,90	±5,04
40	+5,46	−5,37	±5,42
50	+4,62	−5,05	±4,92

Fig. 2.



Si l'on tient compte de ce que, les franges étant relativement larges, la position du plan de localisation ne peut être déterminée qu'à quelques millimètres près, on doit considérer la concordance entre la théorie et l'observation comme très satisfaisante. En particulier, l'expérience met en évidence l'existence d'un maximum de D. Ce dernier correspondrait, d'après la théorie, à l'incidence 39° 20′.

Les autres expériences de vérification, toutes relatives à l'inci-

dence 40°, ont été effectuées dans les conditions suivantes :

Deuxième cas	$u = +90^\circ$	$v = 0^\circ$
Troisième cas	$u = -90$	$v = -180$
Quatrième cas...........	$u = +45$	$v = -45$
Cinquième cas...........	$u = -45$	$v = -135$

Afin de ne pas multiplier les Tableaux numériques, je me contenterai, pour deux de ces séries d'expériences, de reproduire (*fig.* 2) les courbes théoriques construites en prenant pour abscisses les valeurs de φ' et pour ordonnées celles de D; on a marqué simultanément sur chacune de ces figures les points figuratifs des résultats des expériences. Ici encore, les divergences entre l'expérience et la théorie sont faibles et restent dans les limites des erreurs possibles.

Deuxième lame ($u = v$). — Parmi les expériences relatives à cette lame, je crois suffisant de citer les suivantes :

On a déterminé, par la même méthode que précédemment, la valeur de la constante a. On a trouvé

$$a = \frac{p\,da(n - n')}{n(1 - \cos r)n'(1 - \cos r')} = 32^{\text{cm}},72.$$

Les expériences de localisation sans fente ont conduit aux résultats suivants :

	D.		
	Observation.		Calcul.
i.	$v = 270°$.	$v = 90°$.	
°	cm	cm	cm
0	+0,02	−0,02	0,00
20.............	+3,95	−4,17	±4,21
40.............	+6,03	−6,07	±6,02

En résumé, l'application aux phénomènes de polarisation chromatique de la théorie générale de la visibilité des franges d'interférence se trouve entièrement justifiée par l'expérience.

NOUVEAU BAROMÈTRE NORMAL (1);

PAR M. C. KRAIEWITSCH.

Les baromètres à mercure sont sujets à diverses erreurs, qui cependant peuvent être corrigées avec une précision suffisante, excepté l'erreur provenant de la présence de gaz dans la chambre barométrique. Celle-ci varie avec le temps et sa détermination est fondée sur la loi de Boyle-Mariotte à laquelle les gaz très raréfiés n'obéissent pas. Telle est sans doute la cause principale de la discordance entre les baromètres. En 1887, le savant russe Broounoff, visita plusieurs observatoires de Physique en Europe, et trouva que les baromètres normaux diffèrent entre eux de plus d'un demi-millimètre, différence trop grande pour qu'on puisse l'attribuer à quelques imperfections du baromètre, telles que l'inexactitude de l'échelle, l'imparfait parallélisme des parois du tube, etc.

On peut expliquer la présence des gaz dans la chambre barométrique par l'existence de fins canaux capillaires de différentes formes et épaisseurs dans les parois des meilleurs tubes de verre, s'étendant à 50^{cm} et davantage le long du tube; généralement, plus le canal est large, plus il est long. L'origine de ces canaux s'explique par la façon dont on fabrique les tubes dans les verreries. On souffle par le bout d'un tube de fer une boule, qu'on allonge rapidement en un tube; s'il y avait des bulles gazeuses dans les parois, elles sont allongées en canaux plus ou moins longs et fins. Ils apparaissent dans les parois du tube sous la forme de petits traits visibles à l'œil nu ou à la loupe, et sur la section transversale, sous la forme de petites cavités.

Pour prouver que ces traits sont des canaux, je les remplis avec de l'huile de naphte fortement colorée en rouge par l'alcanine. Lorsque le verrier, en préparant le baromètre, soude le bout du tube de verre, il se forme dans la masse amollie, par suite de la dilatation du gaz à l'extrémité du canal, une bulle qui peut éclater dans quelques circonstances favorables. Si elle éclate à l'intérieur

---

(1) Un baromètre pareil a été construit depuis peu dans le cabinet de Physique de l'Académie de Marine de Saint-Pétersbourg.

du tube, la chambre barométrique sera en communication avec le canal, et le gaz contenu dans ce dernier pénétrera lentement dans le vide lorsqu'on aura dressé le baromètre verticalement, après l'avoir rempli; l'élasticité du gaz dans le vide barométrique augmentera peu à peu.

L'expérience prouve la possibilité d'un pareil accident. Un baromètre de Fortin du Cabinet de Géographie physique de l'Université de Saint-Pétersbourg, et un baromètre du Cabinet de Physique du Corps des Mines, montrent chacun dans leurs parois une colonne de mercure visible à l'œil nu.

Il est certain que des canaux aussi larges que ceux-là ne peuvent être la cause ordinaire de l'imperfection de la chambre barométrique. Mais il est impossible d'éviter de fins canaux capillaires; tous les tubes de verre en contiennent, et parfois ils ne deviennent à peine perceptibles au microscope que lorsqu'on les remplit de liquide rouge.

Pour éviter la correction dépendant de la présence des gaz dans la chambre barométrique il faudrait préparer les tubes barométriques par moulage, ce qui présente beaucoup de difficultés, ou bien employer un système de raccords, à l'aide duquel on puisse éloigner les gaz accumulés dans la chambre barométrique. C'est le moyen que j'ai employé pour mes baromètres fixe et portatif (¹).

Il est facile d'obtenir, à l'aide d'une bonne pompe à mercure, un vide à travers lequel ne puissent passer les étincelles d'un appareil d'induction d'une moyenne intensité, c'est-à-dire plus parfait que celui des meilleurs baromètres. J'emploie la pompe de Mendeleef-Töpler avec quelques modifications que je trouve utiles (²). Une jauge, exécutée d'après l'idée de Mac-Leod, est adaptée au baromètre; elle permet de calculer l'élasticité du gaz resté dans le vide. Un flacon, dans lequel sont introduits deux fils de platine, servant d'électrodes, placés à la distance d'un millimètre l'un de l'autre, est adapté à la pompe.

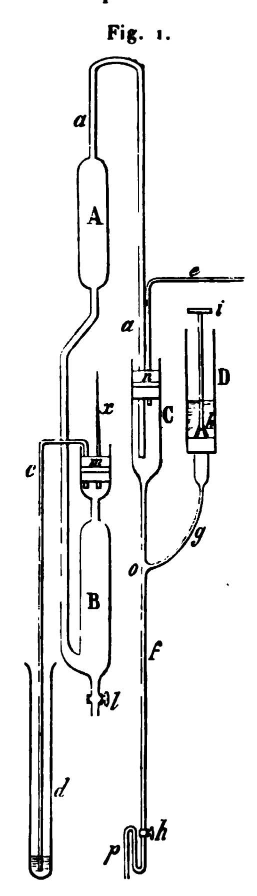
Elle permet d'atteindre un vide de $0^{mm},002$-$0^{mm},003$. Toute la difficulté consiste à séparer la pompe du baromètre. La description suivante du baromètre normal, que j'ai construit pour l'Aca-

(¹) *Repertorium der Physik*, Bd. XXIII, Heft 6.
(²) *Journal de la Société russe de Physique et de Chimie*, t. XIII, p. 335.

démie de Marine, montre comment on résout cette difficulté.

La *fig.* 1 représente le schéma des différentes parties du baromètre sans que les dimensions relatives soient observées. A et B représentent les chambres supérieure et inférieure du baromètre.

Fig. 1.



Pour pouvoir le remplir de mercure, l'entonnoir *m* y est soudé; celui-ci est fermé avec un bouchon. Les deux tubes *c* et *x* y ont été introduits, après quoi une couche de mastic a été versée sur le bouchon. Le tube *c*, recourbé par le bas, est plongé dans le tube *d* soudé par en bas et contenant du mercure. Le tube recourbé *aa* ([1]), dont une extrémité est plongée dans l'entonnoir C,

([1]) Il est bien plus grand qu'on ne peut le juger d'après la figure.

sert à réunir la chambre A avec la pompe; l'entonnoir C est fermé avec un bouchon recouvert d'une couche de mastic *n*. De l'entonnoir C sort le tube *e* qui se dirige vers la pompe à mercure; on s'en sert pour extraire l'air de l'entonnoir C et celui de la chambre supérieure au moyen du tube *aa*.

Pour séparer le baromètre de la pompe, on se sert de l'entonnoir D qui contient du mercure. Le tube *f* est destiné à faire écouler le mercure du vase C. Le tube *g*, réuni au tube *f* au point *o*, s'élargit dans sa partie supérieure en un large tube terminé par un cône tronqué, surmonté d'un second cône de verre *k*; on peut tourner ce dernier, au moyen de la manivelle en verre *i*, autour de l'axe vertical. Les deux cônes sont doucis à l'émeri fin et ont chacun dans leurs parois une ouverture qu'on peut fixer l'une en face de l'autre. Alors le vase D est en communication avec le tube *g*; le mercure s'en écoule par les tubes *g* et *f*, si le robinet *h* est ouvert; dans le cas contraire le mercure s'élève dans l'entonnoir C. Si l'on tourne légèrement le cône mobile d'un côté ou de l'autre, les ouvertures dans les parois des cônes se sépareront et la communication du vase D avec le tube *g* cessera.

De cette manière, si l'on ouvre le robinet conique et que l'on ferme le robinet *h*, le mercure monte dans le vase C et fait cesser la communication de la chambre A avec la pompe.

Au contraire, si l'on ferme le robinet *k* et que l'on ouvre le robinet *h*, le mercure s'écoule du vase C et, s'abaissant au-dessous de l'orifice du tube *a*, fait communiquer la chambre barométrique avec la pompe. Lorsque l'entonnoir C et le tube *g* ne contiennent encore pas de mercure, on met la pompe en jeu. Le mercure, contenu dans le tube *c*, s'élève immédiatement, mais ne peut se déverser dans la chambre B, car la distance verticale du niveau du mercure dans le tube *d*, jusqu'à l'extrémité supérieure du tube *c*, surpasse la hauteur du baromètre. Quand l'air sera raréfié, jusqu'à quelques millimètres, il faut laisser écouler peu à peu le mercure du vase D, en ouvrant les robinets *k* et *h*; les tubes *g* et *f* agissent comme la pompe de Sprengel, expulsent le reste de l'air du renflement supérieur du tube *g*; le tube *f* est courbé en *p* pour empêcher l'air extérieur de pénétrer à l'intérieur de l'appareil. Pour éviter la diffusion de l'air extérieur, on plonge le robinet *l* dans un vase rempli de mercure et l'on place entre les bouchons et les couches

de mastic m et n des plaques rondes métalliques avec des ouvertures correspondant aux tubes pour les y faire passer. Enfin pour éloigner le moindre doute de ne pas avoir fermé hermétiquement, je versais quelquefois du mercure par-dessus le mastic.

Même dans ces conditions-là, il est impossible d'obtenir immédiatement le plus haut degré de raréfaction; les vapeurs d'eau en sont la cause. Par conséquent, ayant expulsé l'air autant que possible, il faut faire pénétrer l'air extérieur par le vase contenant de l'anhydride phosphorique. Ayant répété cette manipulation deux ou trois fois, on peut obtenir le plus haut degré de raréfaction. Dans cet état-là l'étincelle électrique ne passe pas et la jauge de Mac-Leod ne donne pas plus de $0^{mm},003$; l'élasticité des gaz et des vapeurs d'eau dans le vide barométrique ne dépasse pas celle des vapeurs de mercure. Après vingt-quatre heures et même moins, des gaz dont l'élasticité égale quelques dixièmes de millimètre apparaissent dans le vide; alors, en faisant jouer la pompe, il faut rendre au vide son premier état. Il faut agir de cette façon pendant huit ou quinze jours : cela dépend de la qualité du verre.

Ensuite on laisse écouler le mercure du vase D (le robinet h étant fermé) dans le vase C, pour que ce liquide ferme l'extrémité inférieure du tube a et s'élève plus haut.

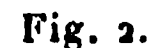
Après cela on laisse pénétrer dans la pompe l'air extérieur, lequel, entrant dans l'entonnoir C, soulève le mercure dans le tube a et ferme la chambre A. Alors on peut séparer la pompe à mercure du baromètre et, s'il est nécessaire, l'y joindre encore une fois plus tard.

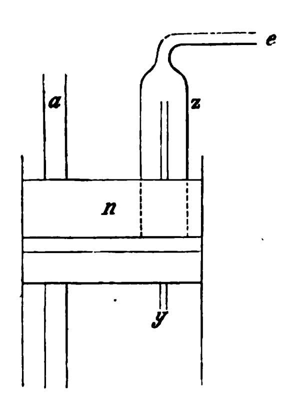
Si l'on verse maintenant peu à peu du mercure dans le tube d, il s'élèvera dans le tube c et se déversera dans la chambre B; il faut introduire une quantité de mercure suffisante pour les deux chambres A et B. Le mercure doit être sec et pur.

Un fin tube x, dont le bout effilé est soudé, passe par l'entonnoir m; si l'on casse le bout de ce tube, l'air extérieur pénétrera lentement dans la chambre B et soulèvera le mercure dans la chambre A. Il reste maintenant à couper l'entonnoir m et à l'enlever avec toutes ses parties, et le baromètre est prêt à servir.

Pour introduire le mercure dans le baromètre et l'en faire écouler, on adapte sur le tube l un tuyau en caoutchouc, réuni

avec le vase qui contient le mercure; en élevant ou en abaissant ce vase, on peut faire varier les niveaux du mercure dans les chambres A et B. La manière dont on réunit le baromètre avec la pompe et l'en sépare est représentée à part sur la *fig.* 2; les


Fig. 2.



mêmes lettres se rapportent aux mêmes parties. Un tube de métal ou de verre y traverse le bouchon. Le tube e, métallique, flexible, possédant à une extrémité le renflement z, étant chauffé, couvre de sa partie élargie le tube y et s'enfonce dans le mastic n. De cette manière le baromètre sera réuni à la pompe. Pour séparer les appareils l'un de l'autre, il faut chauffer le tube z à l'aide d'un chalumeau, après quoi on peut facilement l'enlever du tube z.

Parallèlement aux chambres A et B, dans le même plan que leur axe commun, est établie l'échelle de verre. En face des deux chambres, dans une planche de bois sur laquelle est fixé le baromètre, des ouvertures sont faites. On mesure la hauteur de la colonne de mercure avec des lunettes aux oculaires micrométriques; les lunettes se meuvent sur une règle métallique verticale solidement posée. Les micromètres permettent d'observer immédiatement les centièmes parties d'un millimètre et les millièmes, à vue d'œil.

Les tubes A et B ont $21^{mm},5$ de diamètre; l'erreur qui provient de la capillarité ne surpasse pas les autres erreurs qui accompagnent les observations. Le parallélisme des surfaces des parois fut

éprouvé, d'après le procédé décrit dans l'œuvre (1) du professeur Mendeleef, par le savant russe Sadovsky et le mitchman Wagner et fut trouvé entièrement satisfaisant (2).

Le coefficient de dilatation de l'échelle fut déterminé par le mitchman Kryloff à l'aide de l'appareil optique de Fizeau.

Il résulte de ses déterminations, pour le coefficient de température du baromètre

$$0,0001717.$$

L'expérience a vérifié les résultats attendus.

Les premières observations furent faites par M. Sadovsky, le 30 décembre 1889 à $2^h 30^m$ de l'après-midi, à $19°,8$:

	1.	2.	3.
Nombres supérieurs.......	812,030	838,450	887,042
Nombres inférieurs........	54,230	80,650	129,258
Hauteur du baromètre.....	757,800	757,800	757,784

Comme le sommet du baromètre atteint la hauteur de 930^{mm} de l'échelle, le volume de la chambre barométrique, en chiffres ronds, est égal pour la première observation à 118^{mm}, pour la seconde à 92^{mm}, pour la troisième à 47^{mm}. Par conséquent, en multipliant son volume par 2,50, le changement dans la hauteur du baromètre est $0^{mm},016$.

Ce nombre ne surpasse pas les erreurs qui accompagnent les observations barométriques.

---

(1) *De l'élasticité des gaz.*

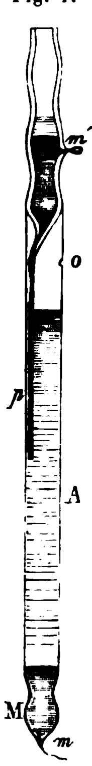
(2) Les différentes parties du baromètre ont les dimensions suivantes : la hauteur des chambres A, B, C est de 18^{cm}, le diamètre intérieur étant de $2^{cm},15$, le tube *a* s'élève au-dessus de la chambre A de 46^{cm} ; son autre branche a 92^{cm} de longueur; l'orifice *o* se trouve à 30^{cm} au-dessous de l'entonnoir C et à 65^{cm} au-dessus de l'extrémité du tube *p*; le vase D est placé à 15^{cm} au-dessus du vase C.

MODÈLE PORTATIF D'ÉLECTROMÈTRE CAPILLAIRE;

PAR M. ALPHONSE BERGET.

L'instrument, dont je vais donner ici la description, ne contient aucun organe nouveau : le merveilleux appareil de M. Lippmann a, en effet, été complet dès son apparition, et son auteur, en imaginant ses divers organes tous nécessaires et suffisants, n'a laissé place à aucun perfectionnement. Le modèle nouveau que

Fig. 1.



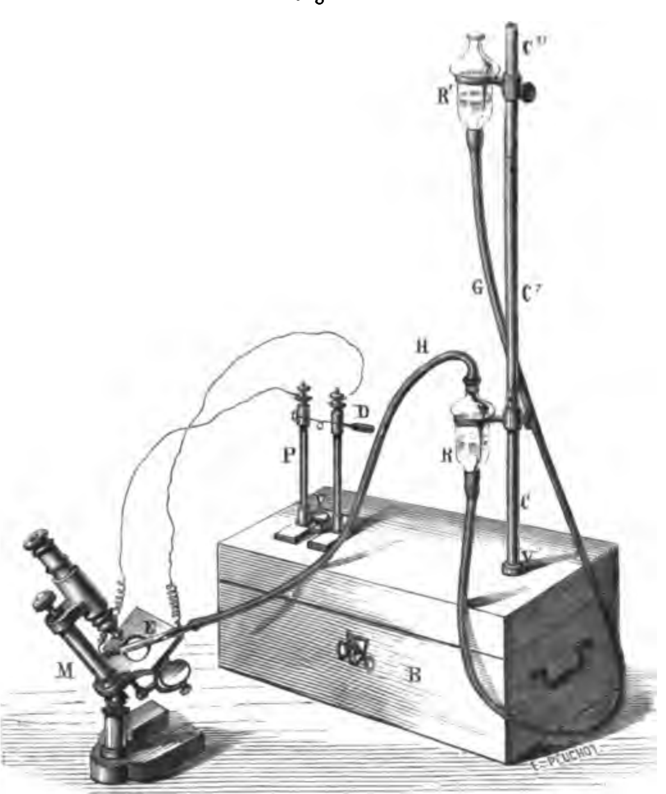
j'ai réalisé comprend donc toutes les parties que comprenait le type original. La seule différence est que ces parties sont agencées de façon à rendre l'instrument transportable.

La partie délicate d'un électromètre capillaire est la pointe de verre et la cuve dans laquelle elle plonge. J'ai réuni ces deux

organes en une pièce unique, représentée de grandeur naturelle sur la *fig.* 1. Voici la description de cette pièce.

La cuvette A, en verre soufflé, se termine à sa partie inférieure par une ampoule M contenant du mercure que l'on peut porter à un potentiel donné par l'intermédiaire d'un fil de platine *m* soudé


Fig. 2.



dans le verre du tube. A la partie supérieure, elle est soudée à un tube M' de même diamètre, terminé par le point capillaire *p*, rempli de mercure. Un second fil de platine *m'* permet de mettre ce mercure en communication électrique avec les appareils convenables. Un trou très fin *o*, percé dans la cuvette, près de la soudure, sert à l'introduction du mercure et de l'eau acidulée, en même temps qu'il permet à la pression atmosphérique de s'exercer sur le liquide.

L'ensemble de l'appareil est représenté par la *fig.* 2.

La pointe et la cuvette se voient en E, sur la platine du microscope M servant à l'observation. Cette platine est recouverte d'une plaque d'ébonite. Pour exercer une pression sur le mercure M' et le faire pénétrer dans la pointe *p*, on se sert de deux réservoirs de verre R et R' réunis par un tube de caoutchouc G et placés à des niveaux différents le long d'une colonne en cuivre $cc'c''$: on a en R une pression mesurée, en mercure, par la différence des niveaux R et R'. Cette pression se transmet par compression d'air, à l'aide du tube de caoutchouc H, au mercure M' de l'électromètre. On fixe, en haut de la colonne de cuivre, le réservoir R' et l'on élève ou l'on abaisse à la main le réservoir R, jusqu'à ce que le ménisque apparaisse dans la pointe, près de l'extrémité de cette dernière.

On voit en P une clef de fermeture fixée par une vis V au couvercle de la boîte B qui renferme tout l'appareil et lui sert aussi de support. La colonne $cc'c''$ est démontable en quatre tronçons de $0^m,25$ chacun. Le microscope M, spécialement construit par M. Nachet, a un grossissement de 300 fois, réalisé à l'aide d'un objectif n° 5 et d'un oculaire micrométrique n° 2. Il se loge également dans la boîte gainée de l'instrument, dont toutes les autres parties ont été très habilement construites par M. Victor Chabaud.

SVANTE ARRHENIUS. — Ueber die Leitung von Electricität durch heisse Salzdämpfe (Conductibilité électrique des vapeurs des sels); *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 18; 1891.

M. Svante Arrhenius s'est proposé de montrer que les vapeurs des sels métalliques possèdent, à une température élevée, la conductibilité électrolytique comme les dissolutions étendues.

La disposition employée pour volatiliser les sels est analogue à celle indiquée par M. Gouy [1]; elle consiste à faire arriver, au moyen d'un pulvérisateur, des gouttelettes très fines de la dissolution saline dans la flamme non éclairante d'un bec Bunsen. Les

---

[1] *Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 19.

électrodes sont des plaques minces de platine complètement enveloppées par la flamme; elles sont réunies à un galvanomètre et la source d'électricité est, suivant les cas, une batterie de 1 à 40 éléments Clark ou une fraction de Daniell. On a soin, dans les mesures, d'intervertir le courant et de prendre la moyenne pour faire disparaître la force électromotrice qui peut se développer entre la flamme et les plaques, et l'on tient compte de la faible conductibilité de la flamme avant l'introduction du sel.

Les expériences faites avec la batterie Clark sur des dissolutions d'iodure de potassium, dont la concentration varie de KI à $\frac{KI}{4096}$, montrent que les déviations sont à peu près entre elles comme les forces électromotrices correspondantes; les résultats sont les mêmes avec

$LiCl$, $NaBr$, $NaOC^4H^3O^3$, $NaCl$, $KOSO^3$, $KOAzO^5$, $RbCl$,

et si l'on pose $i = K f(E)$, on trouve, pour des valeurs de K, une même valeur de la fonction pour tous les sels alcalins à divers degrés de concentration. Si l'on fait agir sur les mêmes sels des forces électromotrices comprises entre 1,28 daniell = 1 clark et 0,02 daniell, on trouve que la loi d'Ohm s'applique pour des forces inférieures à 0,2 daniell, mais qu'elle est en défaut au delà de cette limite.

Étant donnée la loi précédente, il suffit pour étudier l'influence de la concentration, de faire agir une seule force électromotrice et l'on prend, en général, 0,2 daniell. Le volume de dissolution lancée dans la flamme est indépendant de la nature et de la concentration du sel : la quantité de métal alcalin est donc égale à égalité de concentration, quel que soit le radical avec lequel il est combiné. On remarque que, pour tous les sels de potassium et de sodium, au même degré de concentration, la conductibilité est sensiblement la même, surtout quand les dissolutions sont étendues.

Concentration.	KOHO.	KCl.	KBr.	KI.	$KOAzO^5$.	$KOSO^3$.
1	249,0	221,0	243,0	294,0	230,0	242,0
$\frac{1}{4}$	127,0	127,0	137,0	136,0	119,0	121,0
$\frac{1}{16}$	70,3	67,9	71,3	64,4	60,0	56,5
$\frac{1}{64}$	31,1	30,4	33,4	30,7	29,7	28,9
$\frac{1}{256}$	12,2	12,6	12,9	12,2	11,8	12,4

Elle varie à très peu près comme la racine carrée de la concentration.

Concentration.	Li.	Na.	K.	Rb.	Ca.
1	8,3	34,9	247,0	161,0	121,0
$\frac{1}{4}$	5,3	17,1	128,0	83,5	59,5
$\frac{1}{16}$	3,9	7,9	65,1	43,9	27,5
$\frac{1}{64}$	1,9	3,9	30,7	19,5	4,7
$\frac{1}{256}$	»	2,0	12,3	7,7	3,9

et elle augmente avec le poids atomique :

	Li.	Na.	K.	Rb.	Cs.	Tl.
Poids atomique ...	7,0	23,0	39	85	133	204
Conductibilité.....	2,5	8,5	64	82	116	5

sauf pour le thallium qui appartient à un groupe un peu différent des autres.

La vapeur d'eau, les acides HCl, HBr, SO^3HO, $C^4H^4O^4$, et les sels de AzH^4O n'augmentent pas sensiblement la conductibilité.

Les sels de magnésium et de baryum se comportent tout autrement que ceux de potassium et de sodium. La conductibilité de la flamme augmente d'abord très lentement; elle atteint une certaine limite, puis elle persiste longtemps après qu'on a suspendu l'arrivée du sel dans la flamme; il faut laver fortement à l'eau ou à l'acide chlorhydrique et chauffer au rouge les plaques pour les ramener à l'état primitif. L'odeur d'acide sulfhydrique qui se dégage avec l'acide chlorhydrique indique la formation d'un sulfure de baryum; avec le magnésium il se forme un oxyde. Dans ce cas, la loi d'Ohm est vérifiée, et l'on peut expliquer ce résultat en admettant une convection électrique par les parcelles solides qui se portent d'une électrode sur l'autre.

Les propriétés du chlorure de calcium et de l'azotate de strontiane sont intermédiaires entre celles des sels précédents : il y a, à la fois, convection et conductibilité propre et la limite est atteinte d'autant plus rapidement que la concentration est plus grande et le poids atomique du métal plus élevé.

Les métaux lourds ne produisent aucune déviation, à l'exception de l'argent et du plomb qui augmentent un peu la conductibilité de la flamme et qui se rapprochent, par d'autres propriétés, des métaux des premières sections.

Les mélanges de divers sels d'un même métal alcalin se comportent comme un sel unique de concentration équivalente, et les mélanges de sels de potassium et de sodium suivent les mêmes lois que les mélanges de dissolutions étendues.

Enfin, la flamme chargée de vapeurs de sels alcalins développe une force électromotrice entre des plaques de métaux de nature différente; le courant va du nickel ou du fer au platine au travers de la flamme : celle-ci se comporte donc encore comme une dissolution.

Après une longue discussion difficile à résumer en quelques lignes, M. Svante Arrhenius conclut que ses expériences confirment l'hypothèse de Van t'Hoff relativement à l'analogie de l'état gazeux de la matière et des dissolutions extrêmement étendues.

C. Daguenet.

G. HUFNER und E. ALBRECHT. — Ueber die Durchlässigkeit des Wassers für Licht von verschiedener Wellenlänge (Transparence de l'eau pour la lumière de diverses longueurs d'onde); *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 1; 1891.

La comparaison de l'intensité d'un faisceau lumineux qui a traversé une colonne d'eau et de l'intensité variable à volonté d'un faisceau de lumière polarisée se fait avec le spectrophotomètre de Hüfner, dont la fente est partagée en deux parties égales par l'arête d'un parallélépipède de flint qui reçoit les deux faisceaux à comparer et les juxtapose exactement. L'eau est placée dans un tube de 2^m de long, fermé par deux rondelles de verre coupées dans la même plaque et muni de diaphragmes noircis qui limitent à 24^{mm} le diamètre de la colonne. Ce tube peut être divisé, au moyen d'une plaque du même verre, en deux compartiments, l'un de 20^{cm}, l'autre de 180^{cm}, qu'on remplit séparément; on mesure ainsi par différence l'absorption produite par une colonne de 180^{cm}, abstraction faite des pertes résultant des passages d'un milieu dans un autre et de l'influence exercée par les parois du tube.

Les mesures avec les sources artificielles présentent des difficultés et donnent des résultats peu concordants; aussi les expé-

---

(1) *Zeitschrift fur Phys. Chem.*, t. III, p. 562.

riences ont-elles été faites avec la lumière solaire. Les rayons, réfléchis par un héliostat tombent sur une grande lentille dont le foyer coïncide avec une plaque de verre dépoli, destinée à faire disparaître toute trace de polarisation. Ces rayons sont ramenés au parallélisme par une grande lentille, puis ils traversent la colonne d'eau et le photomètre.

Une colonne d'eau de 20^{cm} et le tube vide dans le reste de la longueur forcent déjà le nicol à tourner d'environ 70°; donc, d'après la loi du carré du cosinus, une augmentation de longueur de la colonne donnera une rotation peu différente de la précédente; on augmente cette différence en interposant en avant du nicol un verre enfumé, qui diminue l'éclat du rayon polarisé.

Les mesures ont été faites dans dix régions du spectre; au delà de ces limites elles ne sont plus possibles, car l'absorption augmente rapidement avec la longueur d'onde; la colonne de 180^{cm} semble absorber complètement la région A; à l'autre extrémité, l'éclat est trop faible.

Les valeurs moyennes de la lumière transmise par la colonne de 180^{cm}, à la température de 17° C. à 18° C., sont

λ.	
671-658	49,25
640-622	60,17
611-593	63,70
582-571	81,50
557-546	87,29
531-523	92,27
510-502	92,63
491-483	93,58
471-465	95,19
452-446	95,06

On retrouve facilement, à l'inspection de ces nombres ou de la courbe qui les représente, deux bandes sombres dans les régions C et D signalées antérieurement; mais on n'y trouve pas la bande bleue observée par W. Vogel, puis par Aitken dans l'eau de la mer Méditerranée.

Si l'on représente par I et I′ les intensités de la lumière transmise, par m l'épaisseur en centimètres de la couche d'eau, on a la relation

$$I' = \frac{I}{n^m}. \tag{1}$$

On appelle coefficient d'extinction ε l'inverse de la longueur de la colonne qui réduit I' à $\frac{I}{10}$

$$I' = \frac{I}{10}, \qquad m \log n = 1, \qquad \varepsilon = \frac{1}{m} = \log n;$$

la formule (1) donne une autre valeur de ε

$$\log I' + m \log n = \log I.$$

Si $I = 1$ et $m = 1$,

$$\varepsilon = -\log I'.$$

La connaissance de ε permet de calculer l'intensité de la lumière transmise par une couche d'épaisseur donnée.

Les résultats pour le rouge et le jaune sont d'accord avec ceux de Boas ([1]), mais ils diffèrent un peu pour le bleu. L'influence de la température est difficile à déterminer parce que la chaleur fait varier le nombre et l'activité des particules ou des organismes en suspension dans l'eau et que cette variation modifie notablement l'absorption de la lumière. C. Daguenet.

K.-R. KOCH. — Ueber eine Veränderung welche die Oberflächen der Electroden durch die Polarisation erfahren und über die Occlusion der Gase (Modification des électrodes par la polarisation et l'occlusion des gaz); *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 77; 1891.

L'appareil employé par M. Koch se compose d'un anneau large en laiton, réuni par trois tiges à la partie supérieure d'un axe vertical suspendu à un fil de torsion; l'extrémité inférieure de cet axe s'engage dans une tige verticale terminée par une boule de platine, reposant sur le fond d'une capsule en verre. Un arc formé de deux ressorts rattachés au haut de la tige inférieure supporte des poids variables à volonté.

Toutes les pièces de l'appareil sont exactement centrées et le point d'appui de la boule sur le fond de la capsule est placé dans le prolongement du fil de suspension. L'appareil est écarté de la position d'équilibre, au moyen de tiges de fer recourbées en arc de cercle, et portées par des bras fixés à la partie supérieure de l'axe, qui s'engagent dans des bobines de même forme, placées en

(1) *Inaugural Dissert.* Kiel, 1881.

face d'elles lorsqu'on lance un courant dans les bobines, puis le système oscille autour de sa position d'équilibre, lorsque le courant cesse de passer. La capsule de verre est munie d'un anneau de platine qui permet de polariser la boule dans un sens ou dans l'autre, après qu'on a ajouté dans la capsule quelques gouttes du liquide à étudier. On mesure l'amortissement produit par le frottement dans les deux cas et on calcule les coefficients par la formule de Warburg et von Babo.

On trouve avec l'acide sulfurique étendu et une boule de platine :

Première série.

Non polarisé	7,87
Polarisation H	5,06
Non polarisé	7,82
Polarisation H	5,15

Deuxième série.

Non polarisé	5,70
Polarisation H	5,15
Polarisation O	13,33
Non polarisé	7,40
Polarisation H	4,76
Non polarisé	7,40

Troisième série.

Non polarisé	5,13
Polarisation H	5,00

Quatrième série.

Non polarisé	7,51
Polarisation H	7,14

La diminution de frottement produite par l'hydrogène est donc beaucoup moindre que l'augmentation correspondant à l'oxygène.

Contrairement aux résultats trouvés par M. Waitz ([1]), l'oxygène augmente le frottement, même lorsque le dégagement de gaz est sensible

Non polarisé	15,22
Polarisé O, 4 éléments	40,00
Polarisé O, 2 éléments	41,41
Non polarisé	17,91
Polarisation O, 1 élément	41,40

([1]) *Wied. Ann.*, t. XX, p. 285.

L'auteur admet que ces résultats s'expliquent par l'occlusion des gaz, qui forment une sorte de composé particulier à la surface de la boule; il constate que l'effet est nul, si l'on ajoute au liquide des réactifs tels que l'acide pyrogallique, capables d'absorber le gaz qui se porte sur la boule. Il discute, sans pouvoir l'admettre, la théorie de M. Warburg (1), d'après laquelle la variation de frottement serait due à une variation de concentration de l'électrolyte au voisinage des électrodes, et il conclut de la comparaison de ses résultats avec ceux de M. Arons (2) que les nombres trouvés par l'un et par l'autre se rapportent à des phénomènes différents.

Il donne ensuite plusieurs séries d'expériences faites sur d'autres gaz.

Platine dans HCl concentré :

Première série.

Non polarisé	5,8
Polarisation Cl	22,1
Polarisation H	6,00
Non polarisé	15,7
Polarisation H	5,6

Deuxième série.

Non polarisé	6,6
Polarisation H	5,5
Polarisation Cl	24,9
Polarisation H	4,4
Non polarisé	19,0

L'action du chlore est la même que celle de l'oxygène, elle est difficilement détruite par l'hydrogène : il y a donc occlusion du chlore dans le platine.

Avec une dissolution d'ammoniaque, on obtient de l'azote au pôle + et de l'hydrogène au pôle —; on trouve :

Première série.

Non polarisé	10,9
Polarisation Az	43,0
Polarisation H	28,3

(1) *Ibid.*, t. XXXVIII, p. 321.
(2) *Berlin Bericht.*, t. XXXVIII, p. 969.

Deuxième série.

Non polarisé	29,75
Polarisation H	22,7

Troisième série.

Non polarisé	14,18
Polarisation H	12,00
Polarisation Az	52,6
Non polarisé	51,7
Polarisation H	41,25
(Après 15^h) polarisation H	33,0

L'azote agit donc comme l'oxygène et le chlore, et l'hydrogène ne fait disparaître que très difficilement l'effet produit; il faut donc admettre que les deux gaz se combinent très lentement, ou qu'il y a occlusion de l'ammoniaque formée. Il semble donc que le chlore, l'azote et l'ammoniaque, peuvent être absorbés par le platine, comme l'hydrogène, l'oxygène et l'oxyde de carbone.

C. DAGUENET.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY;

T. XLVII; décembre 1889 à mai 1890.

O. WIENER et W. WEDDING. — Remarques sur le Mémoire de M. A.-W. Ward : *Sur la rotation magnétique du plan de polarisation de la lumière dans les corps biréfringents*, p. 1.

Les auteurs font remarquer que les résultats fondamentaux du Mémoire de M. Ward (1) ont déjà été publiés par M. Gouy (2) et par eux-mêmes (3) sous une forme plus complète.

M. Ward arrive à l'équation différentielle

$$d\omega = -\frac{1}{4}k \sin 4\omega \operatorname{tang} kz\, dz + m\, dz.$$

Cette équation doit être remplacée par les deux équations diffé-

---

(1) WARD, *Proceedings of the Royal Society*, t. XLVI, p. 65; 1889.

(2) GOUY, *Journal de Physique*, t. IV, p. 149; 1885.

(3) WIENER, *Wiedemann's Annalen*, t. XXXV, p. 1; 1888; WEDDING, *Ibid.*, p. 25.

rentielles simultanées

$$\frac{d\omega}{dz} = -\frac{1}{4} k \sin 4\omega \operatorname{tang} \beta + m,$$
$$\frac{d\beta}{dz} = k - m \frac{\sin 2\beta}{\operatorname{tang} 2\omega},$$

dans lesquelles β désigne la différence de phase des deux composantes du rayon lumineux suivant l'axe des x et l'axe des y. La différence provient de ce que Ward n'a égard qu'à la variation de β avec la double réfraction et pose $\beta = kz$, tandis que β varie aussi avec la rotation.

D'après Ward, on aurait $\omega = 0$ pour $kz = \frac{\pi}{2}$, tandis que, d'après Wiener et Wedding et conformément à l'expérience, on a $\omega = 0$ lorsque $kz = \pi$ ou un multiple de π.

E.-J. SPITTA. — Photomètre composé en forme de coin, p. 15.

L'auteur montre d'abord que, lorsqu'on veut employer à la comparaison photométrique de disques d'aires variables un photomètre formé d'un morceau de verre enfumé et en forme de coin, l'inégale absorption des rayons qui ont traversé l'appareil détruit l'uniformité du champ, ce qui entraîne, pour la position d'extinction, une erreur variable avec l'étendue de l'aire considérée.

Il associe alors deux tels morceaux de verre mobiles l'un devant l'autre au moyen d'une vis micrométrique, de telle sorte que, dans toute l'étendue du champ, les faces extrêmes soient toujours parallèles. L'épaisseur de verre traversée est ainsi variable à volonté, mais le champ reste uniforme.

J. HOPKINSON. — Propriétés magnétiques des alliages de nickel et de fer, p. 23.

M. Hopkinson opéra sur un échantillon en forme d'anneau renfermant 25 pour 100 de nickel. Cet alliage n'était pas magnétique à la température ordinaire; sa perméabilité était d'environ 1,4 et l'induction proportionnelle à la force magnétisante. Entre 700° et 800°, il cessait également d'être magnétique. Un bloc de la même matière porté à une température élevée, puis refroidi, ne présentait aucun phénomène de recalescence.

Placé dans un mélange réfrigérant, l'alliage devenait magnétique un peu au-dessous de 0°. Refroidi à — 51°, puis porté à + 13°, il donnait, pour une force magnétisante croissante, la courbe d'aimantation connue avec un point d'inflexion, tandis qu'auparavant il n'était pas magnétique à cette température de + 13°.

Par un échauffement continu et avec une force magnétisante égale à 6,7, l'alliage resta magnétique jusqu'à 580°, l'induction diminuant rapidement à partir de 520° pour devenir nulle à 580°. En le refroidissant ensuite, il resta non magnétique jusqu'à la température ordinaire. Pour une force magnétisante égale à 64, la diminution de l'induction entre 400° et 580° fut beaucoup plus lente.

L'alliage de nickel et de fer peut donc, entre une température un peu inférieure à 0° et la température de 580°, exister sous deux états également stables, l'un dans lequel il n'est pas magnétique, l'autre dans lequel il est magnétique.

De non magnétique il redevient magnétique si la température dépasse un peu zéro; de magnétique, il ne redevient non magnétique que si la température a atteint 580°.

On peut observer le même genre de phénomènes, à un degré moindre, avec l'acier ordinaire. Dans une petite étendue de température, il peut exister sous deux états; mais, en passant de l'état non magnétique à l'état magnétique, il dégage une quantité considérable de chaleur, ce qui détermine une élévation de température de l'acier.

NORMAN LOCKYER. — Comparaison des spectres des nébuleuses et des étoiles des groupes I et II avec ceux des comètes et des aurores boréales, p. 28.

L'auteur compare successivement le spectre des comètes à celui des nébuleuses, des aurores boréales et des étoiles des groupes I et II. Il dresse ensuite une Table générale renfermant les longueurs d'onde des raies brillantes de ces spectres et remarque qu'il existe entre ces différents spectres des relations étroites. C'est ainsi notamment que les raies, dont les longueurs d'onde sont comprises entre 468 et 474, ainsi que celles dont les longueurs d'onde sont égales à 517 et à 558, se retrouvent constamment dans tous ces spectres. Comme il est généralement admis

que les comètes sont formées par des groupes de météorites, ces observations tendent à prouver l'origine météorique commune de tous ces phénomènes.

NORMAN LOCKYER. — Présence de bandes de carbone lumineuses dans le spectre des corps célestes, p. 39.

L'auteur, dans un Tableau qui résume ses observations anciennes ainsi que les observations récentes de M. Fowler, à Kensington, donne la liste des corps célestes, depuis les nébuleuses planétaires jusqu'aux étoiles du type α d'Hercule, dans les spectres desquels on a pu constater la présence d'une ou plusieurs raies caractéristiques du carbone.

C. CHREE. — Effets de la compression sur l'aimantation du cobalt, p. 41.

D'après J. Thomson, les effets produits par les changements d'aimantation sur la longueur d'une barre métallique et inversement sont étroitement liés. Pour le fer qui s'allonge dans les champs magnétiques faibles et se raccourcit dans les champs puissants, la relation théorique trouvée par J. Thomson s'accorde avec l'expérience.

Le cobalt se raccourcit au contraire, d'après Shelford Bidwell, dans les champs faibles et s'allonge dans des champs puissants. Le champ dans lequel il cesse de se raccourcir est d'ailleurs beaucoup plus intense que le champ dans lequel le fer cesse de s'allonger.

L'application des formules de J. Thomson aux résultats de S. Bidwell conduisit à cette conclusion que, sous l'influence de changements cycliques de pression, un fil de cobalt doit éprouver des variations corrélatives, également cycliques, d'état magnétique. En outre, l'aimantation maximum a lieu lorsque la pression existe ou non, suivant que le champ magnétique est plus faible ou plus fort qu'un certain champ critique correspondant au champ critique de Villari pour le fer.

Les expériences de Chree furent effectuées à l'instigation du professeur J. Thomson, à l'effet de déterminer si un tel champ critique existait réellement et quelle était sa valeur.

Il résulte de ces expériences que la valeur de ce champ critique pour le cobalt est égale à 120 unités C.G.S.

M. Chree a constaté, dans le cobalt, des phénomènes analogues à ceux qui ont lieu avec le fer. Il en a mesuré la grandeur, pour des champs variant entre 0 et 400 unités C.G.S.

L'état du fil de cobalt, au moment de la rupture du courant, exerce une action marquée non seulement sur la grandeur, mais encore sur le sens du phénomène.

J. CONROY. — Quelques observations sur la quantité de radiations lumineuses émises par la flamme du gaz, p. 55.

Les rayons émanant d'une lampe d'Argand tombent sur l'une des faces, noircie au noir de fumée, d'une pile thermo-électrique de 54 couples reliée à un petit galvanomètre de projection. Sur l'autre face de la pile, également noircie, arrivent les rayons provenant de la source à étudier. Cette source peut glisser sur un banc d'optique, et la lumière tombe soit directement, soit après avoir traversé des auges en verre de 12^{mm}, 52^{mm}, 102^{mm} ou 152^{mm} d'épaisseur.

Les deux sources étaient déplacées jusqu'à ce qu'on obtînt des déviations égales au galvanomètre pour les rayons tombant directement sur la pile ou y arrivant après avoir traversé les cuves de verre.

Le Tableau suivant donne les quantités pour 100 de radiations totale et visible, transmises par les quatre cuves, ainsi que les coefficients de transmissions A et α pour les radiations totale et visible.

	Quantité pour 100 de la radiation			
	totale transmise.	visible transmise.	A.	α.
Cuve I (3^{mm} de verre et 12^{mm} d'eau)....	4,194	86,92		
Cuve II (3^{mm} de verre et 52^{mm} d'eau)...	2,219	86,14	0,8529	0,9977
Cuve III (3^{mm} de verre et 102^{mm} d'eau)..	1,731	85,08	0,9515	0,9975
Cuve IV (3^{mm} de verre et 152^{mm} d'eau)..	1,646	84,68	0,9900	0,9990

Cette Table montre que la quantité pour 100 de radiation visible absorbée par l'eau augmente régulièrement avec l'épaisseur, mais que, dans le cas de la radiation totale, chaque centimètre d'eau additionnel absorbe moins que ceux qui précèdent.

Les coefficients de transmission relatifs à la radiation totale

augmentent avec l'épaisseur, ceux qui sont relatifs à la radiation visible restent sensiblement constants.

Il résulte des expériences de M. Conroy :

1° Que 3^{mm} de verre et 10^{cm} d'eau transmettent une petite portion de la radiation obscure d'un brûleur d'Argand, mais que, lorsque l'épaisseur atteint 15^{cm}, la radiation transmise consiste exclusivement ou presque exclusivement en radiations lumineuses;

2° Qu'avec les appareils employés (pile thermo-électrique et galvanomètre) il n'y a aucune différence mesurable entre la diathermancie de l'eau pure et celle d'une solution d'alun.

3° Que la radiation d'un brûleur d'Argand renferme environ 1,75 pour 100 de radiation lumineuse, et 98,25 pour 100 de radiation obscure.

J.-A. FLEMING. — Sur la décharge entre des électrodes à différentes températures dans l'air et dans les espaces où l'air est très raréfié, p. 118.

On sait, depuis les recherches d'Edison, en 1884, que, lorsqu'on scelle une lame ou un fil de platine dans la boule de verre d'une lampe à incandescence ordinaire à filament de carbone, un galvanomètre sensible, placé entre cette lame de métal isolée et l'électrode positive à l'extérieur de la lampe, indique un courant de quelques milliampères traversant cette électrode lorsqu'on fait fonctionner la lampe, mais que le même instrument, inséré entre la lame isolée et l'électrode négative, n'indique pas de courant sensible.

Preece (¹) est arrivé à conclure, d'une manière générale, que les phénomènes ainsi observés sont dus à un transport électrique de la matière projetée autour du carbone incandescent. En élevant la force électromotrice de la lampe à un degré suffisant pour produire une très vive incandescence, il a pu mesurer le courant correspondant à tous les degrés d'incandescence, et il a montré que, après avoir augmenté, le courant diminuait dès qu'on atteignait une certaine température critique, qui correspondait à l'apparition d'une lueur bleue dans le récipient de verre.

M. Fleming prend un fil de platine scellé dans la boule d'une

(¹) PREECE, *Proc. of the Roy. Soc.*, t. XXXVIII, p. 219; 1885.

lampe à filament de carbone et portant à son extrémité une lame du même métal, disposée entre les jambages du fer à cheval en carbone sans toucher aucun d'eux. Alors, si la lampe est alimentée par un courant continu, cette lame est amenée instantanément au potentiel de la base de la branche négative de carbone, et il n'existe pas de différence de potentiel sensible entre la lame métallique isolée et l'électrode négative de la lampe.

La différence de potentiel de la lame et de l'électrode positive des lampes est exactement la même que celle qui existe entre les électrodes de la lampe, pourvu que cette différence soit mesurée électrostatiquement.

L'égalité absolue de potentiel entre l'électrode négative de la lampe et de la lame isolée n'existe que quand le filament de carbone est dans un état de vive incandescence et quand la lame n'est pas à plus de $2^{cm},5$ environ de la base de la branche. Lorsque la lampe se trouve dans des phases d'incandescence intermédiaires, ou lorsque la lame est considérablement éloignée de la base du jambage négatif, la lame n'est pas ramenée tout à fait au même potentiel que l'électrode négative.

Lorsque la lampe tient bien le vide, un galvanomètre, inséré entre la lame et l'anode, donne un courant de 4 à 5 milliampères; inséré entre la lame et la cathode, il ne donne qu'un courant de 0,0001 milliampère. Si le vide est mal fait dans la lampe, un galvanomètre, placé entre la lame et l'une ou l'autre des électrodes, accuse la présence d'un courant.

Lorsque la lampe est actionnée par des courants *alternatifs,* un courant *continu* traverse un galvanomètre inséré dans la lame isolée et l'une ou l'autre des électrodes de la lampe.

Les mêmes effets se produisent, mais sur une plus petite échelle, lorsque le conducteur incandescent est un fil de platine au lieu d'être un filament de carbone. Il faut, pour découvrir l'effet, amener la température du fil de platine très près du point de fusion; mais on trouve qu'un courant passe entre l'électrode positive d'une lampe à fil de platine et une lame de platine placée dans le vide près du bout négatif de ce fil.

La nature de la lame (platine, aluminium, carbone) est sans influence. Si l'on recouvre la branche négative du fer à cheval d'un tube de verre ou de métal, il n'y a plus de courant dans le galva-

nomètre. Un écran de mica, interposé entre la branche négative et le côté de la lame du milieu qui lui fait face, diminue considérablement le courant produit dans le galvanomètre inséré entre la lame et la borne positive de la lampe. Il ne se produit aucun effet, si l'on interpose l'écran de mica sur le côté de la lame de métal qui fait face à la branche positive du charbon.

Le courant est d'autant plus intense que la lame de mica est plus rapprochée de la base de la branche négative du charbon, et il atteint son maximum quand la lame présente la forme d'un cylindre qui embrasse la base de la branche négative sans la toucher. L'intensité du courant devient très faible lorsque la lame de mica est écartée jusqu'à 10^{mm} ou 13^{mm} de la branche négative, et elle se réduit à zéro dans la pratique lorsque la lame de mica est au bout d'un tube faisant partie de la boule et renfermant un coude à angle droit.

L'intensité du courant est notablement diminuée quand on rapetisse la lame métallique ou quand on la place latéralement à la branche négative, de telle sorte que cette lame offre une très petite surface apparente lorsqu'on la regarde de la branche négative.

Quand l'une des plaques d'un condensateur chargé est reliée à la lame de métal isolée, et l'autre à un point quelconque du circuit du filament incandescent, ce condensateur se décharge instantanément si son côté chargé positivement est relié à la lame isolée. Cependant, lorsque la branche négative du fer à cheval de carbone est protégée par un tube de verre, ce pouvoir de décharge est fortement réduit, ou même annulé.

Si l'on remplace la lame de métal par une boucle de carbone B, pouvant être rendue incandescente par une pile séparée, le condensateur se décharge, si B est relié au côté négatif et le fer à cheval principal au côté positif du condensateur. Un galvanomètre placé entre A et B n'indique aucun courant lorsque B est froid et lorsque ce galvanomètre est relié avec le pôle positif de A.

Si B est incandescent, on a un courant dans le galvanomètre lorsqu'il est relié au pôle positif ou négatif de A. Dans le premier cas, on a un courant négatif allant de B à l'électrode positive de A; dans le second cas, le courant se dirige de l'électrode négative de A vers B.

Si une lame incandescente est placée entre les branches du fer

à cheval A et reliée par un galvanomètre à l'électrode négative de A, on n'obtient aucun courant.

Lorsqu'un élément Latimer Clark est mis en série avec le galvanomètre, on trouve que cet élément peut produire un courant quand le pôle négatif est relié à la borne négative principale de la lampe, mais qu'il n'y a pas de courant quand le pôle positif est relié au pôle négatif de la lampe. L'espace vide entre la lame et la branche négative incandescente possède donc une conductibilité unilatérale.

Si l'on place aux extrémités d'un tube à vide des filaments de carbone et si ces filaments sont *froids*, il faut, pour faire passer un courant dans ce tube, une force électromotrice de plusieurs milliers de volts; mais si la boule de carbone qui forme l'électrode négative est rendue incandescente, le courant d'un élément de Clark pourra passer à travers ce tube.

L'auteur a étudié de la même manière l'arc électrique entre les pôles de charbon pris dans l'air, lorsque l'on pousse à l'intérieur ou à la surface de cet arc un pôle de charbon isolé ou mieux lorsque l'arc électrique est projeté contre ce pôle par un aimant. On trouve que le pôle isolé est presque ramené au potentiel du charbon négatif de l'arc et qu'un galvanomètre, inséré entre le troisième charbon isolé et le charbon négatif de l'arc, n'indique pas de courant.

Si l'on insère le galvanomètre entre le charbon positif et le charbon médian, on obtient un courant de 1 ampère environ. En plaçant une lampe à incandescence entre le troisième charbon et le charbon négatif de l'arc, cette lampe ne fonctionne pas; mais, si on la place entre le charbon positif de l'arc et le troisième charbon, un fort courant qui la traverse la fait fonctionner. Ces effets se produisent bien que le troisième charbon soit à 17^{mm} ou 19^{mm} du charbon positif ou négatif, pourvu que la flamme de l'arc vienne toucher ce troisième charbon.

Dans le cas où l'arc électrique projeté contre le troisième charbon a ramené ce dernier au même potentiel, un galvanomètre inséré entre les deux charbons n'accuse pas de courant; mais l'espace compris entre le charbon négatif de l'arc et le troisième charbon possède une conductibilité unilatérale.

Une pile secondaire, reliée en série au galvanomètre, n'envoie de

courant que si son pôle négatif est relié au charbon négatif de l'arc et son pôle positif relié, à travers le galvanomètre, au troisième charbon.

Le troisième charbon, sur lequel on projette l'arc au moyen d'un aimant, se creuse et prend la forme du cratère du charbon positif en se convertissant en graphite. Si l'on emploie une tige de fer comme troisième pôle, l'extrémité de cette tige se convertit en acier.

L'auteur propose l'hypothèse suivante pour relier les faits observés.

Dans le cas d'une lampe à incandescence, des parcelles de carbone sont projetées de toutes les parties du filament, mais surtout de la partie négative de la boucle lorsque l'incandescence est très vive. Ces molécules de carbone entraînent des charges négatives d'électricité, et, quand elles heurtent une lame de métal placée dans le vide, elles peuvent se décharger si cette lame est électrisée positivement. Si cette lame est isolée, le flux de molécules de carbone chargées négativement amène la lame au potentiel de la base de la branche négative.

Dans le cas de l'arc électrique, il faut supposer que le charbon négatif lance un torrent de molécules de carbone électrisées négativement et que celles-ci, venant heurter le charbon positif, y creusent un cratère par une action analogue à celle du jet de sable. Si l'arc est projeté contre un charbon latéral isolé, il y creuse également un cratère et ramène ce charbon au potentiel du charbon négatif. Le choc des molécules provenant du pôle négatif élève la température du pôle positif.

Il semble, d'ailleurs, qu'une molécule de carbone incandescent ne peut retenir une charge positive et que, par conséquent, la différence de potentiel, entre un troisième charbon isolé et le charbon positif de l'arc, est à peu près la même que la différence de potentiel entre les charbons positif et négatif de l'arc.

L'existence d'une force contre-électromotrice dans l'arc électrique qui résulterait des expériences d'Edlung (1) n'est pas définitivement prouvée.

---

(1) Edlung, *Phil. Mag.*, t. XXXVI, p. 352; 1885.

Ayrton et Perry (¹) et O. Frölich (²) ont montré que, pour des arcs de longueur différente, mais de même intensité, la différence de potentiel nécessaire pour maintenir l'arc est, au delà d'une certaine longueur initiale, proportionnelle à la longueur de l'arc, plus une constante.

L'effet produit par le chauffage de l'électrode négative, en facilitant la décharge à travers des espaces vides, a été décrit précédemment par Hittorf (³), et la conductibilité unilatérale d'espaces vides, avec électrodes négativement chauffées, a été examinée par MM. Elster et Geitel (⁴).

ISAAC ROBERTS. — Sur une méthode photographique pour déterminer la variabilité des étoiles, p. 137.

Cette méthode consiste à prendre, sur la même plaque photographique, une ou plusieurs images d'un espace donné du ciel. La plaque est disposée de manière que les images ne peuvent se superposer. On peut ainsi découvrir tous les changements d'intensité lumineuse qui se sont produits entre les deux moments où les photographies ont été prises.

Cette méthode, appliquée à la nébuleuse d'Orion, a permis de constater que, dans un espace de moins de deux degrés carrés, dix étoiles avaient, en cinq jours, varié considérablement d'intensité.

J. HOPKINSON. — Propriétés physiques de l'acier au nickel, p. 138.

L'auteur a opéré sur un fil de l'alliage à 25 pour 100 de nickel pour 74 pour 100 de fer qui lui avait servi dans ses recherches antérieures.

Le fil, tel qu'il lui fut envoyé, s'est montré magnétique en l'essayant au moyen d'un aimant à la manière ordinaire. Chauffé au rouge sombre puis refroidi, soit lentement, soit brusquement, il perd ses propriétés magnétiques.

La résistance électrique du fil aux températures ordinaires est très différente dans les deux états. La résistance spécifique à l'état

---

(¹) AYRTON et PERRY, *Proc. of the Physical Soc.*, t. V, p. 201.
(²) O. FROLICH, *Electrotechn. Ztschr.*, t. IV, p. 150; 1883.
(³) HITTORF, *Annalen der Physik und Chemie*, t. II, p. 90; 1854.
(⁴) ELSTER et GEITEL, *Wied. Ann.* t. XXXVIII, p. 40.

magnétique est d'environ 0,000052 et à l'état non magnétique d'environ 0,000072.

La courbe de résistance en fonction de la température de la matière à l'état magnétique ressemble assez à celle du fer doux, sauf que le coefficient de variation est beaucoup plus petit. A 20°, le coefficient est d'environ 0,00132; jusqu'à 600°, il est d'environ 0,0040 et, au-dessus de 600°, il prend une valeur moindre que celle qu'il avait à 20°.

Les échantillons non magnétiques présentent une résistance à la rupture de 50,52 tonnes par pouce carré; l'allongement maximum est de 33,3 pour 100. Des échantillons magnétiques présentent une résistance à la rupture de 88,12 tonnes par pouce carré; l'allongement maximum est de 8,33 pour 100.

Après la rupture d'un fil non magnétique, les deux parties du fil deviennent magnétiques.

Si l'on refroidit, au moyen d'acide carbonique solide, un fil non magnétique, toutes ses propriétés changent; il est transformé d'acier doux en acier trempé, il devient magnétique et il faut le chauffer à 600° pour lui rendre ses propriétés primitives.

E. MATTHEY. — Liquation des alliages d'or et de platine, p. 180.

Lorsque, après avoir fait fondre les alliages de certains métaux, on laisse la masse se refroidir, quelques-uns des métaux composants se séparent et s'accumulent, soit au centre, soit à la périphérie de la masse solidifiée. C'est à cette séparation qu'on donne le nom de *liquation*.

L'auteur a examiné ce phénomène sur des alliages d'or et de platine. Il coula pour cela les alliages dans un moule sphérique de 3 pouces de diamètre ($7^{cm},62$), coupa en deux parties les sphères ainsi obtenues et détermina le titre en plusieurs endroits.

Il résulte de ces essais que, par suite de la liquation, le platine s'accumule au centre de l'alliage.

C'est ainsi que, dans un échantillon, le rapport de l'or au platine fut au centre $\frac{845}{146}$ et à la périphérie $\frac{900}{98}$.

Des recherches entreprises sur l'or et le platine alliés à de l'argent, à du cuivre ou aux deux métaux en même temps, donnèrent des résultats tout à fait analogues.

GENERAL J.-T. WALKER. — Sur l'unité de longueur d'une échelle-étalon construite par sir G. Shuckburgh et appartenant à la Société Royale, p. 186.

Dans les déterminations de la longueur du pendule à secondes faites par Kater, à Londres, et par Sabine, à Greenwich, on s'est servi, pour mesurer la distance, entre les arêtes supérieure et inférieure du pendule, d'une échelle-étalon construite par Sir G. Shuckburgh. Le commandant Defforges, du Service géodésique français, a entrepris, à la demande du général Walker, l'étude comparative de la portion de cette échelle, dont se sont servis Kater et Sabine, et d'un des mètres-étalons du Bureau international des Poids et Mesures.

Il résulte de cette comparaison que la longueur du pendule simple à Londres, d'après Kater, est $1^{m},001801$.

J. JOLY. — Sur le calorimètre à vapeur, p. 218.

La théorie de la méthode de condensation a été donnée par l'auteur ([1]) et par Bunsen ([2]).

Une étude approfondie des avantages de la méthode a conduit l'auteur à construire des appareils simples et d'un maniement commode. Deux formes d'appareil sont décrites, dont l'une, un calorimètre différentiel, est nouvelle en principe. L'exactitude obtenue par ce procédé est si grande qu'on a pu évaluer directement la chaleur spécifique des gaz sous volume constant d'une façon très approchée.

L'auteur discute l'erreur provenant du rayonnement vers les parois du calorimètre de la substance entourée de vapeur. Il montre que cette erreur n'affecte le résultat final que d'une quantité très petite et que, d'ailleurs, cette erreur peut être facilement évaluée et même éliminée.

L'exactitude de la méthode employée trouve enfin une confirmation remarquable dans la comparaison avec des expériences faites avec les autres procédés de calorimétrie.

Dans le but de faciliter l'emploi de son calorimètre, l'auteur

---

([1]) J. JOLY, *Proc. of the Roy. Soc.*, t. XLI, p. 352.

([2]) BUNSEN, *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 1; 1887, et *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 579.

donne différentes tables de constantes, ainsi que les résultats d'expériences faites directement avec l'appareil sur la densité de la vapeur d'eau saturée à la pression atmosphérique. Ces résultats concordent avec les déductions de Zeuner, basées sur les observations de Regnault.

W. ABNEY et S. EDWARDS. — Action du spectre sur les sels haloïdes d'argent, p. 249.

Les auteurs, en employant une méthode communiquée par l'un d'eux, en 1887, à la Société photographique de la Grande-Bretagne, ont mesuré la densité des dépôts photographiques produits par l'action du spectre d'une lampe à gaz d'Argand sur différents sels haloïdes d'argent. Ils donnent une série de Tables et de courbes représentant les effets du spectre sur des plaques sensibilisées au moyen des sels simples ou des mélanges de deux ou plusieurs de ces sels.

LORD RAYLEIGH. — Sur la tension des surfaces liquides récemment formées, p. 281.

Marangoni (1) a émis l'hypothèse que la capacité d'extension des surfaces liquides et la viscosité superficielle sont dues à la présence, sur le liquide, d'une pellicule constituée par une substance dont la force capillaire est moindre que celle du reste de la masse. Si la faible tension des solutions de savon par rapport à celle de l'eau pure est due à une pellicule, la formation de cette pellicule doit dépendre du temps, et l'auteur, pour éclaircir ce point, a examiné les propriétés de la surface liquide immédiatement après sa formation.

Le liquide étudié était contenu dans un flacon ordinaire auquel était soudé, vers le bas, un tube recourbé à angle droit de 1^{cm} de diamètre. Une ouverture elliptique de 1^{mm} sur 2^{mm} était percée dans une mince feuille de laiton scellée à l'extrémité du tube. Un jet liquide, s'échappant par un orifice de ce genre, prend la forme d'une chaîne, et la période complète λ, correspondant à deux anneaux de la chaîne, est la distance parcourue par une partie donnée du liquide pendant la durée d'une vibration transversale

(1) MARANGONI, *Il Nuovo Cimento*, t. V et VI, p. 239; 1871.

complète de la colonne autour de sa position cylindrique d'équilibre.

Le Tableau suivant a été obtenu en se servant d'oléate de soude et en photographiant le jet liquide. Toutes les longueurs sont données en millimètres; *h* représente la hauteur à laquelle s'élèverait le liquide dans un tube capillaire.

		Oléate			
	Eau.	$\frac{1}{40}$.	$\frac{1}{80}$.	$\frac{1}{400}$.	$\frac{1}{4000}$.
2λ..........	40,0	45,5	44,0	39,0	39,0
h...........	31,5	11,0	11,0	11,0	23,9

Les valeurs trouvées pour *h* montrent, comme cela a déjà été établi, que les tensions superficielles des solutions de savon déterminées au moyen des tubes capillaires sont, dans des limites très étendues, indépendantes de la richesse des solutions. On peut montrer aisément d'ailleurs que la valeur de la tension capillaire varie comme λ^{-2} de telle sorte que, pour voir si l'addition d'une petite quantité de savon fait varier la tension capillaire de l'eau, il suffit de comparer les longueurs d'onde λ dans les deux cas en employant la même ouverture et la même hauteur de liquide.

De cette manière, la surface liquide peut être étudiée avant qu'elle n'ait $\frac{1}{100}$ de seconde d'existence.

L'auteur a comparé également l'eau pure avec la saponine et a obtenu les résultats suivants :

	Eau.	Saponine.
2λ..............	39,2	39,8
h........... .. .	30,5	20,7

On voit ainsi que, bien que les hauteurs capillaires diffèrent beaucoup, les tensions au début sont presque égales, ce qui montre que l'on peut regarder comme prouvé que l'abaissement de la tension est bien dû à la formation d'une pellicule.

CARUS-WILSON. — Rupture de l'acier par traction longitudinale, p. 363.

L'auteur rend compte des expériences qu'il a faites en vue de déterminer la nature de la résistance d'une barre d'acier à la rupture par traction longitudinale.

La résistance d'une section donnée d'une barre d'acier ne dépend pas d'une section à angle droit de l'axe, mais d'une section

à 45° de cet axe, car, dans cette direction, la résistance au cisaillement est maximum. Il semble donc que la résistance qu'on doit vaincre à la rupture est la résistance même au cisaillement.

Il résulte des expériences de Carus-Wilson que la résistance au cisaillement est en moyenne les 3 pour 100 de la moitié de la résistance à la traction.

LORD RAYLEIGH. — Mesure de la quantité d'huile nécessaire pour empêcher le mouvement du camphre sur l'eau, p. 364.

Le mouvement du camphre à la surface de l'eau est d'autant plus facile à réaliser qu'on observe une plus rigoureuse propreté.

L'auteur a constaté que, dans une expérience, il suffisait de $0^{mgr},81$ d'huile d'olive pour arrêter, presque complètement, les mouvements d'un morceau de camphre sur l'eau.

Comme la surface de l'eau formait un cercle de 84^{cm} de diamètre, il en résulte que l'épaisseur de la membrane d'huile était de 1,63 micromillimètres.

J. THOMSON et C. SEARLE. — Détermination de v, p. 376.

Les expériences effectuées par M. J. Thomson en 1883 ayant donné pour v une valeur notablement plus petite que celle trouvée dans plusieurs recherches récentes, les auteurs ont repris ces expériences qui consistent à déterminer la valeur de la capacité d'un condensateur en mesures électrostatique et électromagnétique.

Dans les recherches primitives, le condensateur employé pour déterminer la capacité en unités électromagnétiques n'était pas le même que celui qui servait à évaluer la capacité en unités électrostatiques. Les deux condensateurs étaient comparés par la méthode de Maxwell (1).

Les auteurs ont recommencé les expériences en n'employant qu'un seul et même condensateur à anneau de garde.

Ils ont trouvé pour v la valeur $2,9958 \times 10^{10}$.

---

(1) MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, t. I, p. 324.

W. RUCKER et THORPE. — Note préliminaire sur les additions à faire à la carte magnétique de quelques régions des Iles Britanniques, p. 443.

Les auteurs avaient signalé antérieurement qu'il existe, dans certains districts, des variations de la force magnétique, dues probablement à la présence de grandes masses de roches magnétiques. S'il en est ainsi, la force magnétique verticale devra être maxima au-dessus des portions centrales d'une telle masse et les forces horizontales seront déviées vers le centre.

Pour étudier cette question, MM. Rücker et Thorpe ont choisi la côte occidentale de l'Écosse, la côte occidentale du Lincolnshire et du Yorkshire. Les observations faites dans trente-cinq stations confirment la conclusion primitive des auteurs.

W.-N. SHAW. - Sur une analogie pneumatique du pont de Wheatstone, p. 462.

L'auteur décrit un dispositif qu'il a imaginé dans le but d'étudier l'écoulement de l'air, et analogue au dispositif du pont de Wheatstone, pour l'étude de l'écoulement de l'électricité. L'appareil consiste en deux boîtes en bois, communiquant avec une troisième par des ouvertures rectangulaires variables à volonté, et pouvant communiquer entre elles au moyen d'un tube de verre. Dans ce tube est placé un indicateur de courant d'air, formé de deux petites aiguilles à coudre, disposées parallèlement, reliées l'une à l'autre, et supportées par une chape d'agate; ces aiguilles portent de petites ailettes en mica, contrebalancées par des fils de platine. Le tout, monté sur une aiguille très fine, constitue une sorte d'aile de moulin très sensible.

Chacune des deux premières boîtes possède enfin une ouverture en forme de fente. Le courant d'air est produit au moyen d'un brûleur à gaz, placé dans la boîte intermédiaire; les variations de ce courant correspondent à celles de la force électromotrice d'une pile; l'ouverture du circuit du galvanomètre dans le pont de Wheatstone correspond à l'ouverture du tube qui réunit les deux boîtes.

Lorsque aucun courant ne traverse le tube de communication, on constate que, en appelant a_2 et a_4 les grandeurs des ouvertures de communication des deux premières boîtes avec la boîte où est produit l'air chaud, a_1 et a_3 les ouvertures libres des deux boîtes,

on a la relation

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_3}{a_4}.$$

M. Shaw a vérifié que la loi des écoulements est indépendante de la charge totale.

Il a comparé finalement les effets d'une ouverture rectangulaire et d'une ouverture circulaire et a constaté que ces ouvertures ont sensiblement le même coefficient de contraction.

S. BIDWELL. — Effets de la tension sur les changements magnétiques de longueur des fils de fer, de nickel et de cobalt, p. 469.

L'auteur donne les résultats d'une série d'expériences où ont été déterminés, d'une manière continue, les changements de longueur subis par un fil de fer tendu, pendant que la force magnétique croissait graduellement depuis une valeur très petite jusqu'à 375 unités C.G.S. environ.

Des expériences semblables ont été faites sur un fil de nickel et sur une bande mince de cobalt; ces métaux n'avaient jamais été étudiés sous tension.

L'auteur résume ainsi ses observations :

Fer. — La tension diminue l'allongement magnétique du fer, et occasionne une contraction si la force magnétique est petite.

Nickel. — Dans les champs faibles, la contraction magnétique du nickel est diminuée par la tension. Dans les champs supérieurs à 140 ou 150 unités C.G.S., la contraction est augmentée par la tension jusqu'à une certaine valeur critique qui dépend de la valeur du champ et qui diminue lorsque la tension augmente.

Cobalt. — La contraction magnétique du cobalt est sensiblement indépendante de la tension pour des champs magnétiques allant jusqu'à 500 unités C.G.S., et des charges allant jusqu'à 772^{kg} par centimètre carré.

C.-V. BOYS. — Sur la chaleur de la Lune et des étoiles, p. 480.

L'auteur a utilisé un micro-radiomètre décrit dans les *Philosophical Transactions* (1889) et dont la sensibilité est extrême.

Cet instrument est en effet sensible à la flamme d'une bougie placée à $2^{km}, 8$.

Il a construit pour cet usage un télescope à miroir de verre argenté de 16 pouces d'ouverture, disposé de telle sorte que, quelle que soit la direction dans laquelle il est pointé, le foyer des rayons émanés d'une étoile se trouve toujours à la surface réceptrice du radio-micromètre.

M. Boys a constaté que, dans le cas de la nouvelle lune, la chaleur va en diminuant depuis le voisinage du bord convexe jusqu'au bord concave, et que la partie sombre ne rayonne pas une quantité de chaleur appréciable au moyen de son appareil.

Des résultats analogues ont été obtenus pour la lune à son premier quartier; le maximum de chaleur se trouve sur le disque même de la lune et non sur le limbe.

Pendant la pleine lune, le maximum de chaleur est situé au centre, et le côté de la lune qui a été exposé au Soleil de sept à quatorze jours, n'est pas plus chaud que celui qui a été exposé de zéro à sept jours.

Dans les nombreuses expériences, faites sur les planètes et les étoiles, M. Boys n'a observé aucune déviation de l'aiguille.

A. SCHUSTER. — **Décharge de l'électricité à travers les gaz, p. 526.**

L'auteur commence par reconnaître à M. Giese (¹) la priorité de l'hypothèse imaginée par lui en 1884, sur la conductibilité électrolytique des gaz. Giese y fut conduit pour expliquer la conductibilité de la flamme des gaz; lui-même l'établit à propos de la décharge produite par des forces électromotrices considérables, et Elster et Geitel l'ont étendue à une série d'autres phénomènes.

Il donne quatre moyens de rendre un gaz conducteur :

1° Par l'échauffement au rouge des conducteurs;
2° Par l'éclairage avec de la lumière ultra-violette;
3° Par la combustion;
4° Par des décharges électriques.

Relativement au premier moyen, M. Schuster a fait, sur des

(¹) Giese, *Wied. Ann.*, t. XVII, p. 537; 1882.

électrodes de cuivre portées au rouge, des recherches consignées dans un Appendice spécial intitulé : *Sur la décharge de l'électricité à travers les métaux au rouge,* par M. Stauton.

Un conducteur de cuivre, porté au rouge dans l'air, perd de l'électricité négative tant que sa surface n'est pas oxydée ; lorsqu'elle est oxydée, il retient la charge qui lui est communiquée. Porté au rouge dans l'hydrogène, le conducteur perd de l'électricité négative tant que l'oxyde n'est pas complètement réduit.

Le fer se comporte de même. Avec des charges positives, les résultats n'étaient pas aussi nets. Il est donc vraisemblable que la perte d'électricité négative dépend d'un phénomène chimique sur l'électrode.

L'auteur ne se prononce pas sur les faits découverts par Elster et Geitel, à savoir que, si un fil de platine chauffé à blanc, et un métal froid sont portés l'un près de l'autre dans un récipient plein de gaz à des pressions variables, on observe une différence de potentiel entre les deux métaux; si le gaz est de l'air ou de l'acide carbonique, le platine chaud est électronégatif par rapport au métal froid : c'est l'inverse, si le gaz est de l'hydrogène ou un hydrocarbure.

Il n'examine pas non plus les relations curieuses trouvées par les mêmes auteurs, entre la conductibilité unilatérale et la force électromotrice.

Il examine l'action produite sur les électrodes par l'éclairage, au moyen de rayons ultra-violets; la décharge à travers les flammes et les gaz à l'état sensible.

Dans la discussion des effets unipolaires, il arrive à la conclusion suivante :

Il peut y avoir décharge électrique entre un ion négatif et un anode. En outre, il faut une chute de potentiel considérable pour produire un échange d'électricité, entre une électrode positive et un cathode à moins qu'une action chimique ne se produise à la surface de l'électrode, auquel cas l'échange des charges au cathode peut être plus grand qu'à l'anode.

Bien que la chute de potentiel observée dans des tubes vides au cathode atteigne $\frac{1}{100}$ de volt, la force normale au cathode peut être moindre dans les gaz que dans les électrolytes. La différence tient à ce que, dans un liquide, la chute de potentiel a lieu seule-

ment dans une file de molécules, tandis que, dans les gaz, elle s'étend à une distance mesurable.

La chute de potentiel entre le cathode et un point pris à l'intérieur d'une flamme négative peut être représentée, d'après Schuster, par la formule

$$V = V_0(1 - e^{-kx}),$$

dans laquelle V distingne le potentiel en un point dont la distance au cathode est x, V_0 le potentiel propre de la flamme et k une constante.

De l'équation caractéristique du potentiel

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -4\pi\nu^2\rho,$$

on déduit, pour la densité cubique ρ de l'électricité, la relation

$$4\pi\nu^2\rho = k^2 V_0 e^{-kx},$$

qui montre que, pour un point dans le voisinage du cathode ($x = 0$), on a une valeur positive pour ρ. Le cathode est couvert d'une atmosphère de particules chargées positivement, dont la densité diminue quand on s'éloigne.

L'influence des décharges positives sur les flammes, les figures de Lichtemberg et les anneaux de Priestley trouvent leur explication dans l'atmosphère d'ions positifs, qui tendent toujours à se répandre sur le cathode.

L'influence d'un aimant sur les décharges lumineuses, dans un tube de Geissler, donne un moyen de prouver directement la théorie, c'est-à-dire de rechercher si l'électricité est transmise par les ions de charges constantes, ou par les molécules qui sont en contact avec les électrodes. Il est nécessaire de connaître dans quelles limites les charges moléculaires se produisent et si elles sont du même ordre de grandeur pour une même substance, comme cela a lieu pour les ions des électrolytes.

La détermination des rayons de courbure des décharges produites sous l'influence de forces magnétiques connues, en fonction de la vitesse des molécules déduite de la théorie cinétique des gaz, fournit la base de la découverte d'une limite supérieure et inférieure des quantités d'électricité transportées par l'unité de masse. M. Schuster reconnaît que, pour l'azote, le nombre trouvé dans l'é-

lectrolyse ordinaire est compris entre les deux limites théoriques.

M. Schuster résume les résultats obtenus de la manière suivante :

Un gaz, à l'état normal, ne contient pas d'ions libres, mais si, par des moyens chimiques ou physiques, les molécules sont soumises à l'influence d'un champ électrique, il se forme des ions, et le gaz devient conducteur. Si l'on augmente graduellement la différence de potentiel des deux électrodes, il arrivera un moment où l'étincelle pourra passer, c'est-à-dire que les molécules seront séparées par les forces électriques; les ions positifs, se diffusant vers le cathode, tendront à former une couche polarisée d'épaisseur finie, augmentant en étendue lorsque la pression diminue. Lorsque la décharge est constante, les décompositions sont entretenues continuellement sur le cathode; les ions négatifs sont projetés par lui avec une plus grande vitesse. Ces ions se meuvent dans l'espace obscur sans perdre beaucoup d'énergie par des chocs; mais, en rencontrant une diminution suffisante de force électrique, les chocs deviennent plus fréquents, et l'énergie de translation se transforme en énergie lumineuse.

Les ions positifs, formant une atmosphère autour du cathode, doivent avoir une vitesse d'autant plus grande qu'ils sont plus près de lui; leur énergie devient visible dans la première couche lumineuse.

Dans l'espace obscur, les ions négatifs s'accumulent et rencontrent les ions positifs provenant de la partie positive de la décharge. Il faut s'attendre à voir, en quelques points, les ions libres devenir plus nombreux qu'en d'autres points de la décharge.

On rencontre alors une petite chute de potentiel et une absence d'éclat; c'est l'espace obscur qui sépare la partie positive de la partie négative de la décharge.

Un certain nombre d'ions se réunissent probablement dans cette partie pour former des molécules. Si les conditions sont telles dans le tube que le gaz puisse se diviser en couches alternées, dans lesquelles les décompositions soient plus nombreuses que les recompositions et *vice versa,* il se formera des stratifications.

René Paillot.

TABLE DES MATIÈRES.

MAI 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE,
B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN,
DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ,
GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ,
JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN,
J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON,
RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — JUIN 1891.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément.............................. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

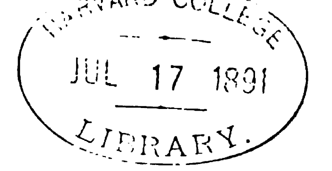
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............ 15 fr.
Autres pays.. 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.



REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DES CHANGEMENTS PHYSIQUES ET CHIMIQUES DES CORPS;

Par M. G. MOURET.

On doit au professeur Willard Gibbs un mode de représentation géométrique complète des changements, considérés au point de vue thermodynamique, que peuvent subir les systèmes homogènes, ou formés de corps homogènes. Grâce à cette nouvelle représentation, plus rationnelle que celle imaginée par Clapeyron, et encore suivie dans les cours, on peut en quelque sorte peindre aux yeux les lois de la Thermodynamique, et les conditions qu'elles imposent aux diverses transformations de la matière.

La méthode du professeur Gibbs suppose que la pression et la température sont uniformes dans le système dont on a à représenter les transformations; elle suppose aussi qu'on puisse faire abstraction des forces vives accompagnant les changements de volume; ce cas, qui est le plus fréquent, se présente quand les changements de volume sont faibles, les masses petites, ou les vitesses de changement réduites. D'ailleurs, grâce à la viscosité et aux autres résistances intérieures, la force vive se transforme presque toujours en chaleur; pratiquement les réactions ou changements de nature explosive échappent seuls à l'application directe de la méthode.

Elle laisse aussi de côté, non seulement les mouvements d'ensemble et les vitesses dues à la contraction ou à l'expansion élastiques, mais aussi les changements d'état électrique, et ceux désignés sous le nom de *phénomènes capillaires*. Il résulte de là qu'il n'y a pas à tenir compte de la forme extérieure des éléments homogènes, et que l'énergie intrinsèque des systèmes est uniforme dans toute leur étendue.

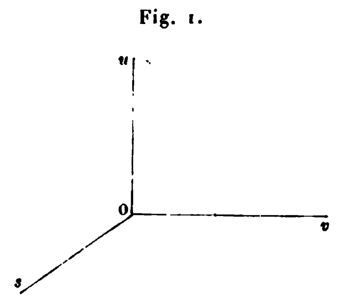
I. Puisque l'on néglige les phénomènes cinétiques, électriques ou capillaires, l'énergie de position des systèmes est constante et peut être négligée, et l'énergie intrinsèque totale se réduit à l'énergie intérieure u.

Cette énergie, pour un système donné, pris sous une masse in-

variable, ne dépend que du volume v, de l'entropie s (¹) et de l'état chimique, ou d'agrégation moléculaire.

Dans le présent paragraphe je ne considérerai que les systèmes qui ne changent que de température et de pression, sans changer d'état ou de composition chimique, ou encore les systèmes chimiques dissociés; en un mot, je n'envisagerai pour le moment que les systèmes toujours à l'état de repos chimique ou d'équilibre chimique (²).

Fig. 1.



Dans ces systèmes, l'énergie intérieure ne dépend que de deux variables indépendantes qui seront, par exemple, le volume et l'entropie.

Un état quelconque d'un tel système peut alors être représenté par la position d'un point dans l'espace, rapporté à trois axes rectangulaires, les coordonnées étant les quantités u, v et s, mesurées sur les axes comme l'indique la *fig.* 1.

L'ensemble de tous les états que le système est susceptible de prendre est ainsi représenté par une surface que le professeur Gibbs

---

(¹) Je rappelle que l'entropie joue, en Thermodynamique, le rôle que joue la vitesse en Mécanique; c'est une quantité définie par la relation

$$ds = \frac{dq}{t},$$

où dq est la quantité de chaleur dégagée ou absorbée dans une transformation réversible du système, à la température absolue t. C'est une quantité dont on peut mesurer les variations, comme on mesure celles des énergies de position ou les chaleurs latentes.

(²) Cette condition écarte le cas des systèmes dont l'élasticité est imparfaite, et d'une manière générale les systèmes qui ne peuvent subir des déplacements réversibles.

appelle *surface thermodynamique*, et toute ligne tracée sur cette surface représente un changement réversible.

La forme particulière de chaque surface dépend de la nature chimique particulière du système dont elle représente les changements physiques, ou de dissociation; la surface de l'eau liquide n'est pas semblable à celle de la vapeur, et celle-ci n'est pas semblable à celle du mélange gazeux d'oxygène et d'hydrogène. Cette forme particulière ne peut être actuellement déterminée pour chaque système, sauf pour les gaz parfaits, que par une voie empirique, à l'aide d'expériences nombreuses faisant connaître une série de lignes engendrant la surface, par exemple les adiabatiques (lignes à entropie constante). Mais comme le mode de représentation que j'ai à décrire n'offre d'intérêt qu'au point de vue de l'exposition ou de l'étude des principes généraux communs à tous les systèmes, l'insuffisance actuelle des données expérimentales en cette matière est sans inconvénient.

La pression et la température du système, ou, si l'on veut, la pression et la température extérieures qui maintiennent le système en équilibre trouvent une représentation géométrique fort simple, à l'aide de la surface thermodynamique. Car, de la relation bien connue

$$du = t\,ds - p\,dv,$$

on déduit

$$t = \frac{du}{ds} \quad (v \text{ constant}),$$

$$p = -\frac{du}{dv} \quad (s \text{ constant}).$$

Or $\frac{du}{ds}$ et $\frac{du}{dv}$ sont deux quantités qui représentent les coefficients angulaires des tangentes à la surface, menées parallèlement aux uOs et uOv. La direction du plan tangent représente donc les valeurs des tensions (température et pression) d'équilibre.

On sait qu'on appelle *potentiel thermodynamique* Π d'un système la somme des énergies intérieures du système et d'un milieu extérieur à tensions fixes, dont les variations de volume et d'entropie sont égales et de sens contraires à celles du système (¹).

(¹) L'énergie potentielle est cette partie de l'énergie totale qui seule varie dans une transformation à entropie constante. Le potentiel thermodynamique représente, non pas le potentiel mécanique, mais bien la fonction potentielle.

La considération du potentiel est importante, car le sens de la variation de cette quantité est exactement déterminé quand le système hors d'équilibre subit, sous tensions fixes, une transformation spontanée.

Dans le retour à l'état d'équilibre stable, le potentiel diminue toujours, jusqu'à ce qu'il atteigne la valeur minimum correspondant à l'état d'équilibre.

Le milieu à tensions fixes peut être évidemment, comme le système, représenté par une surface, et quelle que soit la nature de ce milieu, c'est-à-dire des circonstances extérieures au système qui permettent de réaliser des tensions fixes extérieures, cette surface sera un plan de direction invariable, déterminée par la température extérieure t_0 et par la pression extérieure p_0. Mais afin de pouvoir représenter simplement le potentiel, au lieu de rapporter ce plan aux axes Ou, Ov, Os, nous le rapporterons à des axes dirigés en sens contraire, et nous admettrons, de plus, que le plan passe par l'origine O, et que les états initiaux du système et du milieu sont représentés par deux points M et M_0 situés sur la même ordonnée (*fig.* 2). Il est permis de faire ces restrictions en choisissant convenablement l'origine des nouveaux axes.

Fig. 2.

Comme les variations de volume et les variations d'entropie du système et du milieu se font également, mais en sens inverse, et qu'elles sont mesurées en sens contraire sur les axes Ov et Os, les points représentant les états correspondants du système et du milieu seront toujours sur une même ordonnée.

Mais l'ordonnée Mm, par exemple, représente l'énergie inté-

rieure du système, l'ordonnée $M_0 m$ représente celle du milieu qui est mesurée en sens contraire; le potentiel qui est la somme de ces deux énergies sera donc représenté par la longueur MM_0, et cela, quelle que soit la position du point M sur la surface, ou de tout point représentant les états subséquents du système quand il se rapproche de l'état d'équilibre. L'état d'équilibre est d'ailleurs l'état pour lequel les tensions du système sont égales aux tensions extérieures, et par conséquent il est représenté par le point E où le plan tangent est parallèle au plan représentant le milieu; la valeur minimum du potentiel est donc représentée par la longueur EE_0, et si N est l'intersection de l'ordonnée initiale Mm avec le plan tangent en E, la longueur MN représente le travail mis en liberté par le système dans une transformation sous tensions extérieures fixes à énergie constante, ce que l'on appelle l'*énergie utilisable*.

Mais puisque, dans un retour vers l'état d'équilibre stable, le potentiel diminue, il s'ensuit que tout point M doit toujours être au-dessus d'un plan tangent quelconque, et que, par conséquent, la surface est convexe vers le bas, dans toutes ses parties représentant les états d'équilibre stables sous tensions fixes. Ce sont les seuls états actuellement connus en Physique et en Chimie (à part les équilibres chimiques indifférents que je traiterai plus loin).

Les états instables, dont James Thomson a soupçonné l'existence, seraient représentés par une nappe de la surface convexe vers le haut, les deux nappes étant séparées par une ligne d'inflexion.

On voit que, grâce à ce mode de représentation, les changements que peut subir un système à l'état de repos ou d'équilibre chimique peuvent être représentés par le mouvement que prendrait un mobile assujetti à parcourir la surface thermodynamique, et soumis à une force normale au plan des tensions fixes. Si ce mobile glisse à frottement sur la surface, sa force vive finira par se transformer en chaleur, et il atteindra une position d'équilibre E représentant l'état d'équilibre du système. Quant à la trajectoire suivie dans la descente, elle dépend des valeurs du frottement dans les diverses directions, comme le cycle suivi par le système dépend de sa viscosité et de ses résistances intérieures thermiques et chimiques. Ce sera, comme en Mécanique, le cycle de moindre résistance.

II. Je passe maintenant au cas où le système considéré peut se trouver hors d'équilibre chimique; c'est surtout dans ce cas que le mode de représentation dû au Professeur Gibbs est utile pour l'étude des propriétés thermodynamiques des corps.

Je supposerai tout d'abord que le système considéré ne peut que subir des changements chimiques d'une seule espèce, qu'il oscille entre deux états limites bien définis, comme l'eau entre l'état liquide et l'état gazeux, ou le système HO + H + O entre la vapeur d'eau et le mélange gazeux d'hydrogène et d'oxygène, ou encore le système CaO, CO^2 + CaO + CO^2 entre le carbonate de chaux et l'ensemble formé par la chaux et l'acide carbonique, etc.

Prenant le système dissocié à un état chimique déterminé, et par conséquent au repos chimique, son coefficient de dissociation ne variant pas, les changements de température, de pression, de volume et d'entropie que pourra subir le système sans que varie sa composition chimique seront représentés, comme on vient de le voir, par une surface thermodynamique u. A chaque état chimique du système correspond donc une surface, et comme ces états peuvent être groupés dans un ordre linéaire, défini par les valeurs croissantes de 0 à 1, du coefficient de dissociation, il en sera de même des surfaces. Parmi ces surfaces, il faut distinguer les deux surfaces représentant les états limites du système, c'est-à-dire ceux où la dissociation est nulle ou complète; ces deux surfaces forment les limites de la série, en nombre indéfini, des autres surfaces.

Outre ces surfaces intermédiaires et limites que l'on peut appeler *surfaces primitives,* ou encore *surfaces physiques,* les divers états d'équilibre chimique des systèmes sont aussi représentés par une surface thermodynamique, dite *surface chimique,* ou de dissociation.

La surface chimique jouit de cette propriété remarquable d'être l'enveloppe des surfaces primitives. Cela résulte de ce qu'on admet, comme en Mécanique, que l'on peut introduire des liaisons chimiques sans troubler l'état d'équilibre chimique, ou, pour parler d'une manière plus précise, sans changer la valeur des tensions d'équilibre. Comme conséquence de ce principe, en un point quelconque d'une surface chimique, point qui nécessairement fait partie d'une certaine surface primitive, les plans tangents aux deux surfaces ont même direction, c'est-à-dire coïnci-

dent. Les deux surfaces sont donc tangentes en ce point, et sont d'ailleurs tangentes en tous leurs points communs; d'où cette conclusion, que la surface chimique est l'enveloppe des primitives.

Mais puisque ces surfaces primitives peuvent être groupées dans un ordre linéaire, elles sont chacune tangentes à l'enveloppe suivant une ligne appelée en Géométrie *caractéristique,* et qui est la limite de l'intersection de chaque surface avec la surface infiniment voisine. L'enveloppe est le lieu des caractéristiques. Il résulte de là que tout système dans un état chimique déterminé peut subir des changements physiques sans que sa composition chimique varie, et alors même qu'aucune résistance intérieure ne s'oppose à sa transformation; il suffit pour cela que ce système suive l'un des cycles représentés par les caractéristiques, lignes qu'on peut appeler, par conséquent, *lignes d'isodissociation* ou *lignes isochimiques,* afin de marquer leur propriété la plus saillante.

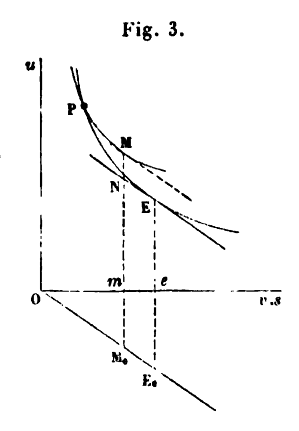
On sait que, au delà d'une certaine température ou point critique, la différence qui existe entre deux états physiques d'une même substance, et qui s'est atténuée progressivement quand la température s'élève, finit par disparaître complètement, en sorte que les surfaces primitives se confondent en une seule surface; les surfaces primitives doivent être considérées comme les feuillets qui se détachent tangentiellement, le long d'une certaine isotherme, de la surface chimique. D'un côté de cette isotherme, la surface représentatrice est unique; de l'autre côté, elle se compose d'un nombre infini de nappes.

L'existence d'un point critique n'a pas été constatée pour les changements purement chimiques, en sorte que les portions connues des surfaces primitives des systèmes chimiques de ce genre sont toujours distinctes les unes des autres. Mais il est possible que les progrès de nos connaissances nous amènent à observer des états critiques où toute différence disparaisse entre le mélange et le composé chimique défini, entre le mélange gazeux d'oxygène et d'hydrogène et la vapeur d'eau. Le phénomène de dissociation n'aurait plus alors de signification pour ces états.

Le potentiel thermodynamique d'un système qui n'est pas à l'état d'équilibre chimique est représenté, comme dans les cas déjà examinés, par l'ordonnée MM_0 du point M représentant cet

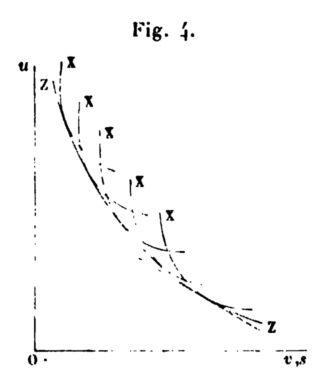
état, ordonnée rapportée au plan OE_0 des tensions fixes, mené par l'origine (*fig.* 3). Or, comme dans la transformation chimique spontanée le potentiel diminue en vertu du principe de Clausius

Fig. 3.



généralisé, il s'ensuit que les surfaces primitives, dans la région des équilibres stables, sont nécessairement situées au-dessus de la surface enveloppe; les unes et les autres sont d'ailleurs convexes, en

Fig. 4.



sorte qu'une coupe verticale quelconque de l'ensemble des surfaces présenterait la disposition indiquée par la *fig.* 4, où ZZ est l'enveloppe, et XX, ... les surfaces primitives, chaque surface étant définie par la valeur correspondante du coefficient de dissociation.

Quant à l'état d'équilibre chimique sous les tensions fixes con-

sidérées, il est représenté par le point E, où le plan tangent est parallèle au plan des tensions fixes.

Lorsque le système chimique subit une transformation à tensions fixes, c'est-à-dire lorsqu'il se rapproche de l'état d'équi-

Fig. 5.

libre E, le cycle qu'il suit, si les particules du système ne prennent pas de vitesses sensibles, est représenté par une ligne ME tangente en E, comme il serait facile de le voir, à la surface enveloppe (*fig.* 5). Cette ligne est définie géométriquement par cette condition, qu'en tout point le plan tangent à la surface primitive qui passe par ce point ait une direction fixe parallèle à celle du plan des tensions fixes.

On sait qu'il est toujours possible de passer, par voie réversible, d'un état hors d'équilibre à l'état d'équilibre chimique. Le cycle suivi dans ce changement se compose évidemment d'une partie MP, tracée sur la primitive passant par le point M et représentant un changement physique, et d'une partie PE, tracée sur l'enveloppe et représentant une dissociation. La direction particulière de ces cycles, ainsi que la position du point P sur l'isochimique de la primitive passant par M sont d'ailleurs indéterminées.

La distance verticale MN, du point M au plan tangent représente l'énergie utilisable due à la transformation chimique, ou la chaleur dégagée sans l'intervention d'énergie étrangère, conformément au principe de M. Berthelot (principe qui est exact dans tous

les cas, si l'on a soin de tenir compte du système extérieur qui exerce les tensions fixes).

Cette énergie est souvent désignée sous le nom d'*énergie chimique;* mais, comme toute autre énergie, elle se traduit par un déplacement de chaleur et de travail qui représente les énergies latentes (chaleur de formation et travail dû au changement de volume); ce n'est donc pas une nouvelle espèce d'énergie. Puisque la ligne ME est tangente en E à l'enveloppe, il s'ensuit que les énergies latentes, au voisinage de la position d'équilibre, sont proportionnelles aux énergies déplacées dans la dissociation.

On pourrait déduire de ces considérations géométriques la formule qui représente l'énergie chimique et celle qui exprime la dissociation; mais cette recherche ne présente pas d'intérêt, car elle n'est pas plus simple que les démonstrations directes.

III. Parmi les différentes espèces de systèmes chimiques que l'on peut considérer, il y a intérêt à examiner ceux composés d'éléments homogènes dont la masse, la densité, la température peuvent varier, mais dont la constitution chimique demeure invariable, quel que soit l'état de dissociation du système (par exemple la fusion, la vaporisation, la dissociation du carbonate de chaux, etc.). Puisque l'état d'équilibre d'un système chimique est indépendant des masses de ses éléments, il s'ensuit que, si l'une des tensions reste constante, tout changement dans le degré de dissociation n'entraîne pas de variation de la valeur de l'autre tension; l'équilibre est indifférent.

La conséquence géométrique de cette loi des tensions fixes est que, le long de la ligne représentant la dissociation à tension fixe, le plan tangent reste invariable; d'où il résulte que la surface enveloppe est une *développable* dont les génératrices représentent la transformation chimique réversible ou dissociation à tensions fixes ([1]). Ces génératrices sont à la fois des isothermes et des isobares de la surface, et le long d'une quelconque de ces lignes le potentiel reste constant.

([1]) On peut aussi remarquer qu'une surface primitive quelconque résulte de la composition des surfaces primitives limites, agrandies ou réduites proportionnellement aux masses en présence.

Il est bon de remarquer qu'entre deux primitives infiniment voisines, une surface enveloppe quelconque se confond avec une développable dont les génératrices sont tangentes aux cycles de transformation chimique sous tensions fixes.

Tout système chimique, même homogène, peut donc être considéré comme un système à tensions fixes, entre deux états chimiques infiniment voisins. Cette remarque sert de base à la théorie des systèmes homogènes.

IV. Jusqu'ici je n'ai considéré que des systèmes ne subissant de changement qu'entre deux états limites. Mais ce n'est là qu'un cas particulier, car une substance ou un système quelconque possède toujours plus de deux états limites. S'il s'agit de composés définis tels que l'eau, ou de corps simples, il y a parmi les états limites les trois états physiques; il y a aussi certains états définis de condensation ou états allotropiques. Les réactions chimiques peuvent également se faire dans plus de deux directions; le système provenant de la dissociation du carbonate de chaux peut avoir pour état limite le sel, le système base et acide et le système base, oxygène et oxyde de carbone, etc.

Si l'on ne considère que des systèmes ternaires, c'est-à-dire ne comportant de changements que vers trois états limites, par exemple l'eau, la glace et la vapeur, un état quelconque de ces systèmes formé des trois états pourra encore être représenté par une surface thermodynamique, mais l'ensemble de ces surfaces ne pourra plus être distribué en série linéaire; il y aura encore une surface enveloppe, mais elle ne touchera chaque primitive qu'en un point. Par contre, elle touchera suivant des lignes, les enveloppes particulières répondant aux différentes transformations binaires dont le système est susceptible.

Si le système est à tensions fixes, et c'est le cas du système eau, glace, vapeur, la surface enveloppe générale sera un plan qui touchera les développables eau-glace, glace-vapeur, eau-vapeur, suivant trois droites constituant un triangle. Ce plan représente les états d'équilibre chimique du système composé d'eau, de glace et de vapeur; c'est ce qu'on appelle le point triple, le point où les tensions sont les mêmes pour la vaporisation et la fusion. La forme convexe et non infléchie des surfaces montre qu'il ne sau-

rait exister qu'un seul plan triplement tangent et, par conséquent, il n'y a qu'un seul point triple.

On peut encore présenter ce résultat sous une autre forme. Supposons que les états limites A et B d'un système à tensions fixes fassent respectivement équilibre à un autre état limite C, sous les fonctions p et t. Les changements physiques dont ces trois états sont susceptibles seront représentés par trois surfaces convexes. Mais, puisque les systèmes A et B sont en équilibre avec le système C, le plan (t, p) tangent à la surface C sera tangent aux surfaces A et B, les points de contact représentant les états d'équilibre. Ce plan tangent commun à A et C, à B et C, sera évidemment un plan tangent à A et B, c'est-à-dire que les deux états limites A et B qui font équilibre à un troisième se font aussi équilibre entre eux. C'est la loi du point triple.

V. Soit un système toujours maintenu à l'état de repos ou d'équilibre chimique sous des tensions fixes. Son potentiel passe par une valeur minimum qui répond au cas où le système se trouve en équilibre de pression et de température avec l'extérieur, et cette valeur minimum a pour expression

$$\pi_0 = u - st + pv,$$

où u, s, v, t, p se rapportent au système à l'état final d'équilibre.

On retombe donc, au signe près, sur la fonction caractéristique H′ de M. Massieu (1).

Il est peut-être utile de remarquer que, malgré cette ressemblance de forme, la valeur minimum du potentiel et la fonction H′ sont deux fonctions bien différentes; dans l'expression du potentiel les quantités p et t sont des paramètres; elles sont des variables dans l'expression H′.

Sans examiner ici la signification concrète qu'il convient d'attacher à la fonction H′, présentée par M. Massieu comme une simple expression algébrique, je veux seulement faire voir, avec le professeur Gibbs, comment cette quantité peut se prêter à un

(1) *Mémoire sur les fonctions caractéristiques des divers fluides et sur la théorie des vapeurs*, p. 26; 1873.

nouveau mode de représentation qui offre quelque avantage en Chimie.

On peut en effet rapporter la surface thermodynamique, non aux coordonnées u, s et v, mais aux coordonnées H′, t et p.

Puisque le système est supposé à l'état de repos ou d'équilibre chimique, on a la relation

$$dH' = s\,dt - v\,dp,$$

qui s'obtient en prenant la différentielle totale de la fonction H′, et retranchant les termes $du - t\,ds + p\,dv$ dont la somme est nulle.

On tire de la relation précédente

$$v = -\frac{dH'}{dp}\ (p \text{ const.}),$$
$$s = \frac{dH'}{dt}\ (t \text{ const.}).$$

Il résulte de là que le plan tangent à cette surface thermodynamique H′ représente, par sa direction, le volume et l'entropie du système.

Si l'on remarque que la fonction H′ d'un milieu à tensions fixes est constante, on voit qu'un tel milieu se trouve représenté par un point qu'on peut supposer sur le plan tOp.

Il y a donc, entre la surface H′ et la surface u, la relation géométrique étudiée par Chasles, consistant en ce que chaque point d'une figure représente un plan de l'autre figure, et inversement.

Soit donc M un point représentant dans la *fig.* 6 (coupe verticale passant par le point E_0 représentant le milieu) un état quelconque du système.

L'énergie intérieure u du système est égale à

$$(st - vp) - H'.$$

Mais H′ est représenté par la longueur MM_0.

La quantité $(st - vp)$ est représentée, d'autre part, par la longueur $M_0 m$ prise avec un signe contraire.

Donc l'énergie intérieure u, prise avec le signe —, est représentée par la longueur mM, c'est-à-dire que l'énergie intérieure augmente quand cette longueur diminue.

Le potentiel se représente aussi d'une manière simple. Sa valeur en M par rapport au milieu (t_0, p_0) a pour expression

$$\pi = u + vp_0 - st_0$$

ou

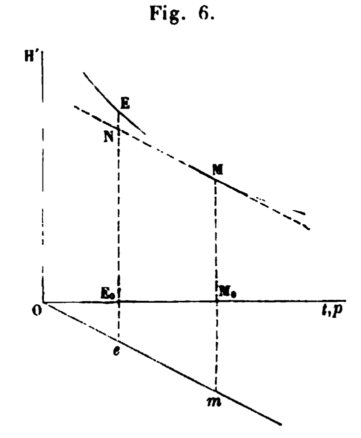
$$\pi = -\mathrm{M}m + \mathrm{E}_0 e,$$

ou encore

$$-\pi = \mathrm{NE}_0.$$

Mais le potentiel, représenté par la longueur NE, mise en signe contraire ([1]), est une quantité qui diminue quand le point M

Fig. 6.



se rapproche de la position d'équilibre. Il faut évidemment, pour que cette condition soit satisfaite, que la surface soit convexe vers le bas.

L'énergie utilisable en M se trouve représentée par la longueur NE.

Lorsqu'il s'agit d'appliquer ces surfaces H' à la représentation des changements chimiques, la théorie exposée plus haut au sujet des surfaces primitives et enveloppes ne subit aucune modification.

La transformation chimique à tensions fixes est alors représentée par une ordonnée, dont les différentes grandeurs représentent les valeurs du potentiel pris avec le signe — ; mais, puisque le poten-

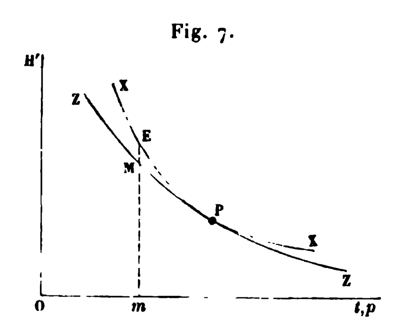
---

([1]) On se représentera plus facilement ces variations d'énergie et de potentiel, en admettant que les quantités soient mesurées sur la figure de haut en bas, depuis l'infini jusqu'au point M pour l'énergie, jusqu'au point N pour le potentiel.

tiel diminue dans la transformation, il faut que les ordonnées augmentent; d'où cette conclusion que les surfaces primitives, puisqu'elles sont convexes vers le bas, se trouvent toujours situées en dessous de la surface enveloppe, et ont par suite une moindre courbure.

Ainsi, dans la *fig.* 7, XX représente la surface enveloppe, ZZ une primitive passant par le point P de l'enveloppe, ME l'énergie utilisable du système à l'état M, hors d'équilibre chimique.

Fig. 7.



Grâce à ce mode de représentation, les variations chimiques du potentiel et de l'énergie utilisable se traduisent avec la dernière simplicité.

Lorsque le système considéré est un système à tensions fixes, la surface enveloppe se réduit à une courbe dont chaque point représente la transformation chimique réversible (fusion, vaporisation, dissociation). Cette courbe est la commune intersection de toutes les surfaces primitives.

Si le système à tensions fixes est susceptible de changements entre trois états limites, les trois intersections communes des primitives binaires se coupent en un point unique qui est le point triple, point commun à toutes les surfaces primitives.

On saisit bien là la simplicité du mode de représentation emprunté à la fonction H'; cette simplicité provient de ce que l'on peut, dans les cas considérés, faire abstraction des variations de volume et d'entropie. Si l'on tient à compléter la représentation, il faut définir la direction d'un plan passant par le point qui représente les états d'équilibre indifférent.

J'ai tenu à exposer d'une manière aussi concise que possible les

propriétés de la surface thermodynamique; mais ce que j'ai exposé suffit pour faire comprendre comment, dans des recherches théoriques, le mode de représentation permet de soulager le raisonnement et la mémoire, en fixant par des figures les stades intermédiaires des déductions.

Au point de vue pratique, l'avantage n'est pas moins grand. La surface thermodynamique permet de représenter d'une manière complète et précise les résultats des expériences relatives aux données numériques qui caractérisent chaque substance, résultat qu'il est difficile d'atteindre avec des Tables ordinaires ou des formules. Entre les longues recherches qui nécessitent le choix d'une formule empirique suffisamment précise et le tracé d'une surface, l'avantage reste encore, je crois, à la surface.

DESCRIPTION DU MANOMÈTRE A AIR LIBRE DE 300 MÈTRES ÉTABLI A LA TOUR EIFFEL;

PAR M. L. CAILLETET.

On sait que la mesure des pressions des gaz ou des liquides ne peut être pratiquement obtenue, d'une façon précise et avec une approximation constante, qu'à l'aide de manomètres à air libre; c'est pour cette raison que, dans des expériences antérieures, j'avais installé, d'abord sur le flanc d'un coteau, puis, plus tard, dans le puits artésien de la Butte-aux-Cailles, un manomètre à air libre de grande dimension. Cette disposition a été reproduite depuis par divers physiciens; mais les difficultés de manœuvre et d'observation d'un instrument installé dans ces conditions en limitent l'emploi et laissent subsister des incertitudes sur la précision des résultats.

La construction de la tour Eiffel offrait des conditions exceptionnellement avantageuses pour l'installation d'un manomètre à air libre de 300^m, dont les organes, liés d'une façon invariable à la tour elle-même, fussent rendus accessibles à l'observateur sur toute son étendue.

La pression de 400 atmosphères, que mesure un pareil manomètre, ne pouvant être maintenue dans un tube de verre, on a dû

recourir à un tube d'acier doux, de $4^{mm},5$ de diamètre intérieur, relié par sa base à un récipient de mercure. En comprimant à l'aide d'une pompe, d'après le dispositif bien connu, de l'eau sur le mercure, on peut l'élever graduellement jusqu'au sommet de la tour.

L'opacité du tube d'acier s'opposant à la lecture directe du niveau du mercure, on a disposé de 3^m en 3^m, sur le trajet de ce tube, des robinets à vis conique, dont chacun communique avec un tube de verre vertical, d'un peu plus de 3^m de hauteur.

Lorsqu'on ouvre un de ces robinets, on met l'intérieur du tube d'acier en communication avec le tube de verre dans lequel peut alors pénétrer le mercure. La position du niveau est donnée par une échelle graduée placée derrière ce tube. On a adopté pour la confection de ces échelles le bois verni, de préférence aux métaux. On sait, en effet, que le bois n'éprouve que des variations insignifiantes dans le sens de ses fibres, même sous des influences atmosphériques très différentes. Afin d'assurer la stabilité de ces règles graduées, on les a fixées solidement, dans une position bien verticale, contre des supports de bois, boulonnés eux-mêmes sur les pièces métalliques de la tour.

Pour réaliser, à un moment donné, une pression déterminée, il suffit d'ouvrir le robinet qui porte la division correspondant à la pression. On fait agir la pompe hydraulique, et, quand le mercure arrive au robinet, il s'élève en même temps dans le tube de verre et dans le tube d'acier.

On l'amène alors exactement à la division voulue en agissant très lentement sur la pompe hydraulique; si, en opérant ainsi, on a dépassé le niveau cherché, on laisse échapper une certaine quantité d'eau par un robinet de décharge placé dans le voisinage de la pompe. Le liquide qui s'échappe pénètre dans un tube de verre gradué, placé verticalement, et son élévation indique l'abaissement correspondant de la colonne de mercure. Cette manœuvre, qui se fait dans le laboratoire installé à la base de l'appareil, est rendue très simple au moyen d'un téléphone, que l'observateur emporte avec lui et qui, à chaque robinet, peut être mis en relation avec le poste inférieur.

Auprès de la pompe hydraulique, se trouve un manomètre métallique, de grande dimension, communiquant avec le liquide

comprimé. Ce manomètre porte une première graduation en atmosphères; une seconde graduation correspond aux numéros d'ordre des divers robinets : on sait ainsi immédiatement et par avance dans quel tube de verre devra s'élever le mercure sous une pression donnée, ce qui permet de trouver sans hésitation le robinet à ouvrir.

Si, pour une cause quelconque, le mercure vient à dépasser le sommet de l'un de ces tubes de verre, il se déversera dans un tube de retour en fer destiné à le ramener au pied de l'appareil.

La direction inclinée des piliers de la tour ne permettait pas l'installation du tube d'acier dans une direction toujours verticale. De la base de la tour à la première plate-forme, c'est-à-dire jusqu'à une hauteur de 60^m environ, ce tube est fixé contre le plan incliné d'un des rails de l'ascenseur; un escalier en fer le suit dans toute sa longueur.

Entre la première et la deuxième plate-forme, c'est-à-dire sur une hauteur à peu près égale à la précédente, l'appareil manométrique est installé contre l'escalier hélicoïdal. Celui-ci se divisant en plusieurs tronçons verticaux, non superposés à cause de l'obliquité du pilier, il en est de même du tube manométrique qui s'incline pour passer d'un de ces escaliers à l'autre, en conservant une pente assez grande pour assurer la descente du mercure au retour.

Enfin, de la deuxième plate-forme au sommet, le tube est disposé de la même manière contre les escaliers verticaux en hélice.

L'observation facile est donc assurée, comme on le voit, de la base au sommet. Les échelles graduées qui accompagnent chaque tube de verre n'étant pas superposées verticalement, on a opéré de la manière suivante pour raccorder leurs graduations :

On a fixé d'abord, sur le trajet du tube manométrique, un certain nombre de points de repère. A l'aide d'un niveau à lunette employé dans les nivellements géodésiques, on a relevé leur altitude au-dessus d'un trait fixe gravé à la base du récipient de mercure. Pour le raccordement de deux règles graduées consécutives, on s'est servi de deux vases communicants remplis d'eau et réunis par un tube en caoutchouc. Les deux niveaux étant dans un même plan horizontal, c'est dans ce plan amené à coïncider

avec le sommet de l'une des échelles que l'on a fixé la base de l'échelle suivante.

Comme la précision des mesures fournies par l'appareil dépend en grande partie de l'exactitude de ce nivellement, on a contrôlé l'opération précédente à l'aide d'une règle d'acier s'appuyant sur la base et le sommet de deux échelles consécutives. Un niveau à bulle d'air constatait la parfaite horizontalité de la ligne de raccordement; d'ailleurs, les points de repère dont on a parlé plus haut ont servi eux-mêmes successivement de contrôle, à mesure qu'on s'élevait dans l'installation des échelles. Enfin, pour éliminer toute incertitude, une dernière vérification de cette graduation sera faite prochainement par un procédé trigonométrique.

Le calcul de la valeur exacte de la pression, d'après la mesure de la colonne de mercure soulevée, nécessite, pour chaque expérience, un certain nombre de corrections qui dépendent de la connaissance de plusieurs éléments.

La température modifie la densité du mercure et fait varier la hauteur de la tour et, par conséquent, du tube manométrique. Un calcul simple montre qu'un écart de température de 30° ne fait guère varier cette hauteur que de 1 décimètre, soit $\frac{1}{3000}$ de sa valeur. La correction due à la densité variable du mercure est plus importante : elle serait d'environ $\frac{1}{200}$ pour le même écart de 30°.

La mesure de la température moyenne nécessaire à cette double correction est obtenue par la variation de la résistance électrique qu'elle communique au fil téléphonique qui suit la colonne mercurielle sur tout son parcours. Des thermomètres enregistreurs, installés à chaque plate-forme, donnent d'ailleurs pour chaque expérience une indication souvent suffisante.

Les autres principaux éléments qui interviennent dans les corrections sont : la compressibilité du mercure, la diminution de la pression atmosphérique à mesure que la colonne s'élève dans le tube manométrique, la variation du niveau du mercure dans le réservoir inférieur, etc.

Le laboratoire qui contient tous les accessoires du manomètre est installé dans le pilier ouest de la tour, où des recherches sur la tension des vapeurs et la compressibilité des gaz sont actuellement en voie d'exécution.

M. Eiffel, en se chargeant de toutes les dépenses et en mettant à ma disposition le personnel nécessaire à la construction, a tenu à montrer une fois de plus l'intérêt dévoué qu'il porte à la Science.

MÉTHODE D'INSCRIPTION OPTIQUE POUR DÉTERMINER L'ACCÉLÉRATION DE LA PESANTEUR;

PAR M. ALPHONSE BERGET.

1. Toutes les déterminations, soit absolues, soit relatives, de la constante g, accélération de la pesanteur, faites au moyen du pendule, ont employé, depuis Borda, la méthode d'observation dite *des coïncidences,* imaginée, comme l'on sait, non par Borda, mais par un savant français du siècle dernier, de Mairan.

Cette méthode, très élégante, n'est pas directe : elle n'est pas exempte d'une erreur relative assez considérable. Aussi M. Lippmann a-t-il proposé, avec raison, de la remplacer par la méthode stroboscopique, comparant directement les oscillations de deux pendules, comme on le fait, en Acoustique, quand il s'agit de comparer les vibrations de deux diapasons. La méthode stroboscopique donne une précision bien supérieure à celle des coïncidences; mais elle comporte, elle aussi, une erreur inévitable : c'est l'erreur personnelle.

Dans la méthode que je vais exposer, je me suis proposé de diminuer cette cause d'erreur, sinon de la supprimer complètement, en *enregistrant graphiquement,* d'une manière continue, toutes les oscillations du pendule pendant une durée considérable.

On sait que, dans certaines conditions, moyennant l'observation de certaines précautions, un pendule peut osciller pendant très longtemps. La Condamine avait un pendule dont la durée d'oscillation observable nettement était de vingt-sept heures. J'ai installé, au laboratoire de M. Lippmann, un pendule formé d'une sphère de plomb pesant $19^{kg},800$, suspendue à un fil de $2^{m},40$ de longueur; ce pendule, dont le mouvement était amorti par l'air, a oscillé pendant soixante-douze heures, et, au bout de ce temps, les oscillations étaient susceptibles d'être nettement, non seulement

observées, mais encore enregistrées. Il est donc possible de répartir sur un très long intervalle de temps l'observation du nombre des oscillations du pendule. De la sorte, au lieu de chercher à réduire l'erreur probable par des méthodes de calcul, on la réduit physiquement par la nature même de la méthode employée, ce qui me semble préférable.

2. La portion relative à la mesure du temps est essentielle dans toute mesure de la gravité par le pendule. Les horloges astronomiques sont, certainement, des instruments parfaits. Quand on fait des observations à Paris ou dans des villes possédant des observatoires astronomiques, on peut avoir ainsi l'heure avec une grande exactitude; mais, dans une expérience faite dans un lieu quelconque, le transport et le réglage d'une horloge astronomique sont choses délicates.

L'emploi d'un pendule oscillant très longtemps permet de se passer de l'horloge de comparaison; voici de quelle manière :

Par définition, on appelle *jour sidéral* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux passages consécutifs d'un même astre au méridien du lieu où l'on opère. Si l'on a à sa disposition un instrument des passages, on a donc un véritable *étalon de temps,* représentant une durée de vingt-quatre heures. Il suffira donc de compter les oscillations du pendule entre deux passages au méridien pour avoir, si l'on connaît la longueur du pendule, les données de l'expérience. Compter ces oscillations par observation directe est impossible : il faut avoir recours à un enregistrement.

3. L'enregistrement électrique n'est pas possible directement : en effet, le pendule doit être *libre* dans ses oscillations, et il ne le serait plus s'il était assujetti à établir un contact périodique; il serait de plus soumis, au moment de la rupture du circuit qu'il serait chargé de fermer, à des actions électrodynamiques perturbatrices. Pour toutes ces causes, il faut rejeter l'enregistrement électrique direct et recourir à un enregistrement optique.

J'ai pensé utiliser la grande sensibilité des pellicules de celluloïd recouvertes de gélatinobromure que l'on trouve dans le commerce sous le nom de *pellicules Eastman.* Je prends une de ces pellicules que j'enroule sur le cylindre d'un chronographe enregistreur

et, tout l'appareil étant dans l'obscurité, cette pellicule pourra recevoir et enregistrer l'image d'un point lumineux et ses déplacements.

Pour produire cette image, plusieurs moyens peuvent être employés.

J'ai d'abord muni le pendule d'une fente verticale placée à sa partie inférieure. L'appareil étant au repos, cette fente recevait l'image réelle d'une fente fixe, éclairée fortement; l'appareil étant en oscillation, le faisceau ne passait qu'à chaque position verticale du pendule qui impressionnait d'un trait le papier sensible placé sur le cylindre tournant. Nous aurons donc sur la bande de papier un trait pour chaque passage du pendule dans la verticale.

Pour marquer le commencement et la fin de l'expérience, on démasque, au moment du passage au méridien de l'astre choisi, une portion de la fente fixe, émettant un rayon qui passe au-dessous de la plaque fendue portée par le pendule : un signal de commencement et, vingt-quatre heures après, un signal terminal.

Voici la disposition adoptée : les lunettes méridiennes ayant au moins cinq fils, il faut donc enregistrer les cinq passages. Pour cela, la plaque qui démasque la portion supplémentaire de la fente est commandée par un électro-aimant dont la manœuvre dépend d'une clef de Morse placée sous la main de l'observateur de la lunette de passage. On aura donc *cinq traits de passage* faisant vernier sur les traits d'oscillation : le commencement et la fin de l'expérience sont, par conséquent, marqués d'une façon très nette, comme le montre la *fig.* 1, fac-similé d'une des épreuves photographiques que j'ai obtenues.

On voit en AB les traits qui correspondent aux oscillations du pendule et en 1, 2, 3, 4, 5 les traits des passages méridiens.

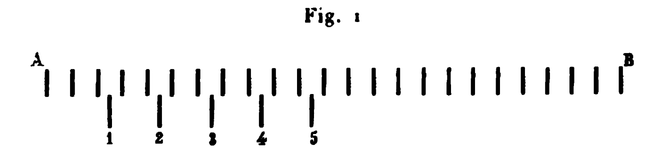
La seconde manière d'enregistrement est peut-être préférable au point de vue absolu, car elle enregistre non seulement le nombre des oscillations, mais encore leur amplitude.

Elle consiste à munir le pendule d'un organe optique, lentille ou miroir concave, donnant une image réelle d'un point lumineux très fin. Cette image oscille en même temps que le pendule, et si le papier photographique sur lequel elle tombe est animé d'un mouvement de translation uniforme, on aura une sinusoïde dont

l'amplitude sera en rapport constant avec celle des oscillations du pendule étudié.

La *fig.* 2 représente le résultat que j'ai obtenu avec cette méthode. Cinq interruptions, A, B, C, D, E, marquent les moments des passages aux fils de la lunette méridienne.

Fig. 1



Enfin, une troisième manière consiste à transformer l'énergie optique en inscription électrique : c'est facile, soit à l'aide des propriétés du sélénium, soit à l'aide d'une expérience célèbre due à M. Edmond Becquerel.

Fig. 2.



Deux lames d'argent iodées sont plongées dans de l'eau faiblement acidulée et reliées par un galvanomètre résistant; à chaque oscillation du pendule, un éclair lumineux vient frapper une des lames, et le galvanomètre dévie. Son aiguille ferme alors le circuit d'un télégraphe Morse, sur la bande de papier de laquelle s'imprime un point. Un second électro-aimant imprime un second trait à côté du premier au moment d'un passage méridien, pour marquer le commencement et la fin de l'expérience.

4. On voit, par l'exposé précédent, que ces procédés d'enregistrement s'appliquent à toutes les méthodes de mesure de la gravité dans lesquelles le pendule est employé, soit sous la forme du pendule de Kater, soit sous celle du pendule de Borda.

Je pense, néanmoins, qu'il y aurait lieu de reprendre cette dernière. En effet, la méthode du pendule réversible a été poussée aux dernière limites de la précision par le commandant Defforges.

La méthode de Borda a pour elle la simplicité plus grande : à

l'époque où elle a été mise en œuvre les corrections relatives à la viscosité de l'air n'étaient pas employées.

Je me propose de la reprendre en faisant osciller un pendule à fil dans le vide, à température constante, pendant un ou deux jours sidéraux, et en enregistrant toutes les oscillations pendant cet intervalle : l'erreur relative sur le nombre des oscillations sera nulle; quant à la précision avec laquelle t est connu, le jour sidéral comprend 86400 secondes, et s'apprécie à $0^s,1$: c'est donc une précision de $\frac{1}{864000}$.

Quant à la mesure de l, elle peut se faire très précisément aussi : j'ai l'intention d'employer, comme Borda, un pendule de 4^m de longueur. Avec la perfection des instruments de mesure usités aujourd'hui, on fera cette mesure avec une exactitude considérable.

SUR LES SPECTRES DE BANDES DU CARBONE DANS L'ARC ÉLECTRIQUE; RÉPONSE A UNE NOTE DE MM. KAYSER ET RUNGE;

PAR M. H. DESLANDRES.

Le *Journal de Physique* a donné récemment l'analyse d'un Mémoire fort intéressant de MM. Kayser et Runge *Sur les spectres de bandes du carbone dans l'arc électrique,* inséré dans les *Annales de Wiedemann*, 1889. Or ce Mémoire, dans la seconde Partie, est consacré à la vérification des lois générales de distribution des raies et des bandes, que j'ai posées pour les spectres de bandes (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* 1886, 1887, 1888), et conclut, sur plusieurs points, à un désaccord avec les observations des bandes du carbone.

Mais MM. Kayser et Runge ont énoncé et surtout vérifié ces lois d'une manière incorrecte : ils ont comparé des raies et des bandes autres que celles visées par la loi, et sont arrivés ainsi à des résultats différents. Je crois devoir présenter une courte rectification.

J'énonce ces lois dans l'ordre et dans les termes choisis par MM. Kayser et Runge.

Première loi. — *Chaque bande est formée d'une ou plu-*

sieurs séries identiques, de telle sorte que l'on obtient les nombres de vibrations d'une série en ajoutant une constante aux nombres de vibrations d'une autre série.

L'énoncé est exact; mais MM. Kayser et Runge appellent *bande* ce qui est considéré par la plupart des auteurs et par moi-même comme la réunion de plusieurs bandes; ils appellent *arête* (Kaute) ce qui est pour moi une bande. Cependant, dans un Mémoire antérieur d'une année à celui de MM. Kayser et Runge (*Annales de Chimie et de Physique,* 1888), j'ai donné les dessins et les longueurs d'onde de ces bandes du carbone, ce qui me paraît exclure toute ambiguïté. D'ailleurs, la désignation que j'ai adoptée est celle des Mémoires classiques de MM. Angström et Thalén, de MM. Liveing et Dewar, cités dans le travail de MM. Kayser et Runge.

En réalité, au point de vue de la loi en question, MM. Kayser et Runge ont comparé des séries de raies appartenant à des bandes différentes; d'où le désaccord annoncé. Mais leur Mémoire fournit la vérification de la loi telle qu'elle doit être entendue. Ils signalent en effet, que, à partir de plusieurs arêtes, les raies forment des doublets à intervalles régulièrement croissants, la distance des deux raies composantes étant d'ailleurs très faible et soumise à de très légères variations. Or ces doublets forment deux séries qui sont identiques, à de très faibles différences près : ce sont là les séries indiquées par la loi; et même, dans le cas actuel, leur recherche est particulièrement aisée.

Deuxième loi. — *Dans une même série, les intervalles d'une raie à la suivante forment une progression arithmétique, et l'ensemble des raies peut être représentée par la formule simple*

$$\frac{1}{\lambda} = a + bn^2,$$

n étant un nombre entier, variant de 1 *en* 1, 2 *en* 2, ..., *a et b deux constantes.*

MM. Kayser et Runge ont appliqué cette deuxième loi avec plus de succès que la première, affirment-ils, aux trois arêtes (ou bandes voisines) dont la moins réfrangible et la plus intense

en même temps a pour longueur d'onde 388$^{\mu\mu}$. Ils ont constaté un accord très net pour les soixante-dix premières raies des séries, avec la grande précision de leurs mesures (à 0$^{\mu\mu}$,001). Mais, pour les raies suivantes (et dans la bande λ388, ils assurent avoir pu pousser jusqu'à la 168e raie, malgré la confusion due au mélange de cinq séries différentes), les intervalles décroissent notablement par rapport à la progression. Ils sont ainsi conduits à représenter la série de 168 raies par une fonction entière du cinquième degré en n à six constantes, ou plutôt par une expression de la forme

$$\frac{1}{\lambda} = a + be^{cn}\sin(dn)^2,$$

qui offre quatre constantes seulement, mais est formée de fonctions moins simples.

J'admets les résultats précédents, et je saisis l'occasion de préciser une fois de plus la véritable signification de cette loi. Je l'ai vérifiée sur plus de deux cents bandes; et en particulier sur la bande λ388, dans les mêmes conditions que MM. Kayser et Runge. Mais cette dernière bande est exceptionnelle, surtout par le grand nombre de ses raies; je n'en ai pas trouvé dix aussi larges et comprenant plus de soixante-dix raies dans une même série. Lorsque la bande est étroite, et c'est le cas très général, la loi se vérifie très bien, que l'on exprime les raies en longueurs d'onde, en inverses de longueurs d'onde ou inverses de carrés de longueurs d'onde; mais, lorsque la bande occupe une grande étendue, on constate, pour les intervalles d'ordre élevé, de faibles écarts systématiques par rapport à la progression que forment les premiers intervalles.

Ces exceptions fournissent une indication utile. Aussi, lorsque j'ai résumé toutes les observations faites dans la formule suivante

$$\frac{1}{\lambda} = f(n^2p^2) \times m^2 + Bn^2 + \varphi(p^2),$$

qui donne les séries de doublets, triplets, etc., dont la répétition forme les spectres de bandes (m, n, p étant des nombres entiers successifs, B une constante, f et φ des fonctions que l'on peut supposer quelconques), j'ai ajouté (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* 1887) :

« Cette formule de distribution est provisoire, et, en particulier, $f(n^2p^2)$ représente la dérivée par rapport à m^2, pour $m = 0$, d'une fonction de $m^2n^2p^2$, probablement plus complexe. »

En résumé, cette deuxième loi est une loi différentielle; elle indique ce fait capital que, sur une faible étendue du spectre, la succession des vibrations harmoniques des corps est étroitement réglée par la série des carrés des nombres entiers.

Troisième loi. — *Les premières arêtes (arête étant pris pour bande, et bande pour groupe de bandes), et aussi les deuxièmes, troisièmes, ... arêtes des bandes sont liées ensemble, ainsi que les raies issues d'une même arête, par la relation simple*

$$\frac{1}{\lambda} = a + bn^2,$$

n étant un nombre entier, a et b deux constantes.

L'énoncé n'est pas exactement celui que j'ai donné dans les *Comptes rendus*, et, pour cette raison peut être, MM. Kayser et Runge ont été conduits à considérer comme premières des bandes qui sont en réalité secondes et troisièmes. Cette fois encore, ils ont comparé des bandes appartenant à des séries différentes.

Ainsi, dans le spectre des hydrocarbures, ils partent des bandes par λ563, λ516, λ474, et, appliquant la loi, ils retrouvent par le calcul pour la bande correspondante moins réfrangible la valeur $\lambda = 614,83$, qui diffère notablement de la valeur observée λ618,7 : aussi la loi leur paraît seulement approchée. Puis, prolongeant du côté plus réfrangible, ils obtiennent par le calcul la bande λ434,9, qu'ils rapprochent de la bande observée λ438,19. Or cette dernière bande, comme on sait, malgré des recherches nombreuses, n'a pas encore été rapportée à l'un des deux spectres de bandes du carbone; du rapprochement précédent, malgré la grandeur des écarts, ils concluent qu'elle appartient au spectre des hydrocarbures.

En réalité, leur point de départ est incorrect; car, si λ563 et λ516 sont des bandes premières, λ474 est une bande seconde. Lorsque les bandes sont exactement rattachées à leurs séries respectives, ainsi que dans le Tableau ci-dessous, le calcul donne exactement les bandes observées λ618 et λ438.

Spectre des hydrocarbures en nombre de vibrations (N).

Série I. N.	Intervalles.	Série II. N.	I.	Série III. N.	I.	Série IV. N.	I.	Série V. N.	I.
								167,94*	
									14,97
						166,61*		182,91	
							15,17		
				165,09*		181,78*			
					15,39				30,54
		163,39*		180,19				213,45	
			15,64		15,67		31,09		15,64
161,59*		179,03		196,15*		212,87		229,09	
	15,89		15,92		15,92		15,89		
177,48		194,95		212,08		228.76			
	16,12		16,14		16,13				
193,60		211,09		228,21					

Les nombres de vibrations sont ceux déterminés avec une grande exactitude par MM. Kayser et Runge; pour les bandes non déterminées dans leur travail et marquées d'un astérisque, j'ai adopté, comme eux, les valeurs de MM. Angström et Thalén, ramenées à la valeur de la raie D_2 du sodium adoptée dans leur travail, soit $D_2 = 589{,}608$.

Les bandes forment cinq séries dont les intervalles, comme on voit, sont en progression arithmétique; de plus, fait important, ces séries sont superposables. Aussi a-t-on placé les bandes dans les séries verticales, de manière que les intervalles égaux des séries soient sur la même ligne horizontale. Aux points des séries où manque une bande, l'intervalle est égal à la somme des intervalles correspondants des autres séries. Les bandes $\lambda 563$, $\lambda 516$, $\lambda 474$, $\lambda 618$, $\lambda 438$ sont représentées en nombres de vibrations par N177,48, N193,60, N211,09, N161,59, N228,21. L'accord est complet entre le calcul et l'observation.

Mais les coïncidences indiquées par ce Tableau permettent de conclure avec certitude que la bande $\lambda 438$ et aussi les deux bandes plus réfrangibles dont l'origine est encore douteuse appartiennent bien au spectre des hydrocarbures. Car on peut, en partant de sept bandes de ce spectre, obtenir, par le calcul, les dix autres bandes qui lui sont attribuées sans contestation, puis, en prolongeant du côté le plus réfrangible, retrouver les trois bandes supplémentaires en question. En prolongeant encore, on peut prévoir la place de bandes encore plus réfrangibles, mais qui, d'après toutes les analogies, seraient très faibles.

Cette application de la loi constitue donc une méthode générale

pour rechercher l'origine des bandes faibles, qui sont noyées dans un mélange de spectres différents.

En résumé, je crois avoir montré nettement que le désaccord signalé par MM. Kayser et Runge tient simplement à un malentendu.

D'ailleurs, les lois en question ont été confirmées récemment par M. Ames, attaché au laboratoire du professeur Rowland, qui a soumis à une vérification rigoureuse (*Philosophical Magazine*, 1890), avec un appareil à réseau de très grande dispersion, les diverses lois de distribution des raies successivement présentées par MM. Lecoq de Boisbaudran, Mascart, Liveing et Dewar, Hartley, Cornu, Balmer, Deslandres, pour les spectres de lignes et de bandes.

G. GUGLIELMO. — Mezzo simplice per costruire un barometro a mercurio esatto et facilmente trasportabile (Moyen simple pour construire un baromètre exact et facilement transportable); *Atti della reale Accad. dei Lincei*, août 1890, t. VI, p. 125.

Pour construire, facilement et rapidement, un baromètre dont la chambre présente un vide aussi parfait que possible, l'auteur propose de faire usage d'un tube dont la partie supérieure, fermée, soit munie, à quelque distance de l'extrémité, d'un robinet en verre ordinaire, ou mieux d'un robinet de Gimingham. Le robinet étant tourné de façon à faire communiquer la partie supérieure avec le reste du tube, on fait, avec ce dernier, l'expérience de Torricelli. Bien qu'on emploie du mercure sec et même un peu chaud, on ne peut éviter que des traces d'air et de vapeur d'eau ne se trouvent dans la chambre barométrique. En inclinant le tube de façon que le mercure atteigne et dépasse le robinet, on relègue ces gaz dans le compartiment supérieur du tube, où ils restent emprisonnés si l'on ferme le robinet avant de relever le tube. Cette opération ressemble toutefois à celle par laquelle on effectue l'expulsion des gaz dans la pompe à mercure. Au bout de quelque temps un peu d'air et de vapeur d'eau se détachent des parois et viennent dans la chambre. On recommence alors l'opération d'expulsion et l'on finit par avoir un baromètre dont la chambre présente un vide plus parfait que celui des meilleurs baromètres où a été effectuée l'opération longue et difficile de l'ébullition du mercure.

J. PIONCHON.

CARLO DEL LUNGO. — Sopra la pressione ed il volume specifico dei vapori saturi (Sur la pression et le volume spécifique des vapeurs saturées); *Atti della reale Accad. dei Lincei*, 4e série, t. VII, p. 141; 1er février 1891.

A l'aide du même calcul approché qui conduit à représenter la relation entre la force élastique d'une vapeur saturée et la température par la formule

$$\log p = k - \frac{a}{T} - b \log T \quad (1)$$ [1], (1)

l'auteur montre qu'on peut essayer de représenter la relation entre le volume spécifique de cette même vapeur et la température par la formule analogue

$$\log v = k' + \frac{a'}{T} + b' \log T. \quad (2)$$

Si p et v satisfaisaient à la relation

$$pv = RT,$$

ou

$$\log p + \log v = \log R + \log T,$$

on devrait avoir

$$a' = a,$$
$$b' - b = 1.$$

Mais, si l'on veut que le maximum de p, qui a lieu pour $T = \frac{a}{b}$ et le minimum de v, qui a lieu pour $T = \frac{a'}{b'}$, correspondent à la température critique, on doit avoir

$$\frac{a'}{b'} = \frac{a}{b}.$$

L'équation de Zeuner

$$pv^u = \text{const.},$$

qui correspond très exactement aux observations, se déduit immédiatement de la relation précédente. En effet, posons

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = u,$$

---

(1) BERTRAND, *Thermodynamique*, p. 93. Paris 1887.

ou

$$a' = ua,$$
$$b' = ub.$$

Multiplions l'équation (2) par u et ajoutons-la à (1) nous aurons

$$\log p + u \log v = k + uk',$$

d'où

$$pv^u = \text{const.}$$

Pour montrer que la formule (2) est capable de représenter d'une façon satisfaisante les résultats d'expérience, l'auteur l'a appliquée au cas du sulfure de carbone. On a alors

$$\log v = -5{,}182 + \frac{1370{,}68}{T} + 0{,}1674 \log T.$$

Voici, comparativement aux nombres indiqués par Hirn (*Théorie mécanique de la chaleur,* Tables), les valeurs de v déduites de cette formule :

T.	Volume spécifique de la vapeur du sulfure de carbone — d'après la formule.	d'après Hirn.
273	1,7645	1,7645
283	1,1780	1,1720
293	0,8110	0,8063
313	0,4120	0,4074
333	0,2272	0,2262
353	0,1341	0,1338
373	0,0838	0,0838
393	0,0549	0,0550
413	0,0376	0,0376
433	0,0266	0,0266

D'après la façon même dont les formules (1) et (2) sont établies, l'auteur fait remarquer que les nombres a, b, a', b' sont essentiellement positifs, et explique le changement de signe que M. Bertrand a dû faire subir à l'un des coefficients de la formule (1) dans le cas de l'acide carbonique, par ce fait que les expériences en vue desquelles les coefficients ont été calculés sont les expériences de Regnault. Or les nombres obtenus par Regnault, au delà de 31°, ne se rapportent plus à de la vapeur saturée. La même remarque s'applique au protoxyde d'azote.

J. Pionchon.

Carlo Cattaneo. — Dilatazione termica del bismuto fuso vicino alla temperatura di fusione. Studio della dilatazione termica del bismuto fuso per mezzo di una sua amalgama (Dilatation thermique du bismuth fondu au voisinage de la température de fusion. Étude de la dilatation thermique du bismuth fondu au moyen d'un de ses amalgames); *Atti della reale Accademia dei Lincei*, 4e série, t. VII, p. 88; janvier 1891.

L'étude d'un amalgame de bismuth a permis à l'auteur de confirmer le résultat trouvé par Vicentini (1) dans l'étude directe du métal, savoir qu'il n'éxiste pas pour le bismuth fondu de maximum de densité; Lüdeking (2) avait cru en trouver un à une température voisine du point de fusion, entre 268° et 270°. Cette observation ne se trouve donc pas confirmée. J. Pionchon.

J. Bergmann. — Die Inductionswage in Verbindung mit Disjunctor und Galvanometer (La balance d'induction avec un interrupteur et un galvanomètre); *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 90; 1891.

L'addition d'un interrupteur dans le circuit d'une balance d'induction permet de remplacer l'électrodynamomètre par un galvanomètre beaucoup plus sensible. Cet interrupteur porte, outre la disposition ordinaire qui le met en mouvement, deux fils isolés plongeant dans deux godets à mercure; l'un d'eux est intercalé sur le circuit inducteur, l'autre sur le circuit induit de la balance, et ce dernier est fermé par un galvanomètre. L'interrupteur est disposé de façon que le courant induit de fermeture passe dans le galvanomètre à un instant qu'on peut régler à volonté en soulevant plus ou moins le godet correspondant.

Avec cet instrument, M. Bergmann a comparé à la conductibilité du mercure à 0° celles du cuivre, du zinc, de l'étain, du plomb, du laiton.

Les métaux sont employés sous forme de plaques d'environ

---

(1) *Dilatation thermique du bismuth fondu au voisinage de la température de fusion* (*Atti della reale Acc. dei Lincei*, t. VI, p. 121; août 1890).

(2) *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 21; 1888.

85mm de diamètre, qu'on place symétriquement entre les bobines de la balance; puis on rétablit l'équilibre au moyen de paquets de feuilles d'étain placés de l'autre côté; on intervertit ensuite la position de la plaque et des feuilles d'étain et l'on prend la moyenne des résultats. Le mercure est placé dans des vases de 85mm de diamètre.

Les valeurs d'induction sont proportionnelles à l'épaisseur des plaques; ces valeurs, ramenées à la même température, sont données dans le Tableau suivant où S est la densité, J la valeur d'induction ramenée à 1mm et λ la conductibilité :

		S.	J.	λ.
Cuivre	A	8,909	581,0	56,658
	B	8,921	576,7	56,236
Zinc	A	7,183	164,3	16,022
	B	7,183	164,9	16,080
	C	7,153	164,4	16,032
Étain	A	7,297	78,5	7,655
	B	7,298	79,8	7,782
	C	7,298	81,1	7,909
	D	7,301	80,1	7,811
Plomb	A	11,372	50,0	4,876
	B	11,371	49,8	4,856
	C	11,369	50,1	4,886
Laiton	A	8,473	147,0	13,700
	B	8,478	146,4	13,644
	C	8,435	138,8	12,936
Mercure			λ = 1.	

Ces résultats diffèrent peu de ceux obtenus par Matthiessen et Bose, Benoît et H.-F. Weber. Le recuit fait varier la conductibilité, elle augmente pour le cuivre et diminue pour le laiton.

		Avant le recuit.	Après le recuit.
Cuivre	A	56,658	58,744
	B	56,236	57,915
Laiton	A	13,700	14,560
	B	13,644	13,384

Ces résultats sont obtenus avec le courant de fermeture; mais on peut employer les courants de rupture en intercalant l'interrupteur du circuit induit sur un shunt placé sur le galvanomètre;

le courant inverse traverse le shunt et le courant direct passe dans le galvanomètre. Cette disposition, appliquée au courant inducteur, permet de réaliser quatre combinaisons différentes des courants de rupture et de fermeture. C. DAGUENET.

EWING. — Contributions to the molecular theory of induced magnetism (Contribution à la théorie moléculaire du magnétisme induit); *Phil. Mag.*, t. XXX, p. 205; 1890.

Dans toutes les théories du magnétisme développées jusqu'ici, on considère des molécules mobiles soumises à certaines forces analogues au frottement et indépendantes les unes des autres. M. Ewing a cherché à expliquer les forces intérieures par l'action mutuelle des molécules et il a étudié la façon dont se comporte un système de petites aiguilles aimantées mobiles sur un point et soumises à l'action d'un champ graduellement croissant.

Le résultat fondamental de cette recherche est le suivant : le premier effet de la force est de produire une déviation *stable* de tous les aimants, c'est-à-dire que si l'on ramène le champ à zéro le système reprend exactement sa configuration initiale; au contraire, pour des valeurs plus grandes de la force, un certain nombre de ces aimants arrivent à une position d'équilibre instable, la dépassent, et commencent alors à osciller autour d'une position différente de la première. Une fois qu'on a atteint cette limite, l'aimantation induite n'est plus une fonction réversible de la force magnétisante. Enfin, pour des valeurs croissantes de la force, les molécules tendront à s'orienter parallèlement et leurs actions mutuelles deviendront négligeables. On explique ainsi comment les ordonnées de la courbe d'aimantation varient d'abord lentement, puis brusquement, et enfin tendent vers un maximum. De même, on rend compte de l'irréversibilité des cycles magnétiques et du dégagement de chaleur pendant l'aimantation, qui serait dû aux courants induits par le mouvement des aimants autour de leur position d'équilibre instable. L'existence de ces courants a aussi pour effet d'amortir les oscillations, sans qu'on ait besoin de faire intervenir aucune force étrangère.

Après avoir montré que les actions mutuelles des molécules magnétiques permettent de rendre compte de la variation de la susceptibilité avec la force, de la force coercitive et de l'hystérésis, l'auteur étend sa théorie à l'explication des effets de la température ou des actions mécaniques sur l'aimantation et montre qu'un métal magnétique soumis à une déformation quelconque ne peut parcourir aucun cycle sans qu'il y ait dissipation d'énergie.

C. Raveau.

J.-H. GLADSTONE et G. GLADSTONE. — The refraction and dispersion of fluorbenzene and allied compounds (Réfraction et dispersion de la benzine fluorée et de composés voisins); *Philosophical Magazine*, t. XXXI, p. 1; 1891.

Les expériences ont porté sur des produits de substitution des halogènes dans la benzine préparés par le docteur Sydney Young. D'autre part, on a déterminé la réfraction moléculaire $\frac{n-1}{d}P$ (P représente le poids atomique) de la benzine pour les raies A, B, C, F, G, H; si l'on soustrait des nombres trouvés les valeurs admises pour l'hydrogène, on obtient la réfraction moléculaire du groupe C^6H^5, d'où l'on déduit celle des halogènes. C'était la première fois qu'on étudiait le fluor dans les composés organiques; on trouve que sa réfraction moléculaire est extrêmement faible, comme on l'avait constaté déjà pour les composés métalliques.

L'étude de plusieurs autres corps, $CaFl^2$ (solide), KFl, AzH^4Fl, HFl, H^2SiFl^6 (en solution aqueuse), et de quelques fluosilicates a donné, pour la réfraction moléculaire, des nombres qui varient entre 0,53 et 0,88 pour la raie C; les nombres obtenus sont un peu moins forts quand on considère des rayons de longueur d'onde plus courte. Le chlore, le brome et l'iode ont donné respectivement, dans les composés benzéniques 9,9, 15,3 et 24,5.

C. Raveau.

Lord RAYLEIGH. — On pin-hole photography (Photographie avec très petites ouvertures); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXXI, p. 87; 1891.

La théorie montre que le pouvoir séparateur des lunettes est proportionnel au diamètre de l'objectif, et l'expérience vérifie cette

conclusion; ainsi, à ce point de vue, la distance focale n'intervient pas. Au contraire, on peut considérer la question sous un aspect différent, et la longueur focale prend une importance spéciale.

Le rôle d'une lentille dans la formation d'une image est de compenser les différences de marche qui, sans cela, existeraient entre les ondes qui arrivent au foyer des divers points de l'ouverture. Si la longueur focale augmente, la courbure des faces de la lentille diminue et son influence compensatrice diminue. Considérons une petite ouverture et plaçons un écran à une distance assez grande pour que les rayons qui viennent de deux points opposés de l'ouverture à un point de l'écran n'aient entre eux qu'une différence de marche d'un quart d'onde, nous aurons sur l'écran une image nette. L'auteur avait fait jadis une expérience avec une ouverture de $0^{cm},25$, c'est-à-dire à peu près le diamètre de la pupille; en plaçant l'écran à 20^{m}, on a une image nette du soleil. Il propose aujourd'hui d'appliquer le procédé à la photographie des paysages où un haut degré de définition n'est souvent pas nécessaire et où la faiblesse de l'éclairement peut être compensée par la durée de l'exposition.

La théorie élémentaire semble indiquer que l'image sera d'autant meilleure que le rayon r sera plus petit, ce qui n'est pas; il faut donc étudier la question de plus près; nous avons à traiter un problème de diffraction, qui a été étudié par Lommel. Le résultat est que la meilleure valeur du rayon de l'ouverture est donnée par

$$2r^2 = f\lambda.$$

L'auteur décrit ensuite les résultats de la photographie d'un réseau et d'un système de deux trous ronds et égaux distants de $0^{m},063$. Les objectifs photographiques étaient constitués par de simples trous percés dans une lame de zinc; on leur donnait des diamètres compris entre $0^{m},05$ et $0^{m},08$. Les résultats sont d'accord avec la théorie. C. Raveau.

Tolver PRESTON. — The problem of the behaviour of the magnetic field about a revolving magnet (Comment se comporte le champ magnétique autour d'un aimant tournant); *Phil. Mag.*, 3e série, t. XXXI, p. 100; 1891.

Le champ d'un aimant animé d'un mouvement de révolution tourne-t-il avec lui, ou l'aimant se déplace-t-il dans son champ qui reste fixe? Pour résoudre cette question, l'auteur propose l'expérience suivante : un barreau cylindrique aimanté tourne, autour de son axe de figure, au-dessous d'un disque conducteur du même axe. Si l'aimant tourne dans son champ, il se charge d'électricité négative en son centre et d'électricité positive sur ses bases ; cette dernière réagira sur le disque dont l'une des faces se chargera positivement et l'autre négativement. Au contraire, si c'est le champ qui tourne, le disque se chargera ; mais, cette fois, le signe de l'électricité sera le même des deux côtés du disque, mais il ne sera pas le même au centre et sur les bords.

C. Raveau.

Shelford BIDWELL. — Lecture experiment illustrating the effect of heat upon the magnetic suseptibility of nickel (Expériences de cours pour montrer l'action de la chaleur sur la susceptibilité magnétique du nickel); *Phil. Mag.*, t. XXXI, p. 136; 1891.

Un disque de cuivre auquel est soudée une mince lame de nickel est suspendu par un fil double, comme un pendule. En face du disque est placé un aimant, auquel le nickel reste fixé ; si l'on place une lampe sous la lame de nickel, elle s'échauffe, perd ses propriétés magnétiques, et le pendule se met en mouvement ; pendant l'oscillation, le métal se refroidit et est attiré de nouveau par l'aimant pour le quitter ensuite, et on peut ainsi maintenir le pendule en mouvement pendant un temps indéfini. C. Raveau.

SMITH. — The measurement of the time of the fall of magnetisatich in a magnetized iron cylinder (Mesure du temps que met l'aimantation à disparaître dans un cylindre aimanté); *Phil. Mag.*, t. XXXI, p. 64; 1891).

Un dispositif simple permet d'ouvrir le circuit d'une bobine inductrice à noyau de fer et de fermer un circuit induit au bout d'un temps connu et très court; on constate ainsi que les effets d'induction ne sont pas instantanés, ce qui prouve que le fer ne perd pas immédiatement son aimantation; cette induction résiduelle (after-induction) a duré, dans une expérience, $\frac{15}{1000}$ de seconde. C. Raveau.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY;

T. XLVIII; mai à décembre 1890.

J. HOPKINSON. — Propriétés magnétiques des alliages de nickel et de fer, p. 1.

L'auteur a étudié, par une méthode décrite antérieurement [1], les propriétés magnétiques de divers alliages de fer et de nickel, dont la composition centésimale est la suivante :

	Fe.	Ni.	C.	Mn.	S.	P.	Si.
A........	97,96	0,97	0,42	0,58	0,03	0,04	»
B........	94,799	4,7	0,22	0,23	0,014	0,037	Traces
C........	94,39	4,7	0,27	0,57	0,03	0,04	»
D........	»	22,0	»	»	»	»	»
E........	74,31	24,5	0,27	0,85	0,01	0,04	0,02
F........	»	30,0	»	»	»	»	»
G.	66,19	33,0	0,28	0,50	0,01	0,02	»
H........	26,50	73,0	0,18	0,30	0,01	0,01	»

Les expériences faites sur l'échantillon A, à différentes températures ont montré que la force coercitive est plus considérable et le maximum d'induction plus élevé que dans le fer à peu près pur.

---

[1] J. Hopkinson, *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. XLV, p. 318, 455, 457.

L'échantillon B présente deux températures critiques, l'une où il cesse d'être magnétique avec un accroissement de température, l'autre, plus basse, au-dessous de laquelle il redevient magnétique. Ces deux températures diffèrent d'environ 150°. Entre ces deux températures, la substance peut exister sous deux états : l'un magnétique, l'autre non magnétique.

L'échantillon C présente les mêmes caractères, mais à une température plus basse.

L'échantillon D n'a pas été étudié avec autant de détails, mais ses propriétés magnétiques sont analogues à celles de l'alliage E. Les résultats relatifs à ce dernier ont d'ailleurs été donnés dans une précédente Communication (1).

Ce qui distingue l'échantillon F, c'est la basse température à laquelle a lieu le changement entre les états magnétique et non magnétique, lorsque la température s'élève ou s'abaisse. Cette substance a des caractères magnétiques très différents de ceux de l'alliage E.

Pour l'échantillon G, les températures de changement d'état sont très voisines l'une de l'autre.

Enfin la température critique de l'échantillon H est 600°; il n'existe aucune différence entre les températures critiques relatives aux accroissements ou aux diminutions de température.

A. WRIGHT et C. THOMPSON. — Sur certains alliages ternaires (2e Partie), p. 25.

Les auteurs continuent la série des recherches qu'ils ont entreprises sur certains alliages ternaires constitués de telle sorte que, tandis que deux des métaux A et B qui les composent, ne peuvent s'unir l'un à l'autre en toutes proportions, le troisième C peut s'unir en toutes proportions soit à A, soit à B (2). Ils sont arrivés aux conclusions suivantes :

1° Lorsqu'on fait fondre un mélange de trois métaux A, B, C,

---

(1) J. HOPKINSON, *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. XLVII, p. 138.

(2) A. WRIGHT et C. THOMPSON, *Sur certains alliages ternaires* (Ire Partie) (*Proceed. of the Roy. Soc.*, t. XLV, p. 461).

à une température qui reste sensiblement constante pendant toute la durée de l'expérience, il se produit, au bout d'un certain temps, deux alliages ternaires de densité inégale si la proportion du métal C reste au-dessous d'une certaine limite, mais on n'obtient qu'un seul alliage homogène si la proportion de C est plus forte.

2° Dans les circonstances ordinaires, les différents alliages ainsi formés sont, d'une part, une solution saturée de A dans un mélange de B et de C (alliage léger), d'autre part, une solution saturée de B dans un mélange de A et de C (alliage lourd), les solubilités étant telles que la quantité de A ou de B dissoute est d'autant plus grande que le mélange contient une plus forte proportion du métal C.

3° La quantité de B dissoute dans un poids donné de A (ou de A dissoute dans un poids donné de B), en présence d'un poids donné de C, varie considérablement avec la nature de C. L'effet ordinaire de l'élévation de la température est d'accroître la solubilité de A dans BC ou de B dans AC; dans certains cas, l'accroissement est considérable.

4° Le troisième métal C se partage entre les deux alliages d'une manière qui ne varie pas seulement avec la nature de A, B et C et avec la température, mais aussi avec les proportions relatives de A et de B dans la masse entière et la proportion de C dans cette même masse.

E.-P. PERMAN. — Expériences sur la densité des vapeurs, p. 45.

Le but principal de ces recherches est de déterminer si le brome a quelque tendance à se dissocier aux basses pressions, c'est-à-dire au-dessous de 15^{mm} de mercure et aux températures modérées.

La méthode employée pour déterminer les densités des vapeurs est une modification de celle de Dumas, dont elle diffère en trois points essentiels :

1° Le ballon n'est pas immergé dans un bain, mais a une enveloppe de vapeur.

2° Le poids de la vapeur contenue dans ce ballon n'est pas

obtenu par une pesée directe; on fait passer la vapeur dans un liquide absorbant et on la titre dans ce dernier.

3° On a fait une série de déterminations de la densité des vapeurs à différentes pressions avec la même quantité de vapeur en diminuant la pression, absorbant la vapeur chassée et évaluant sa quantité.

Les résultats obtenus sont négatifs, mais ils montrent que la dissociation se serait produite si l'on avait élevé suffisamment la température. Un fait remarquable est à signaler dans ces expériences, c'est que la densité augmente toujours aux basses pressions.

L'auteur a fait également quelques expériences pour déterminer la densité de vapeur de l'iode par la méthode précédente et par la mesure de la vitesse du son, d'après le procédé de Kundt.

Il a aussi fait passer l'étincelle électrique à travers la vapeur d'iode pour voir si la dissociation se produirait; il est arrivé à cette conclusion que, bien que l'étincelle ne produise aucune dissociation permanente, il est très probable qu'au moment où l'étincelle passe il se produit, au voisinage des conducteurs, une dissociation passagère.

L'auteur a fait enfin quelques déterminations sur les densités de vapeur de l'anhydride sulfurique et de l'acide chlorhydrique aqueux.

G.-J. SYMONS. — Sur les oscillations barométriques pendant les orages et sur le brontomètre, instrument destiné à faciliter leur étude, p. 59.

L'auteur a réuni toutes les observations qui signalent une élévation barométrique pendant certains orages. Pour déterminer la cause de ces variations, il est nécessaire de déterminer avec précision la succession des divers phénomènes et l'époque de leur plus grande intensité. A cet effet, l'auteur a inventé, avec MM. Richard frères de Paris qui l'ont construit, un appareil appelé *brontomètre*. Cet instrument est pourvu d'un papier sans fin passant sous la plume inscriptrice avec une vitesse de $1^m,82$ à l'heure, de telle sorte que l'époque d'un phénomène peut être évaluée à une seconde près.

La vitesse du vent est constamment enregistrée par un anémocinémographe de Richard et la pression atmosphérique par le statoscope un peu modifié et rendu si sensible qu'il indique 30^{mm} pour une variation de 1^{mm} dans la colonne mercurielle du baromètre.

On enregistre également le commencement, les variations d'intensité et la fin de la pluie; le moment de chaque éclair, le commencement et la durée de chaque coup de tonnerre, le commencement, les variations d'intensité et la fin de la grêle.

G. BURSH. — Méthode pour déterminer la valeur d'une rapide variation de différence de potentiel au moyen de l'électromètre capillaire, p. 89.

L'image agrandie de l'extrémité de l'électromètre est projetée, au moyen d'une fente verticale, sur une plaque sensibilisée qui se meut par derrière avec une vitesse uniforme. On introduit brusquement une différence permanente de potentiel de valeur connue entre les électrodes de l'électromètre; les mouvements du ménisque de mercure sont accusés sur la plaque par une courbe.

Il n'existe aucun retard sensible entre le commencement de la variation et le commencement du mouvement du mercure, et le ménisque cesse de se mouvoir aussitôt qu'on enlève la source de force électromotrice.

Le temps mis par le ménisque pour parcourir la moitié de l'élongation totale produite par l'introduction soudaine d'une différence de potentiel constante est, dans des limites très étendues, indépendant de la valeur de cette différence.

Par des variations rapides de différences de potentiel, le ménisque se meut à chaque instant avec la vitesse qu'il aurait si la ligne zéro était déplacée jusqu'à la hauteur du ménisque au moment de la variation. La différence de potentiel introduite se déduit ainsi de la différence de potentiel totale et de celle qui existait primitivement.

GÉNÉRAL WALKER. — Expériences récentes sur le pendule en vue de déterminer l'intensité relative de la pesanteur aux observatoires de Kiew et de Greenwich, p. 105.

Il résulte de ces expériences que, en rapportant les chiffres au

niveau de la mer, la pesanteur est plus intense à Kiew des $\frac{64}{100}$ d'une oscillation.

TH. ANDREWS. — Observations sur la glace pure (Ire Partie) (¹), p. 106.

L'objet de ces expériences est de déterminer la plasticité de la glace aux différentes températures.

L'auteur prend une tige d'acier poli de $0^m,40$ de long et de $0^m,07$ de diamètre placée verticalement sur un gros bloc de glace. Un poids de 41^{kg} est posé sur l'extrémité supérieure de la tige et il détermine la longueur de la tige qui pénètre dans la glace en un temps donné.

Dans une série d'expériences faites à des températures croissant graduellement de 0° à 32°F., il a constaté que la plasticité de la glace augmente très rapidement avec la température.

En comparant les résultats obtenus avec de la glace pure préparée artificiellement et de la glace naturelle de lac, on constate que la plasticité de cette dernière est beaucoup plus grande que celle de la première.

THOS. ANDREWS. — État passif du fer et de l'acier (Ire Partie), p. 116.

Les recherches de l'auteur sont divisées en deux parties :

1° Influence de l'aimantation sur la passivité de l'acier dans l'acide nitrique froid de densité 1,42, à des températures égales ou inférieures à 45°F.

2° Influence de l'aimantation sur la passivité de l'acier dans l'acide nitrique chaud de densité 1,42, à des températures supérieures à 45°F.

Les conclusions générales de cette étude sont que l'état passif du fer ou de l'acier ne doit pas être regardé comme fixe ou statique, les observations électrochimiques tendant à montrer que la passivité est une propriété plus ou moins influencée par des conditions variées telles que les variations de la structure molécu-

(¹) *Voir* pour la Ire Partie : *Proceed. of Roy. Soc.*, t. XL, p. 544; 1886.

laire, la composition chimique du fer et de l'acier, la concentration de l'acide nitrique, les modifications des conditions physiques concomitantes (magnétisme, température, etc.).

Les observations de l'auteur montrent, en outre, que les barreaux d'acier aimanté sont, dans l'acide nitrique chaud, moins passifs que les barreaux non aimantés.

Lord RAYLEIGH. — Viscosité superficielle de l'eau, p. 127.

L'auteur prend un anneau de fil de cuivre soutenu par un fil fin de soie de manière qu'il puisse tourner librement autour de son centre. Pour donner une position fixe à l'anneau et faciliter les déplacements forcés, une aiguille à coudre aimantée est attachée au fil avec de la cire. Pour faire une expérience, on place l'anneau sur la surface de l'eau contenue dans un vase peu profond. Lorsque tout est au repos, on recouvre la surface de l'eau de soufre réduit en poussière fine et l'on met le système en rotation au moyen d'un aimant extérieur. Le résultat est tout différent de celui qui a été observé par Plateau. La surface de l'eau, entourée par l'anneau, n'est pas entraînée par ce dernier dans sa rotation; il ne se produit pas le plus léger mouvement, sauf peut-être dans le voisinage immédiat de l'anneau. Il est donc évident que la surface de l'eau ordinaire ne doit pas opposer de résistance à un objet qui la rase.

L'auteur a modifié l'expérience en adjoignant à l'anneau de fil de cuivre un fil de même métal passant par son centre. Dans ce cas, le soufre montre que la surface totale de l'eau comprise dans les deux demi-cercles prend part au mouvement de l'anneau. La surface de l'eau tourne avec l'anneau.

Des expériences de ce genre montrent que ce à quoi résiste la surface de l'eau, ce n'est pas à un objet qui glisse sur elle, mais bien aux expansions et aux contractions locales de la surface, même lorsque la surface totale reste constante.

L'addition à l'eau d'une petite quantité de savon rend la surface presque rigide. Toute la surface entourée par l'anneau tourne alors avec ce dernier comme si elle lui était attachée. La gélatine produit un effet analogue.

L'auteur a, en outre, construit un appareil spécial qui lui a per-

mis de montrer que la viscosité superficielle est due en réalité à des souillures. Dans une expérience, il a fallu à une aiguille aimantée posée sur la surface d'une eau distillée douze battements d'un métronome battant trois coups par seconde pour parcourir un arc de 60°. La surface de l'eau ayant été nettoyée au moyen d'un courant d'air, il n'a plus fallu à l'aiguille que dix battements pour parcourir le même arc. Après un nouveau nettoyage, il n'en a plus fallu que huit. En chauffant l'eau et en produisant ainsi des courants de convection, il a fallu six battements trois quarts et dans une autre opération six battements. En arrêtant le courant d'air on est revenu au nombre 12.

On recouvrait alors l'aiguille d'une couche d'eau d'environ 6^{mm}. Dans ces conditions, il fallait six battements trois quarts du métronome pour que l'aiguille parcoure un arc de 60°.

On voit donc que la durée du parcours est à peu près double sur la surface non nettoyée de l'eau que dans son intérieur et aussi que cette durée est un peu moindre sur la surface nettoyée que dans son intérieur.

Avec de l'alcool méthylique, il fallait toujours, pour une déviation de 60° de l'aiguille, cinq battements à la surface et sept battements un quart à l'intérieur.

L'auteur pense que la diminution progressive observée déjà par Quincke ([1]) de la tension des surfaces aqueuses bien pures s'explique facilement par la formation graduelle d'une couche graisseuse formée de matières qui viennent de l'intérieur et qui n'existent qu'en petite quantité.

Les membranes de graisse peuvent être excessivement minces; pour que la viscosité soit sensible, il suffit en effet qu'elles aient une épaisseur de $\frac{1}{10}$ de millimètre.

A. SCHUSTER. — Expériences avec la boîte de couleurs de lord Rayleigh, p. 140.

L'auteur a étudié, au moyen d'un dispositif imaginé par lord Rayleigh ([2]), les particularités de la vision, observées chez soixante-quinze personnes atteintes d'achromatopsie.

([1]) Quincke, *Pogg. Annalen*, t. CLX, p. 580; 1877.
([2]) *Nature*, 17 novembre 1881.

N. LOCKYER. — Sur la raie principale du spectre des nébuleuses, p. 167.

L'auteur répond à certaines critiques de M. et Mme Huggins et cherche à démontrer, par des expériences faites avec une nouvelle disposition du sidérostat, que la raie verdâtre du spectre des nébuleuses en $\lambda = 500$ coïncide avec l'extrémité la plus brillante de la bande du magnésium.

N. LOCKYER. — Note sur le spectre de la nébuleuse d'Orion, p. 198.

L'auteur a comparé directement les raies de la nébuleuse avec les raies de l'hydrogène, et celles du fer obtenues en faisant jaillir l'étincelle électrique entre deux pôles de fer.

Voici quels ont été les résultats :

1° La troisième raie de la nébuleuse coïncide avec la raie F de l'hydrogène ;

2° La raie 495 de la nébuleuse coïncide avec la raie du fer $\lambda 4956,8$;

3° La raie 500 de la nébuleuse est moins réfrangible que les raies de l'azote, mais elle coïncide exactement avec le bord le moins réfrangible de la bande du magnésium.

N. LOCKYER. — Note préliminaire sur les photographies du spectre de la nébuleuse d'Orion, p. 199.

L'auteur a obtenu sur une même plaque, avec l'aide de M. Fowler, des photographies du spectre de la nébuleuse d'Orion et du spectre du magnésium incandescent. Le temps de pose a été porté jusqu'à quatre heures. Il existe une ressemblance fort remarquable entre toutes ces photographies. L'une des meilleures, choisie pour la détermination des longueurs d'onde, contient au moins vingt-huit raies, huit d'entre elles tombant entre F et G.

Les raies principales sont les trois qui sont vues ordinairement dans le spectre visible, les raies de l'hydrogène en G, I et H et la forte raie de l'ultra-violet au voisinage de $\lambda 373$.

On a construit une courbe d'après les longueurs d'onde connues de ces raies et cette courbe a permis de déterminer les longueurs d'onde des autres raies.

Des raies très marquées se trouvent au voisinage de $\lambda 4470$.

3890 et 3870 et des raies plus faibles au voisinage de λ4027 et 4045.

Des raies plus faibles encore se trouvent au voisinage de λ3933(*k*), 4226, 4690 et 4735. Toutes ces raies semblent dues au carbone ou à des métaux à basse température.

Quelques-unes des raies principales semblent coïncider avec les raies brillantes principales de P du Cygne.

Dans la photographie où la raie principale de la nébuleuse coïncide sensiblement avec la bande du magnésium, la raie ultraviolette de la nébuleuse semble coïncider avec la moins réfrangible des trois bandes du magnésium en λ3730. R. Paillot.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXIII; mai 1891.

Daniel Berthelot. — *Recherches sur les conductibilités électriques des acides organiques et de leurs sels*, p. 5.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXI; avril 1891.

R. Sissingh. — *Sur le phénomène magnéto-optique de Kerr dans le cas d'une aimantation équatoriale du fer*, p. 203.

J. Conroy. — *Changement dans le spectre d'absorption du verre de cobalt, produit par la chaleur*, p. 317.

Carey Lea. — *Sur l'argent allotropique*, p. 320.

A. Anderson. — *Sur les coefficients d'induction*, p. 329.

A.-A. Michelson. — *Application des méthodes d'interférence aux mesures spectroscopiques*, p. 338.

T.-H. Blakesley. — *Nouvelles contributions à la Dynamométrie, c'est-à-dire à la mesure de la puissance*, p. 346.

E. Ayrton et J.-F. Taylor. — *Preuve de la généralité de formules publiées par M. Blakesley pour un cas spécial*, p. 354.

W.-N. Hartley. — *Relations entre les lignes de différents spectres*, p. 359.

Mai 1891.

W.-J. Nicol. — *Solubilité mutuelle des sels dans l'eau*, p. 369.

H.-M. Vernon. — *Sur le maximum de densité de l'eau*, p. 387.

Ch. Tomlinson. — *Effets de petites quantités de matière étrangère sur la cristallisation*, p. 393.

C. Barus. — *Comparaison des manomètres à haute pression de Bourdon, de Tait et d'Amagat*, p. 400.

L.-R. Wilberforce. — *Calcul du coefficient de viscosité d'un liquide, par la mesure de sa vitesse d'écoulement par un tube capillaire*, p. 407.

Svante Arrhenius. — *Note sur la conductibilité électrique des gaz chauds*, p. 415.

Sydney Lupton. — *Réduction des résultats expérimentaux notamment en ce qui concerne la théorie des hydrates en dissolution*, p. 418.

L. Selby. — *Sur la variation de la tension superficielle avec la température*, p. 430.

F.-G. Smith. — *Sur quelques nouvelles méthodes pour déterminer les points de recalescence de l'acier et du fer*, p. 433.

Juin 1891.

J. Brown. — *Rôle du cation dans les combinaisons voltaïques, spécialement dans celles qui contiennent des chlorures d'iode et de brome*, p. 449.

W.-T.-A. Emtage. — *Méthode pour déterminer les vitesses de propagation des déformations dans les milieux élastiques*, p. 464.

Carey Lea. — *Argent allotropique;* 3ᵉ Partie : *Formes solubles et insolubles d'argent bleu*, p. 497.

J. Swinburne. — *L'électromètre employé comme wattmètre*, p. 504.

J. Wimshurst. — *Machine à influence alternante et expérimentale*, p. 507.

A. Anderson. — *Focométrie des combinaisons divergentes de lentilles*, p. 511.

Wiedemann's Annalen.

T. XLIII, nº 5, 1891.

O.-E. Meyer. — *Procédé pour évaluer le frottement intérieur des liquides*, p. 1.

Kurt Mützel. — *Sur le frottement intérieur des liquides*, p. 15.

W. Konig. — *Recherches hydrodynamiques*, p. 43.

F. Auerbach. — *Mesures absolues de la dureté*, p. 61.

J. Schumann. — *Recherches sur les amalgames*, p. 101.

P. Drude. — *Réflexion et réfraction d'ondes planes par une plaque à faces parallèles d'un corps à couleurs superficielles*, p. 126.

P. Drude. — *Sur la grandeur de la sphère d'action des forces moléculaires et sur la constitution des lamelles de liquide glycérique de Plateau*, p. 158.

P. Drude. — *Sur la direction de vibration de la lumière polarisée*, p. 177.

C. Fromme. — *Recherches expérimentales sur le magnétisme*, p. 181.

P. Sack. — *Mesure du maximum de conductibilité de dissolution très étendues de sulfate de cuivre*, p. 212.

TABLE DES MATIÈRES.

JUIN 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON, RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — JUILLET 1891.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Le *Journal de Physique theorique et appliquée* parait chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883. 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément.......................... .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............ 15 fr.
Autres pays.. 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

SUR LES DÉFORMATIONS ET L'EXTINCTION DES ONDES AÉRIENNES, ISOLÉES OU PÉRIODIQUES, PROPAGÉES A L'INTÉRIEUR DE TUYAUX DE CONDUITE SANS EAU, DE LONGUEUR INDÉFINIE;

Par M. J. BOUSSINESQ.

I. La propagation du son, le long des tuyaux de conduite pleins d'air, a été étudiée théoriquement, dans l'hypothèse de mouvements pendulaires d'assez faible amplitude pour permettre la réduction des équations à la forme linéaire, d'abord par M. von Helmholtz (¹), en négligeant les échanges alternatifs de chaleur entre la paroi et la couche gazeuse contiguë, puis par Kirchhoff (²) en tenant compte de ces échanges. Les formules auxquelles ils sont parvenus, différentes seulement par la signification du coefficient au moyen duquel s'y exprime l'influence extinctrice et retardatrice de la paroi, ont été récemment employées par MM. Violle et Vauthier, dans un Mémoire des *Annales de Chimie et de Physique* (mars 1890, 6ᵉ série, t. XIX) où ceux-ci ont publié et discuté leurs remarquables observations, faites à Grenoble, en 1885, sur un tuyau de conduite neuf de $0^{m},70$ de diamètre et près de 13^{km} de longueur, parcouru plusieurs fois par chaque onde que réfléchissaient successivement, aux deux extrémités, des parois planes y fermant le tuyau perpendiculairement à l'axe. Mais ces observations n'ont guère été relatives qu'à des ébranlements non périodiques, d'une durée totale restreinte auprès de chaque section, et dont les plus caractéristiques consistaient en ondes condensées produites, comme dans de mémorables expériences antérieures de Regnault, par des coups de pistolet tirés à une extrémité du tuyau, devant un orifice percé au centre de son fond plat et que l'on bouchait aussitôt après. Or, malgré quelques systèmes de mouvements vibratoires qui, surtout dans les premiers instants de la propagation, se superposent à l'onde générale, ou la sillonnent transversalement, et lui permettent d'affecter l'organe de l'ouïe, de telles *intumescences*, où l'air est condensé presque d'un bout à l'autre, diffèrent pro-

(¹) *Verhandl. d. natur. Vereins zu Heidelberg*, t. III, p. 16; 1863.
(²) *Poggendorff's Annalen*, t. CXXXIV, p. 177; 1868.

fondément de la suite périodique d'ondes, à *égales* dilatations et condensations alternatives, supposée par les formules de MM. Helmholtz et Kirchhoff. Aussi MM. Violle et Vauthier ont-ils trouvé que celles-ci indiquaient, pour un parcours donné, un affaiblissement de la pression incomparablement plus rapide que le vrai et, au contraire, un ralentissement de la propagation presque négligeable vis-à-vis des petits ralentissements réels, observés déjà par Regnault.

La principale raison d'aussi graves désaccords ne se trouve sans doute pas dans l'assimilation, qui doit être permise approximativement ou comme premier aperçu, d'une intumescence isolée, d'une certaine longueur apparente, à la moitié convexe d'une onde d'un système périodique où chaque demi-ondulation aurait cette longueur. Mais elle est évidemment dans la confusion établie entre l'intumescence entière cheminant le long du tuyau et les ondes sonores successives, beaucoup plus courtes, qui la sillonnent, auxquelles seules conviennent le ralentissement et le coefficient d'extinction calculés. Ceux-ci, en effet, d'après les formules théoriques, sont, l'un, c'est-à-dire le ralentissement, en raison directe et, l'autre, le coefficient d'extinction, en raison inverse, de la racine carrée de la durée de vibration, ou de la racine carrée de la longueur d'onde; et ils deviendraient, par suite, le premier, bien plus sensible, mais le second, bien plus faible, si on les évaluait pour des ondes aussi longues que l'intumescence entière, à laquelle MM. Violle et Vauthier ont effectivement reconnu beaucoup plus de *longévité* ou de persistance qu'aux sons accessoires qui l'accompagnent au début.

II. Ainsi, les désaccords sont plus apparents que réels, malgré la portée restreinte ou le défaut de généralité des formules. Néanmoins, il y a évidemment lieu de reprendre le problème au point de vue théorique, en attribuant, aux condensations et aux vitesses successivement produites sur une même section quelconque, des expressions non plus *pendulaires* par rapport au temps, mais affectées d'une fonction arbitraire, propre à représenter les diverses successions possibles de pressions ou de déplacements directement réalisables près de l'entrée du tuyau. Tel est l'objet du présent travail.

Une question assez analogue d'ondes liquides, mais plus simple, celle de l'extinction graduelle d'une intumescence, d'une *onde solitaire* par exemple, le long d'un canal, par les frottements produits surtout près du fond et des bords, peut suggérer la méthode à suivre : je l'ai traitée au § II (nos 9 à 19) d'un *Complément* à ma *Théorie des eaux courantes,* publié en octobre 1878 dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées* (t. IV, *voir* les p. 347 à 366). Là aussi, les principales résistances au mouvement sont localisées dans une mince couche contiguë aux parois, où les vitesses varient très rapidement, sur une épaisseur insensible, depuis la valeur zéro maintenue constamment sur la face extérieure, jusqu'aux valeurs complètes relatives à l'intérieur de la masse fluide et réalisées déjà sur l'autre face de la couche, valeurs pouvant être une fonction arbitraire donnée du temps. Les vitesses et les frottements, dans l'épaisseur de cette couche, s'expriment par des intégrales définies simples, prises de zéro à l'infini, mais dont malheureusement la sommation, possible à la rigueur après spécification de la fonction arbitraire, ne paraît effectuable sous forme finie que dans peu de cas, parmi lesquels le plus simple peut-être est justement celui de mouvements pendulaires. D'ailleurs, le serait-elle toujours, que l'utilisation de ses résultats exigerait encore une connaissance assez précise, théorique ou expérimentale, de la forme affectée par chaque variété d'ondes, forme dont dépendent les circonstances cherchées de la propagation. De là, une grande difficulté pour calculer l'affaiblissement graduel des intumescences. Mais, du moins, quand il s'agit d'une onde solitaire, dont le profil, éminemment stable pour chacune des valeurs successives décroissantes de l'énergie totale, se trouve représentée par une fonction *toujours la même* d'une variable à expression linéaire par rapport à l'abscisse et monôme par rapport à la hauteur ou à l'énergie totale de l'onde, le lent décroissement de cette hauteur ou de cette énergie se détermine facilement, à l'exception d'un facteur constant dans le calcul duquel reste incluse toute la difficulté de la quadrature ineffectuée.

Or, au contraire, les ondes aériennes condensées se propageant le long d'un tuyau ne tendent, avant leur extinction, vers aucune forme commune. Aussi, quoique une double application de la formule d'Analyse, à intégrale définie simple, utilisée dans le cas des

ondes liquides, permette d'y exprimer, d'une part, les frottements successifs de la paroi, avec les vitesses réalisées dans la couche contiguë, d'autre part, les densités propres à cette couche, et ensuite de former les équations de mouvement des tranches gazeuses normales à l'axe, d'évaluer les vitesses de propagation des divers éléments de masse de l'intumescence, etc., il n'y a guère que les circonstances générales de sa déformation et de son extinction qui puissent facilement se reconnaître sur les formules. Les principales de ces circonstances, bien d'accord avec les résultats de l'observation, consistent dans un aplatissement et un allongement indéfinis de l'onde, du moins après une première période assez courte où son sommet s'est rapidement, s'il y avait lieu, rapproché de son front, c'est-à-dire de sa face antérieure, qui reste d'ailleurs très sensiblement plane à toutes les distances de l'extrémité de départ.

On verra que la théorie indique de plus, entre le coefficient d'extinction et le ralentissement causé par la paroi, une relation approximative, à laquelle les expériences tant de Regnault que de MM. Violle et Vauthier apportent une certaine confirmation.

III. Avant d'étudier l'influence de la perméabilité calorifique et du frottement de la paroi du tuyau sur les ondes, censées venues de loin, que propage la masse gazeuse remplissant celui-ci, supposons nulle, pour un instant, cette double influence, afin de pouvoir admettre partout la forme plane des ondes avec le parallélisme des mouvements à l'axe (rectiligne), c'est-à-dire tout à la fois, la parité absolue, à chaque instant, de la température, de la pression et de la vitesse, sur toute l'étendue d'une section normale quelconque du tuyau, comme si le milieu gazeux était latéralement indéfini. Alors, dans les équations indéfinies de mouvement du fluide,

$$(1)\qquad \begin{cases} \frac{1}{\rho}\left(\frac{dN_x}{dx}+\frac{dT_z}{dy}+\frac{dT_y}{dz}\right)=u', \\ \frac{1}{\rho}\left(\frac{dT_z}{dx}+\frac{dN_y}{dy}+\frac{dT_x}{dz}\right)=v', \\ \frac{1}{\rho}\left(\frac{dT_y}{dx}+\frac{dT_x}{dy}+\frac{dN_z}{dz}\right)=w', \\ \frac{d\rho}{dt}+\frac{d.\rho u}{dx}+\frac{d.\rho v}{dy}+\frac{d.\rho w}{dz}=0, \end{cases}$$

où les composantes N, T de pression ont les formules respectives, à deux coefficients de frottement intérieur ou d'imparfaite fluidité ε, $\varepsilon_1 - 2\varepsilon$,

$$(2)\quad \begin{cases} (N_x, N_y, N_z) \\ \quad = -p + (\varepsilon_1 - 2\varepsilon)\left(\dfrac{du}{dx} + \dfrac{dv}{dy} + \dfrac{dw}{dz}\right) + 2\varepsilon\left(\dfrac{du}{dx}, \dfrac{dv}{dy}, \dfrac{dw}{dz}\right), \\ T_x = \varepsilon\left(\dfrac{dv}{dz} + \dfrac{dw}{dy}\right), \quad T_y = \varepsilon\left(\dfrac{dw}{dx} + \dfrac{du}{dz}\right), \quad T_z = \varepsilon\left(\dfrac{du}{dy} + \dfrac{dv}{dx}\right), \end{cases}$$

les composantes *transversales* v, w de la vitesse seront nulles, et sa composante u, *longitudinale,* ou parallèle à l'axe du tuyau choisi pour axe des x, dépendra seulement de x et de t, ainsi que la densité ρ, la température absolue T et, par suite, la pression *élastique* p, proportionnelle au produit ρT.

Appelant p_0, ρ_0, T_0 la pression, la densité et la température constantes primitives, posons

$$(3)\qquad \rho = \rho_0(1 + \gamma), \qquad T = T_0(1 + \tau),$$

où γ, τ désignent ainsi la condensation et l'échauffement relatifs dus au passage des ondes. On sait, par le premier principe de Thermodynamique, que, si M désigne la masse d'une particule gazeuse et C son calorique spécifique à volume constant, la quantité dQ de chaleur (évaluée, comme C, en kilogrammètres) qui pénètre du dehors par sa surface, durant un instant dt où sa densité et sa température croissent respectivement de $d\rho$ et de dT, a comme expression, en appelant finalement $m - 1$ le rapport constant $\dfrac{p}{C\rho T}$,

$$(4)\quad \begin{cases} dQ = M\left(C\,dT + p\,d\dfrac{1}{\rho}\right) = M\left(C\,dT - \dfrac{p\,d\rho}{\rho^2}\right) \\ \quad = MCT\left[\dfrac{dT}{T} - (m-1)\dfrac{d\rho}{\rho}\right] \\ \quad = MCT\left(\dfrac{dp}{p} - m\dfrac{d\rho}{\rho}\right) = mCT\,d\log\dfrac{p}{\rho^m}. \end{cases}$$

De plus, l'accord très satisfaisant de la vitesse expérimentale du son avec sa formule théorique donnée par Laplace, montre l'extrême petitesse des échanges de chaleur s'effectuant dans les sens parallèles à la propagation, ou entre les couches gazeuses successivement atteintes par les ondes; de sorte que l'on peut

écrire *ici* $dQ = 0$, et supposer la pression p proportionnelle à ρ^m, c'est-à-dire à $(1+\gamma)^m$. Nous aurons donc

(5) $p = p_0(1+\gamma)^m$ dans une onde latéralement indéfinie,

ou mieux, en substituant à p_0 sa valeur en fonction de la vitesse connue a du son, exprimée par $\sqrt{m\frac{p_0}{\rho_0}}$,

$$p = \frac{\rho_0 a^2}{m}(1+\gamma)^m. \tag{6}$$

Enfin, les frottements intérieurs ou autres parties non élastiques des pressions seront assez faibles, pour qu'on puisse négliger, dans (2), les termes non linéaires qui contiendraient en facteur, outre une dérivée partielle des vitesses u, v, w, la petite variation des coefficients ε et $\varepsilon_1 - 2\varepsilon$ due au changement relatif τ de la température, ou aussi à la condensation γ (si ε, $\varepsilon_1 - 2\varepsilon$ dépendaient sensiblement de la densité, ce qui ne paraît pas avoir lieu), quantités évanouissantes avec l'amplitude des ondes. En d'autres termes, les valeurs de ε et de $\varepsilon_1 - 2\varepsilon$ à introduire seront celles de ces coefficients pour la température et la densité primitives constantes ρ_0, τ_0. Et, de même, le diviseur ρ pourra être réduit à ρ_0 dans les termes des premiers membres de (1) où figureront ε, ε_1.

Cela posé, en observant que les hypothèses faites annulent v, w, v', w' et rendent u, γ fonctions seulement de x et de t, les valeurs (2), (3) des N, T et de ρ, après substitution à p de son expression (6) et à u' de $\frac{du}{dt} + u\frac{du}{dx}$, réduiront les quatre équations (1) du mouvement aux deux suivantes :

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{du}{dt} + a^2(1+\gamma)^{m-2}\frac{d\gamma}{dx} + u\frac{du}{dx} - \frac{\varepsilon_1}{\rho_0}\frac{d^2u}{dx^2} = 0, \\ &\frac{d\gamma}{dt} + \frac{du}{dx} + \frac{d.u\gamma}{dx} = 0. \end{aligned}\right. \tag{7}$$

IV. A une première approximation, où sont négligeables les termes non linéaires en u et γ, ainsi que celui où figure le petit coefficient ε_1, ces deux équations deviennent

$$\frac{du}{dt} + a^2\frac{d\gamma}{dx} = 0, \quad \frac{d\gamma}{dt} + \frac{du}{dx} = 0; \tag{8}$$

et elles donnent, par l'élimination de u,

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} - a^2\frac{d^2\gamma}{dx^2} = 0. \tag{9}$$

L'intégrale générale de cette dernière doit être spécifiée pour les ondes dont il s'agit ici, propagées au sein d'un gaz en repos.

Admettant, par exemple, qu'à une époque initiale très ancienne, γ, u s'annulassent pour toutes les valeurs de x comprises entre une abscisse négative fort grande et $x = \infty$, on peut convenir de n'étudier le mouvement *ultérieur* qu'en ces endroits, où le fluide était primitivement immobile. Alors, si φ désigne une fonction, d'ailleurs arbitraire, s'annulant pour la valeur $+\infty$ de sa variable, il vient, comme on sait, $\gamma = \varphi(x - at)$; après quoi la seconde équation (8), écrite $\frac{d}{dx}(-a\gamma + u) = 0$ et intégrée sous la condition imposée que les deux fonctions γ, u s'annulent pour x infini positif, donne $u = a\gamma$, valeur rendant identique la première (8), vu l'expression de γ. L'on a donc, *à une première approximation,*

$$\gamma = \varphi(x - at), \qquad u = a\varphi(x - at); \tag{10}$$

formules d'où il résulte que toute fonction des deux quantités u, γ, et même toute intégrale comme $\int_x^\infty \gamma\, dx = \int_{x-at}^\infty \varphi(\alpha)\, d\alpha, \ldots,$ dépendent presque uniquement de la variable $x - at$, et admettent la formule symbolique *approchée* de différentiation

$$\frac{d}{dt} = -a\frac{d}{dx}. \tag{11}$$

A une deuxième et suffisante approximation, les termes de (7) qui ont pu être négligés dans (8) seront donc évaluables par les formules (10), (11); ce qui permettra de remplacer, au besoin, dans ces termes ou dans leurs dérivées, u par $a\gamma$ et les différentiations relatives à t par d'autres relatives à x. Si, d'ailleurs, à $(1 + \gamma)^{m-2}$ l'on substitue non plus l'unité, mais la valeur beaucoup plus exacte $1 + (m - 2)\gamma$, ces équations deviendront

$$\frac{du}{dt} + a^2\frac{d\gamma}{dx} + \frac{d}{dx}\left(\frac{m-1}{2}a^2\gamma^2 - \frac{\varepsilon_1}{\rho_0}a\frac{d\gamma}{dx}\right) = 0, \quad \frac{d\gamma}{dt} + \frac{du}{dx} + a\frac{d.\gamma^2}{dx} = 0. \tag{12}$$

Différentiées la première, en x, la deuxième, en t, puis multi-

pliées respectivement par -1, $+1$ et ajoutées, elles donneront comme équation en γ, au lieu de (9), une relation de la forme

$$(13)\qquad \frac{d^2\gamma}{dt^2} - a^2\frac{d^2\gamma}{dx^2} = \frac{dK}{dx}, \qquad \text{avec} \qquad K = \frac{m+1}{2}a^2\frac{d.\gamma^2}{dx} - \frac{\varepsilon_1}{\rho_0}a\frac{d^2\gamma}{dx^2}.$$

Son intégration, pour les ondes dont il s'agit, propagées vers les x positifs et à la tête desquelles s'annule K, permet de la remplacer par l'équation, du premier ordre en t,

$$(14)\qquad \frac{d\gamma}{at} + a\frac{d\gamma}{dx} + \frac{K}{2a} = 0,$$

d'après une démonstration (utile dans l'étude de plusieurs sortes de mouvements ondulatoires), que l'on peut voir aux p. 364* et 365* du tome II de mon *Cours d'Analyse infinitésimale*. En substituant à K son expression, il viendra donc, pour déterminer les déformations successives de l'onde, l'équation

$$(15)\qquad \frac{d\gamma}{dt} + a\frac{d\gamma}{dx} + \frac{m+1}{4}a\frac{d.\gamma^2}{dx} - \frac{\varepsilon_1}{2\rho_0}\frac{d^2\gamma}{dx^2} = 0.$$

V. Cette équation implique la conservation, à toute époque, de la somme $\int\gamma\,dx$, prise sur toute la longueur de l'onde ou entre les limites $x = \pm\infty$, et elle entraînerait aussi l'invariabilité de l'intégrale $\int\gamma^2 dx$ entre les mêmes limites, sans l'imperfection de la fluidité, c'est-à-dire si l'on avait $\varepsilon_1 = 0$. En effet, l'équation (15), multipliée soit par dx, soit par $2\gamma\,dx$, et intégrée de $x = -\infty$ à $x = \infty$, en observant, d'une part, que $2\gamma\frac{d.\gamma^2}{dx}$ égale $\frac{d}{dx}(\frac{4}{3}\gamma^3)$ et que $2\gamma\frac{d^2\gamma}{dx^2}$ égale $\frac{d^2.\gamma^2}{dx^2} - 2\frac{d\gamma^2}{dx^2}$, d'autre part, que γ, $\frac{d\gamma}{dx}$ s'annulent à la tête et à la queue de l'onde, donne simplement

$$(16)\qquad \frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{\infty}\gamma\,dx = 0, \qquad \frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{\infty}\gamma^2 dx = -\frac{\varepsilon_1}{\rho_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\gamma^2}{dx^2}dx.$$

Les deux sommes $\int\gamma\,dx$, $\int\gamma^2\,dx$ sont donc, la première, invariable, mais, la deuxième, sans cesse décroissante, sauf quand $\varepsilon_1 = 0$.

C'est ce qu'on aurait pu prévoir : car, σ désignant l'aire de la section du tuyau, le produit de la première par le facteur constant $\rho_0\sigma$, savoir $\rho_0\sigma\int\gamma\,dx$, ou $\int(\rho - \rho_0)\sigma\,dx$, représente évidemment la *masse totale* de l'intumescence, quantité de matière gazeuse ini-

tialement introduite à l'entrée du tuyau, en sus de l'air qu'il contenait à la densité uniforme ρ_0 ; et l'expression $\rho_0 a^2 \sigma \int \gamma^2 dx$, proportionnelle à $\int \gamma^2 dx$, représente très sensiblement, à toute époque, *l'énergie totale* de l'intumescence, c'est-à-dire le travail qu'elle emmagasine, non moins constant que sa masse quand on néglige l'imperfection de la fluidité. Effectivement, d'une part, *l'énergie actuelle* ou demi-force vive de l'onde, $\int \frac{1}{2} u^2 \rho (\sigma\, dx)$, c'est-à-dire, à fort peu près, $\int \frac{1}{2} (a\gamma)^2 \rho_0 \sigma\, dx$, constitue la moitié de l'expression considérée $\rho_0 a^2 \sigma \int \gamma^2 dx$; et, d'autre part, son *énergie potentielle* ou de ressort, qui est, pour chaque particule de masse M et de volume $\frac{M}{\rho}$, le travail que produirait, durant sa détente, la partie variable (seule active) $p - p_0$ de sa pression, savoir

$$\left\{\begin{aligned} &\int_{\rho=\rho}^{\rho=\rho_0} (p - p_0)\, d\frac{M}{\rho} = M \int_{\rho_0}^{\rho} (p - p_0) \frac{d\rho}{\rho^2} = M \frac{p_0}{\rho_0} \int_0^{\gamma} [(1+\gamma)^m - 1] \frac{d\gamma}{(1+\gamma)^2} \\ &\quad = (\text{sensiblem.})\ \frac{M p_0}{\rho_0} \int_0^{\gamma} m\gamma\, d\gamma \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} M a^2 \gamma^2, \text{ énerg. act. de la part.,} \end{aligned}\right.$$

sera de même, pour toute l'onde, $\frac{1}{2} \rho_0 a^2 \sigma \int \gamma^2 dx$, ou l'autre moitié de l'intégrale considérée.

VI. Imaginons une famille de plans, normaux à l'axe du tuyau, et mobiles de manière à intercepter sans cesse entre eux une même masse d'intumescence, ou de manière que chacun, dont x désignera l'abscisse à l'époque t, ait sans cesse devant lui une partie constante $\varpi = \int_x^{\infty} \gamma\, dx$ de l'intégrale $\int_{-\infty}^{\infty} \gamma\, dx$, qui mesure proportionnellement la masse totale de l'onde. Alors la vitesse de transport $\frac{dx}{dt}$ de l'un quelconque de ces plans sera ce que l'on peut appeler la *vitesse de propagation* de l'élément contigu $d\varpi = -\gamma\, dx$ d'intumescence, et, en la désignant par ω, la différentiation de l'égalité $\varpi = \int_x^{\infty} \gamma\, dx$ par rapport au temps, sous la condition $\varpi =$ const., donnera

$$-\gamma\omega + \int_x^{\infty} \frac{d\gamma}{dt}\, dx = 0,$$

ou bien, en substituant finalement à $\frac{d\gamma}{dt}$ sa valeur tirée de (15) et

effectuant l'intégration,

$$(17) \qquad \omega - \frac{1}{\gamma}\int_x^\infty \frac{d\gamma}{dt}\,dx = a\left(1 + \frac{m+1}{4}\gamma - \frac{\varepsilon_1}{2\rho_0 a}\,\frac{1}{\gamma}\,\frac{d\gamma}{dx}\right).$$

Si, pour figurer l'onde par une courbe, on attribue à chacun de ses éléments $d\varpi$, d'abscisse horizontale actuelle x et de longueur actuelle dx (prise en valeur absolue), une ordonnée verticale représentative, égale à la condensation correspondante γ, et que d'ailleurs l'onde ait reçu initialement une forme simple où γ, à partir de zéro, s'élève peu à peu, depuis la *tête* ou le *front* de l'onde jusqu'à un certain *sommet* ou maximum γ_1, pour décroître de même graduellement de γ_1 à zéro entre le sommet et la *queue*, les deux éléments $d\varpi$ de même hauteur actuelle γ, situés l'un en avant et l'autre en arrière du sommet, auront évidemment des vitesses de propagation inégales; car, dans la parenthèse de (17), le terme en ε_1, seul différent de l'un à l'autre, sera positif pour le premier, à pente $\frac{d\gamma}{dx}$ négative, et négatif pour le second, à pente $\frac{d\gamma}{dx}$ positive. Il est clair que, par l'effet de ces célérités inégales, l'espacement des éléments $d\varpi$ antérieurs et postérieurs augmentera, entraînant, du moins en moyenne, une augmentation de leurs longueurs dx et une diminution corrélative de leur hauteur γ, qui est, dans chacun, inverse de la longueur. Ainsi, grâce à l'imperfection de la fluidité, exprimée dans (17) par le terme en ε_1 considéré, l'onde s'allonge et s'aplatit, comme aurait pu le faire prévoir la seconde formule (16), où l'intégrale $\int\gamma^2\,dx = \int\gamma\,d\varpi$ ne peut décroître continuellement sans que la valeur moyenne de γ diminue.

Mais il y a plus de complication dans la manière dont se déforment séparément les deux parties de l'onde qui s'étendent, l'une, de la tête ou du front au sommet, l'autre, du sommet à la queue; car, suivant le plus ou moins de pente $\frac{d\gamma}{dx}$ qu'elles offrent aux divers points de leur longueur, le dernier terme, en ε_1, de la parenthèse (17), peut ou non l'emporter, dans des mesures variables aux endroits soit bas, soit hauts, sur le précédent, simplement proportionnel à γ, et rendre plus prompte à l'avant, plus lente à l'arrière, tantôt la propagation des éléments $d\varpi$ de faible hauteur γ, tantôt celle des éléments $d\varpi$ plus élevés.

Lorsqu'on admet assez de petitesse soit dans le coefficient ε_1, soit dans les pentes et surtout, par suite, dans les courbures $\frac{d^2\gamma}{dx^2}$, pour rendre le dernier terme de (17) ou celui de (15) négligeables devant les précédents, les éléments $d\varpi$ qui correspondent aux plus grandes hauteurs γ sont évidemment les plus rapides; et le sommet se rapproche sans cesse du front ou s'éloigne de la queue, en adoucissant de plus en plus les pentes $\frac{d\gamma}{dx}$ à l'arrière, mais, par contre, en les accentuant à l'avant jusqu'à ce que le terme en ε_1 y prenne de l'influence et les empêche de devenir abruptes, ou le sommet d'être à pic, de surplomber presque.

On le voit, du reste, plus simplement, par l'intégration exacte de l'équation (15) où le terme en ε_1 est actuellement négligeable, intégration dès lors facile qui donne

$$x - a\left(1 + \frac{m+1}{2}\gamma\right)t \quad \text{ou} \quad x - \left(a + \frac{m+1}{2}u\right)t = \text{fonct. arbitr. de } \gamma;$$

ce qui oblige à attribuer une vitesse vers les x positifs,

$$a\left(1 + \frac{m+1}{2}\gamma\right) = a + \frac{m+1}{2}u,$$

uniformément croissante avec γ (ou avec u), à chaque ordonnée γ, invariable en grandeur.

Il n'existe donc pas de forme permanente pour l'onde, quand on néglige les frottements; et la seule qui le soit lorsqu'on en tient compte est celle qui suppose l'annulation totale de l'énergie, ou qui a pour équation $\gamma = 0$, forme limite n'exprimant que l'extinction finale du phénomène. Ainsi une intumescence aérienne isolée se distingue complètement, sous ce rapport, de l'onde liquide solitaire propagée le long d'un canal, qui comporte et affecte une forme permanente bien déterminée pour chacune des valeurs successives de son énergie, également décroissante sans cesse ([1]).

([1]) Il n'en serait plus tout à fait de même pour une *intumescence continue*, c'est-à-dire pour une onde *sans queue*, où la *hauteur* représentative γ, nulle à la tête $x = \infty$ de l'onde, tendrait peu à peu vers une certaine valeur $2c$ et s'y maintiendrait asymptotiquement jusqu'à $x = -\infty$ (ce qui implique une énergie totale *infinie*); car il suffirait, pour lui conserver sa forme, de lui donner celle

VII. Mais voyons comment le frottement de la paroi du tuyau et sa perméabilité calorifique modifieront ces lois, en annulant, sur tout le contour χ des sections normales σ, la vitesse u du fluide et les variations relatives τ de sa température.

Et, d'abord, la petitesse tant du coefficient ε de frottement intérieur de l'air, que de sa conductibilité calorifique, localiseront dans une couche très mince les perturbations considérables qu'entraîne une pareille immobilisation du fluide et de sa température, de manière à laisser subsister très sensiblement, à l'intérieur des sections, la forme plane des ondes, ainsi que la longitudinalité des mouvements, avec leur parité du centre jusque auprès du contour et celles de la condensation γ, de la température T, enfin, de la pression p. Ce ne pourra être, du moins, que dans des ondes très longues et assez loin en arrière de leur tête, c'est-à-dire après une action prolongée des frottements et de la conductibilité sur les mêmes particules fluides, que les perturbations dont il s'agit auront eu le temps de se propager, avec une intensité notable, jusqu'à des distances de la paroi comparables au rayon du tuyau. Aussi MM. Violle et Vauthier ont-ils constaté que le front de l'intumescence garde indéfiniment sa forme plane, jusqu'aux points les plus rapprochés de la paroi ($0^{m},08$) où ils eussent installé un appareil indicateur de l'arrivée de l'onde.

On le conçoit, du reste, d'autant mieux, que la forme plane s'y rétablirait presque instantanément si quelque cause accidentelle l'y avait altérée; car les premières particules, centrales ou périphériques, atteintes par le mouvement sur une section σ, trans-

---

qui rend l'expression (17) de ω indépendante de x ou la même d'un bout à l'autre de l'onde, et qui assure, par conséquent, avec des espacements constants dx entre les éléments successifs $d\varpi = \gamma\, dx$, la permanence de leurs hauteurs γ. La parenthèse de (17) s'y réduisant à $1 + \frac{m+1}{2}c$ pour $x = -\infty$ où $\gamma = 2c = \text{const.}$, il viendra, comme équation du profil qui définit cette forme,

$$\frac{m+1}{2}\gamma - \frac{\varepsilon_1}{\rho_0 a}\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dx} = (m+1)c,$$

ou bien

$$\frac{-2\,d\gamma}{\gamma(2c-\gamma)} = (m+1)\frac{\rho_0 a}{\varepsilon_1}\,dx,$$

et, en intégrant,

$$\log\left(\frac{2c}{\gamma} - 1\right) = (m+1)c\frac{\rho_0 a}{\varepsilon_1}(x - \text{const.}).$$

mettraient aussitôt ce mouvement au devant d'elles près des parois non moins que près de l'axe, sur toute l'étendue des zones sphériques de rayon croissant les ayant pour centres.

Donc, les formules (5) à (11) continueront à subsister dans l'intérieur des sections, du moins à une première approximation.

Cela posé, si, considérant un élément $d\chi$ du contour de la section quelconque σ, d'abscisse x, et, en même temps, une portion contiguë à $d\chi$, sensiblement plane, de la couche superficielle où sont localisées les perturbations, l'on appelle N, dans le plan de σ, une coordonnée rectiligne normale à $d\chi$, introduite pour mesurer la distance à la paroi de chaque feuillet de cette portion de couche, la vitesse u et la condensation γ, très rapidement variables à partir de la paroi ou pour les très petites valeurs positives de N, deviendront sensiblement indépendantes de cette variable dès qu'elle atteindra une grandeur appréciable; et elles tendront alors, à fort peu près, vers des expressions de la forme (10), savoir $u = a\,\varphi(x - at)$, $\gamma = \varphi(x - at)$.

Mais formons, au *même* degré d'approximation, les équations indéfinies du mouvement troublé, pour l'intérieur d'un pareil fragment de la couche superficielle.

Les composantes transversales v, w de la vitesse, nulles, comme u, à la paroi, mais nulles *de plus* à l'intérieur, sur l'autre face de la couche, seront négligeables partout, comparativement à u, et, de même, les accélérations latérales v', w' disparaîtront à côté de l'accélération longitudinale u', elle-même réductible, ici, à son terme *principal* ou linéaire $\frac{du}{dt}$. Enfin les deux dérivées secondes de u soit en x et y, soit en x et z, pourront être négligées vis-à-vis des dérivées secondes de u par rapport aux coordonnées transversales y ou z, vu que les dérivées $\frac{du}{dy}$ et $\frac{du}{dz}$, nulles à l'intérieur de la couche, prennent leurs très grandes valeurs, dans chaque section σ, le long de chemins N extrêmement petits, mais, au contraire, varient graduellement suivant le sens des x. Il suit de là que, dans les trois premières équations indéfinies (1) du mouvement, les valeurs (2) des pressions N, T, différentiées en x, y, z, se réduiront aux termes en p et aux deux termes $\varepsilon \frac{d^2 u}{(dy^2, dz^2)}$, dont la somme $\varepsilon \left(\frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{d^2 u}{dz^2}\right)$ pourra évidemment s'écrire aussi $\varepsilon \Delta_2 u$

et, finalement, $\varepsilon \frac{d^2 u}{dN^2}$. Comme on sera d'ailleurs libre de remplacer par ρ_0 les dénominateurs ρ des premiers membres, il viendra

$$(18)\qquad -\frac{1}{\rho_0}\frac{dp}{dx}+\frac{\varepsilon}{\rho_0}\frac{d^2 u}{dN^2}=\frac{du}{dt},\qquad -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy}=0,\qquad -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}=0.$$

On voit donc que, même près du contour χ, la pression p a ses dérivées en y et z négligeables à côté de sa dérivée en x, laquelle y est de l'ordre de $\varepsilon \Delta_2 u$. La pression élastique p, partout proportionnelle à ρT, ou égale à $p_0(1+\gamma)(1+\tau)$, ou enfin, sensiblement, à $p_0(1+\gamma+\tau)$, et qui d'ailleurs, d'après (5), devient à très peu près $p_0[1+m\varphi(x-at)]$ à l'intérieur, sera ainsi constante sur toute l'étendue des sections, même dans l'épaisseur de la couche superficielle. L'on aura, par conséquent, d'une manière générale,

$$(19)\qquad \gamma+\tau=m\varphi(x-at).$$

VIII. Cela posé, pour évaluer d'abord u à l'intérieur de la couche, remplaçons p, d'après (6), par $\frac{\rho_0 a^2}{m}[1+\varphi(x-at)]^m$ ou par l'expression sensiblement égale $\frac{\rho_0 a^2}{m}+\rho_0 a^2\varphi(x-at)$, dans la première équation (18); et cette équation deviendra

$$-a^2\varphi'(x-at)+\frac{\varepsilon}{\rho_0}\frac{d^2 u}{dN^2}=\frac{du}{dt},$$

ou bien, en observant que φ ne dépend pas de N,

$$(20)\qquad \frac{d}{dt}[u-a\varphi(x-at)]=\frac{\varepsilon}{\rho_0}\frac{d^2}{dN^2}[u-a\varphi(x-at)].$$

Ainsi écrite, elle a la forme de l'équation classique des températures dans un mur, et contient comme fonction inconnue l'excès $u-a\varphi$, égal à $-a\varphi$ pour $N=0$, mais très sensiblement évanouissant dès que N acquiert des valeurs positives perceptibles. Les valeurs notables de la fonction $u-a\varphi$, réalisées toutes dans le voisinage de la paroi ou de $N=0$, seront donc à fort peu près celles de la température près de la face chauffée d'un mur très peu conducteur, dont la masse intérieure aurait anciennement été portée et resterait, pendant un temps presque indéfini, à la température zéro, tandis que sa couche superficielle subirait, sur sa face externe, la suite des températures données $-a\varphi(x-at)$, sensiblement pa-

reilles à un même instant dans tout le voisinage de l'élément de contour $d\chi$. L'intégrale (connue) de (20) qui donne $u - a\varphi$ dans ces conditions, est

$$(21) \quad u - a\varphi(x - at) = -a\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \varphi\left(x - at + \frac{a\rho_0 N^2}{2\varepsilon\alpha^2}\right) e^{-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha,$$

comme on peut le voir par les n^{os} **346*** et **466*** de mon *Cours d'Analyse infinitésimale* (t. II, p. 178* et 468*), où il est démontré aussi que la dérivée, par rapport à N, de u ou du second membre de (21), égale

$$-\frac{a^2\rho_0}{\varepsilon}\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \varphi'\left(x - at + \frac{a\rho_0\alpha^2}{2\varepsilon}\right) e^{-\frac{N^2}{2\alpha^2}} d\alpha.$$

Bornons-nous à en déduire le frottement $\mathcal{F}$ qu'exerce, dans le sens des x négatifs, l'unité d'aire de la paroi, sur la couche gazeuse contiguë, frottement dont l'expression est $\varepsilon \frac{du}{dN}$. Il faudra donc prendre cette expression à la limite $N = 0$, et il viendra, en changeant finalement la variable d'intégration de manière à poser $\alpha = \beta\sqrt{\frac{2\varepsilon}{\rho_0 a}}$,

$$(22) \quad \begin{cases} \mathcal{F} = -a^2\rho_0\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \varphi'\left(x - at + \frac{a\rho_0\alpha^2}{2\varepsilon}\right) d\alpha \\ \quad = -2a\rho_0\sqrt{\frac{\varepsilon a}{\pi\rho_0}} \int_0^\infty \varphi'(x - at + \beta^2)\, d\beta. \end{cases}$$

IX. Passons maintenant au calcul analogue des variations relatives τ de la température, sur les divers feuillets de la même portion de couche gazeuse contiguë à $d\chi$, en vue d'évaluer les condensations γ, reliées à τ par l'équation (19).

A la paroi, c'est-à-dire pour $N = 0$, l'on aura

$$\tau = 0, \qquad \text{ou} \qquad \gamma = m\varphi(x - at)$$

et, à l'intérieur, c'est-à-dire dès que N acquerra des valeurs positives perceptibles, γ tendra sensiblement vers $\varphi(x - at)$, ou τ, d'après (19), vers $(m - 1)\varphi(x - at)$. L'excès $\gamma - \varphi(x - at)$ variera donc très vite, comme u, depuis une valeur notable censée donnée, qui est ici $(m - 1)\varphi(x - at)$, jusqu'à zéro, quand la variable N, d'abord nulle, passera elle-même par toutes les très

petites valeurs positives. Or la relation (4) [n° III] fournit aisément l'équation indéfinie nécessaire pour achever de le déterminer dans cet intervalle.

Appliqués à un feuillet, d'épaisseur dN et de masse $M = \rho\, dN$ par unité d'aire, du fragment considéré (contigu à $d\chi$) de couche superficielle, les premier et quatrième membres de cette relation (4), divisés par dt, donneront, en y remplaçant dT par $T_0\, d\tau$, $d\rho$ par $\rho_0\, d\gamma$, et puis, à fort peu près, ρ, T par ρ_0, T_0,

$$\text{(23)} \qquad \frac{dQ}{dt} = CT_0\rho_0\, dN \left[\frac{d\tau}{dt} - (m-1)\frac{d\gamma}{dt}\right].$$

D'ailleurs, la quantité $\frac{dQ}{dt}$ de chaleur, reçue par le feuillet durant l'unité de temps, ne sera plus négligeable comme pour les particules intérieures, malgré l'extrême petitesse du coefficient k de conductibilité de l'air; car, dans l'expression des deux flux calorifiques qui traversent les deux bases du feuillet (suivant le sens inverse de celui des N croissants), cette petitesse du facteur k sera compensée par l'énorme grandeur de la dérivée $\frac{dT}{dN}$ ou $\frac{dT}{dN} + \frac{d^2T}{dN^2} dN$ le multipliant. L'on aura, par conséquent, toujours pour l'unité d'aire du feuillet, en prenant la différence de ces deux flux après avoir donné à k, sauf erreur négligeable, sa valeur k_0 aux température et densité primitives T_0, ρ_0,

$$\frac{dQ}{dt} = k_0 \frac{d^2T}{dN^2} dN = k_0 T_0 \frac{d^2\tau}{dN^2} dN.$$

L'équation (23), divisée, $CT_0\rho_0\, dN$, deviendra

$$\text{(24)} \qquad \frac{k_0}{\rho_0 C} \frac{d^2\tau}{dN^2} = \frac{d\tau}{dt} - (m-1)\frac{d\gamma}{dt}.$$

Remplaçons-y enfin τ par sa valeur tirée de (19) et nous aurons, pour régir la différence $\gamma - \varphi(x-at)$ dans toute l'épaisseur de la couche superficielle, l'équation indéfinie cherchée, analogue à (20),

$$\text{(25)} \qquad \frac{d}{dt}[\gamma - \varphi(x-at)] = \frac{k_0}{m\rho_0 C} \frac{d^2}{dN^2}[\gamma - \varphi(x-at)].$$

Intégrons celle-ci de la même manière que plus haut l'équation (20), en observant que la valeur de la fonction inconnue pour $N = 0$ est maintenant $(m-1)\,\varphi(x-at)$.

La formule de cette fonction sera, pareillement à (21),

$$(26)\quad \gamma - \varphi(x - at) = (m-1)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \varphi\left(x - at + \frac{am\rho_0 C N^2}{2k_0\alpha^2}\right)e^{-\frac{\alpha^2}{2}}\,d\alpha.$$

Nous aurons, ci-après, à en déduire la valeur de l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{d}{dt}[\gamma - \varphi(x - at)]\,dN,$$

qui, d'après (25), est

$$\frac{k_0}{m\rho_0 C}\int_0^\infty \frac{d^2\gamma}{dN^2}\,dN = \frac{k_0}{m\rho_0 C}\left(\frac{d\gamma}{dN}\right)_0^\infty,$$

et se réduit, par suite, au produit de $-\frac{k_0}{m\rho_0 C}$ par la dérivée du second membre de (26) prise à la limite $N = 0$. En évaluant cette dérivée comme, plus haut, celle du second membre de (21), et puis posant finalement $\alpha = \beta\sqrt{\frac{2k_0}{am\rho_0 C}}$, il viendra

$$(27)\quad \left\{\begin{aligned} &\int_0^\infty \frac{d}{dt}[\gamma - \varphi(x - at)]\,dN \\ &= -(m-1)a\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \varphi'\left(x - at + \frac{am\rho_0 C\alpha^2}{2k_0}\right)d\alpha \\ &= -2(m-1)\sqrt{\frac{k_0 a}{\pi m\rho_0 C}}\int_0^\infty \varphi'(x - at + \beta^2)\,d\beta. \end{aligned}\right.$$

X. Maintenant que nous avons exprimé, en fonction des valeurs de u et de γ *à l'intérieur* de la masse gazeuse, le frottement exercé *à sa surface* et les condensations spéciales qu'elle y éprouve, nous pourrons former, à une seconde et suffisante approximation, les équations de mouvement de toute une tranche fluide, comprise, à l'époque t, entre les deux sections normales σ du tuyau qui ont les abscisses respectives x et $x + dx$.

Appliquons d'abord à cette tranche le principe des quantités de mouvement, suivant le sens des x, en écrivant que la somme $dx\int_\sigma u'(\rho\, d\sigma)$ des produits des masses élémentaires $\rho\, d\sigma\, dx$ qui la composent, par leurs accélérations longitudinales u', égale celle des actions extérieures exercées du dehors sur la tranche, suivant le même axe des x; ce qui comprend, d'une part, la somme algébrique

$dx \frac{d}{dx} \int_\sigma N_x d\sigma$ des actions normales sollicitant ses deux bases σ et, d'autre part, le frottement total changé de signe, $-dx \int_\chi \mathfrak{F} d\chi$, que subit sa tranche.

Dans les premières de ces forces, la partie principale de N_x sera la pression élastique changée de signe, $-p$, constante sur toute l'étendue σ de chaque section, et exprimable par la formule (6) [n° III] où nous pourrons supposer la valeur de γ relative, par exemple, au centre des sections. Quant à l'autre partie de N_x, due à l'imperfection de la fluidité, et tout entière de seconde approximation, elle pourra être réduite très sensiblement à sa valeur dans l'intérieur de la section, savoir à $\varepsilon_1 \frac{du}{dx}$ ou à

$$\varepsilon_1 \frac{d.a\varphi(x-at)}{dx} = \varepsilon_1 a\varphi',$$

quantité dont elle ne diffère dans un rapport notable que sur une étroite zone périphérique de σ, relativement négligeable. Enfin, comme la valeur (22) de $\mathfrak{F}$ sera la même pour tous les éléments $d\chi$ du contour d'une section, le second membre de l'équation s'écrira

$$\left\{\begin{aligned} & -\sigma\, dx \frac{d}{dx}\left[\frac{\rho_0 a^2}{m}(1+\gamma)^m - \varepsilon_1 a\varphi'\right] - \mathfrak{F}\chi\, dx \\ & \quad = -\sigma\, dx\left[\rho_0 a^2(1+\gamma)^{m-1}\frac{d\gamma}{dx} - \varepsilon_1 a\varphi'' + \frac{\chi}{\sigma}\mathfrak{F}\right]. \end{aligned}\right.$$

On le simplifie encore, en observant que $\rho_0 a^2(1+\gamma)^{m-1}\frac{d\gamma}{dx}$ n'excède $\rho_0 a^2 \frac{d\gamma}{dx}$ que d'un terme de deuxième approximation, réductible à $\rho_0 a^2(m-1)\gamma \frac{d\gamma}{dx}$, ou même à $\rho_0 a^2(m-1)\varphi\varphi'$.

Quant au premier membre $dx \int_\sigma u'\rho\, d\sigma$, ou $\rho_0\, dx \int_\sigma (u'+\gamma u')d\sigma$, la partie linéaire et principale de $u'+\gamma u'$ y est celle de u', savoir $\frac{du}{dt}$, et son autre partie, de deuxième approximation, peut, comme plus haut celle de N_x, n'être prise que dans l'intérieur de σ, où elle se réduit sensiblement à $u\frac{du}{dx}+\gamma\frac{du}{dt}$ et même à $a^2\varphi\varphi'+\varphi\times(-a^2\varphi')=0$.

Appelons, d'ailleurs, U la *vitesse moyenne* exacte à travers la section σ (moyenne très peu différente, évidemment, des valeurs

de u à l'intérieur, ou même de $a\varphi$), de manière à pouvoir remplacer $\int_\sigma \frac{du}{dt} d\sigma$ ou $\frac{d}{dt}\int_\sigma u\, d\sigma$ par $\frac{d.\mathrm{U}\sigma}{dt} = \sigma\frac{d\mathrm{U}}{dt}$; et l'équation cherchée, divisée par $\rho_0 \sigma\, dx$, sera enfin, grâce à la dernière expression (22) de $\mathfrak{F}$,

$$(28)\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\mathrm{U}}{dt} + a^2\frac{d\gamma}{dx} + \frac{d}{dx}\left[\frac{m-1}{2}a^2\varphi(x-at)^2 - \frac{\varepsilon_1}{\rho_0}a\,\varphi'(x-at)\right] \\ &\qquad - 2\frac{\chi}{\sigma}a\sqrt{\frac{\varepsilon a}{\pi\rho_0}}\int_0^\infty \varphi'(x-at+\beta^2)\,d\beta = 0. \end{aligned} \right.$$

La seconde relation nécessaire pour déterminer les variations successives des deux fonctions inconnues U et γ est fournie par l'équation dite *de continuité,* qu'il suffira d'appliquer à l'espace compris, dans le tuyau, entre les deux sections fixes d'abscisses x et $x+dx$. La masse gazeuse $dx\int_\sigma \rho\, d\sigma$ ou $\rho_0\, dx\int_\sigma (1+\gamma)\, d\sigma$, remplissant cet espace à l'époque t, s'accroît dans l'unité de temps de l'excédent, $-dx\frac{d}{dx}\int_\sigma \rho u\, d\sigma$, de la matière $\int_\sigma \rho u\, d\sigma$ entrée par la première section sur celle, d'expression analogue, qui est en même temps sortie par la seconde. Et comme $\rho u = \rho_0(u+u\gamma)$, il vient ainsi, après division par $\rho_0\, dx$,

$$(29)\quad \int_\sigma \frac{d\gamma}{dt} d\sigma = -\frac{d}{dx}\int_\sigma (u+u\gamma)\, d\sigma = -\sigma\frac{d\mathrm{U}}{dx} - \frac{d}{dx}\int_\sigma u\gamma\, d\sigma.$$

Or, dans le calcul du troisième membre, le dernier terme, de seconde approximation, peut être évalué en négligeant les perturbations localisées sur le contour et en remplaçant même γ, u par $\varphi(x-at)$, $a\varphi(x-at)$. D'autre part, dans le calcul du premier membre, l'aire totale σ comprendra : 1°, l'étroite zone périphérique, où la condensation γ pourra être remplacée par sa valeur de première approximation, égale à celle de γ au centre, augmentée de l'excédent de γ sur $\varphi(x-at)$ qui exprime sensiblement cette valeur de γ au centre, et, 2°, la partie intérieure, principale, où γ, devenue indépendante de la distance N au contour, est à très peu près la valeur de γ au centre, que nous désignons simplement par γ. Le premier membre de (29) se dédouble ainsi en deux termes, dont le plus simple, qui à lui seul l'exprimerait sans les perturbations produites au contour, est $\frac{d\gamma}{dt}\int_\sigma d\sigma = \sigma\frac{d\gamma}{dt}$, tandis

que le second, composé d'éléments de la forme

$$\frac{d}{dt}[\gamma - \varphi(x - at)]\,d\sigma,$$

sera évaluable en divisant la zone périphérique en rectangles élémentaires $d\chi\,d\text{N}$ par des normales et des parallèles au contour.

Comme, d'ailleurs, pour la bande qui correspondra à chaque élément $d\chi$ du contour, l'intégration par rapport à N pourra se faire de zéro à l'infini [à cause de l'annulation asymptotique de $\gamma - \varphi(x - at)$ dès que N devient sensible], la formule (27) fournira la valeur de ce second terme, et les deux membres extrêmes de (29), divisés par σ, donneront enfin l'équation cherchée, qu'il faudra joindre à (28),

$$(30)\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\text{U}}{dx} + a\frac{d.\varphi(x-at)^2}{dx} \\ &\qquad - 2\frac{\chi}{\sigma}(m-1)\sqrt{\frac{k_0 a}{\pi m \rho_0 \text{C}}}\int_0^\infty \varphi'(x - at + \beta^2)\,d\beta = 0. \end{aligned} \right.$$

Tandis que les deux équations (28) et (30) du problème contiennent la vitesse moyenne U sur une section σ et non la vitesse à l'intérieur, c'est la condensation γ produite à l'intérieur que la formule (6) de la pression p nous a fait introduire dans la première, (28), et que nous avons employée aussi, par suite, dans (30), à la place de la valeur moyenne de γ sur toute la section σ d'abscisse x, qui aurait figuré plus naturellement dans le premier membre de (30), en le débarrassant de son dernier terme, le plus compliqué. Si nous appelons Γ cette moyenne des valeurs de γ sur toute une section, le produit, par σ, de son excédent sur la valeur de γ à l'intérieur, égalera évidemment l'intégrale de l'expression $[\gamma - \varphi(x - at)]\,d\text{N}\,d\chi$ prise pour tous les éléments $d\sigma = d\text{N}\,d\chi$ de la zone périphérique, intégrale qui, obtenue en se servant de la formule (27) intégrée de $t = -\infty$ à $t = t$, est évidemment

$$2\chi\frac{m-1}{a}\sqrt{\frac{k_0 a}{\pi m \rho_0 \text{C}}}\int_0^\infty \varphi(x - at + \beta^2)\,d\beta.$$

On aura donc, pour remplacer, au besoin, γ par Γ dans les équations du problème, la relation

$$(31)\qquad \gamma = \Gamma - 2\frac{\chi}{\sigma}\frac{m-1}{a}\sqrt{\frac{k_0 a}{\pi m \rho_0 \text{C}}}\int_0^\infty \varphi(x - at + \beta^2)\,d\beta.$$

XI. On remarquera que, $\varphi(x-at)$ et $a\varphi(x-at)$ exprimant γ et U dans tous les termes de deuxième approximation, les premiers membres des deux équations (28), (30) ne diffèrent de ceux des précédentes (12) [n° IV] que par l'addition, dans chacune, du dernier terme, où figure une même intégrale définie. Ces deux termes sont donc les seuls par lesquels se traduise l'influence tant retardatrice qu'extinctrice de la paroi. Et ils se réduisent même à un lorsque, après avoir respectivement différentié en x et t, puis multiplié par -1 et $+1$, ces deux équations (28), (30), on les ajoute pour éliminer U. Il vient alors en γ, comme dans le cas idéal d'une paroi sans frottement et imperméable à la chaleur, l'équation (13) [n° IV], mais où K, quantité encore nulle à la tête de l'onde (pour $x=\infty$), a l'expression

$$(32)\qquad \left\{\begin{aligned} K = \frac{d}{dx}\Bigg[&\frac{m+1}{2}a^2\varphi(x-at)^2 - \frac{\varepsilon_1}{\rho_0}a\frac{d\varphi(x-at)}{dx} \\ &- 2\mu\frac{\chi}{\sigma}a\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty \varphi(x-at+\beta^2)\,d\beta\Bigg],\end{aligned}\right.$$

avec un nouveau coefficient μ défini par la relation

$$(33)\qquad \mu = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho_0}} + (m-1)\sqrt{\frac{k_0}{m\rho_0 C}} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho_0}} + \left(\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)\sqrt{\frac{k_0}{\rho_0 C}}.$$

Dans le cas de l'air à la température ordinaire et sous la pression atmosphérique, on a, d'après MM. Violle et Vauthier (p. 20 de leur Mémoire), en prenant le mètre et la seconde pour unités de longueur et de temps,

$$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho_0}} = 0{,}0039, \qquad \sqrt{\frac{k_0}{\rho_0 C}} = 0{,}0057;$$

et l'on sait d'ailleurs que $m=1,4$ ou que $\sqrt{m}=1{,}1832$. Il en résulte

$$\mu = 0{,}0058,$$

valeur assez forte, si le tuyau n'est pas d'un diamètre de l'ordre de a ou que le rapport $\frac{\chi a}{\sigma}$ soit considérable, pour rendre le dernier terme de la parenthèse de (32) très supérieur au précédent, où $\frac{\varepsilon_1}{\rho_0}$ se trouvera comparable à $\frac{\varepsilon}{\rho_0}$ et atteindra seulement quelques unités du cinquième ordre décimal.

L'équation en γ du premier ordre par rapport au temps sera donc encore (14), c'est-à-dire, au lieu de (15),

$$(34)\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\gamma}{dt} + a\frac{d\gamma}{dx} + \frac{d}{dx}\left[\frac{m+1}{4}a\,\varphi(x-at)^2 - \frac{\varepsilon_1}{2\rho_0}\frac{d\varphi(x-at)}{dx}\right. \\ &\qquad\qquad \left. - \mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^{\infty}\varphi(x-at+\beta^2)\,d\beta\right] = 0. \end{aligned}\right.$$

On pourra y remplacer, au besoin, γ par Γ; car la formule (31) montre que la différence $\Gamma-\gamma$ est une fonction de $x-at$ ou a sa dérivée en t égale au produit, par $-a$, de sa dérivée en x.

D'ailleurs, la remarque précédente permettra généralement de supprimer, dans la quantité entre crochets de (34), le terme en ε_1. On pourra même y effacer le précédent, affecté du carré φ^2 de la condensation γ, sauf au commencement de la propagation où l'onde n'est pas encore affaiblie et où, comme nous avons vu au n° VI, l'effet de ce terme est de tendre à rapprocher le sommet de l'intumescence de son extrémité avant.

XII. Ici, la masse de l'onde, représentée proportionnellement par $\int\gamma\,dx$ ou mieux par $\int\Gamma\,dx$, n'a plus la même importance que dans le cas d'intumescences rigoureusement planes, parce que l'action des parois ne tarde pas à rendre inefficace une partie de plus en plus notable de cette masse totale, en la disséminant, à l'arrière du gros de l'onde, sur une grande étendue où la condensation γ est insensible ([1]) et où ne se conserve plus, dans le fluide presque en repos, la parité des mouvements supposée par nos formules à l'intérieur de chaque section normale.

Mais à cette portion *disséminée* de la masse de l'onde, il ne correspond qu'une énergie totale insignifiante : car, vu la double proportionnalité (sous volume égal) des éléments de masse à γ et des éléments d'énergie à $a^2\gamma^2$, ceux-ci ne sont en tout, pour la partie en question, que de l'ordre de sa masse finie multipliée par la valeur moyenne, *négligeable,* qu'y présente γ.

([1]) L'inévitable longueur de cette *queue* se reconnaît, sur l'équation (34) multipliée par dx et intégrée depuis l'abscisse actuelle x_0 d'un de ses points jusqu'à $x=\infty$, à ce que la dérivée en t de $\int\gamma\,dx$ qui en résulte, $-\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^{\infty}\varphi(x_0-at+\beta^2)\,d\beta$, est négative (pour $\varphi>0$), et non pas nulle, *tant que x_0 ne devient pas* $-\infty$.

Donc presque toute l'énergie tant actuelle que potentielle du mouvement, encore subsistante, réside dans le gros de l'onde non disséminé auquel s'appliquent nos formules, et a son expression sensiblement proportionnelle à l'intégrale $\int \gamma^2\,dx$, calculée entre les limites $x = \pm\infty$ pour la fonction γ que régit l'équation (34). Or celle-ci, multipliée par $2\gamma\,dx$, puis intégrée terme à terme, entre les limites $\pm\infty$, comme on a fait pour obtenir la seconde formule (16), donne, en réduisant d'ailleurs γ à $\varphi(x - at)$ dans les termes de deuxième approximation,

$$(35)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{\infty} \gamma^2\,dx = &-\frac{\varepsilon_1}{\rho_0}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(x-at)^2\,dx \\ &+ 2\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x-at)\,\varphi'(x-at+\beta^2)\,dx. \end{aligned} \right.$$

Telle est la relation qui remplacera la seconde (16) pour évaluer le décroissement incessant d'énergie de l'onde. Malheureusement le second membre, même simplifié par la suppression du terme en ε_1, permise d'ordinaire (comme on a vu), ne paraît pas moins difficile à interpréter d'une manière générale que le dernier terme entre parenthèses de (34). Aussi nous bornerons-nous à voir ce que donnent l'une ou l'autre de ces équations, mais surtout la première, plus compréhensive, (34), dans des cas où s'effectuent simplement les intégrations qu'elles impliquent.

XIII. Le premier de ces cas est celui de mouvements devenus depuis longtemps pendulaires, avec un certain nombre constant, n, d'oscillations complètes par seconde. On conçoit qu'alors la forme plane des ondes se conserve indéfiniment, à l'intérieur, malgré l'influence des parois; car celle-ci, s'exerçant dans des sens alternativement opposés, comme ceux des vitesses et des variations de densité qui la provoquent, ne peut s'accroître d'une période d'oscillation à l'autre. L'équation (34) reste donc applicable même quand la tête ou le front de l'onde s'est propagé, pour ainsi dire, jusqu'à une distance infinie x de l'origine des coordonnées, et quand l'on a, par suite, sensiblement, à un facteur constant près, pour toutes les abscisses x de grandeur modérée, en adoptant comme origine des temps une époque où s'observe au point $x = 0$

un maximum de condensation,

$$(36) \qquad \varphi(x-at) = \cos\frac{2n\pi(x-at)}{a}.$$

Alors la parenthèse de (34), réduite d'ailleurs à son terme en μ, devient

$$\left\{\begin{aligned} &-\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty\left[\cos\frac{2n\pi(x-at)}{a}\cos\frac{2n\pi\beta^2}{a}\right.\\ &\qquad\qquad\left.-\sin\frac{2n\pi(x-at)}{a}\sin\frac{2n\pi\beta^2}{a}\right]d\beta\\ &=-\frac{\mu a}{4\sqrt{n\pi}}\frac{\chi}{\sigma}\left[\cos\frac{2n\pi(x-at)}{a}-\sin\frac{2n\pi(x-at)}{a}\right].\end{aligned}\right.$$

L'équation (34) a donc, pour son troisième terme,

$$\frac{\mu\sqrt{n\pi}}{2}\frac{\chi}{\sigma}\left[\sin\frac{2n\pi(x-at)}{a}+\cos\frac{2n\pi(x-at)}{a}\right],$$

ou encore

$$\frac{\mu\sqrt{n\pi}}{2}\frac{\chi}{\sigma}\left[\frac{1}{2n\pi}\frac{d}{dt}\cos\frac{2n\pi(x-at)}{a}+\cos\frac{2n\pi(x-at)}{a}\right],$$

et enfin, plus simplement,

$$\frac{\mu\sqrt{n\pi}}{2}\frac{\chi}{\sigma}\left(\gamma+\frac{1}{2n\pi}\frac{d\gamma}{dt}\right).$$

Cette équation (34) peut, dès lors, s'écrire

$$(37) \qquad \left(1+\frac{\mu}{4\sqrt{n\pi}}\frac{\chi}{\sigma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+a\frac{d\gamma}{dx}+\frac{\mu\sqrt{n\pi}}{2}\frac{\chi}{\sigma}\gamma=0,$$

et son intégrale générale est de la forme

$$(38) \qquad \left\{\begin{aligned} &\gamma = e^{-mx}f(x-\omega t),\\ &\text{avec}\quad m=\frac{\mu\sqrt{n\pi}}{2a}\frac{\chi}{\sigma},\quad \omega=\frac{a}{1+\frac{\mu}{4\sqrt{n\pi}}\frac{\chi}{\sigma}}=a-\frac{\mu a}{4\sqrt{n\pi}}\frac{\chi}{\sigma}.\end{aligned}\right.$$

Si l'on remplace $\frac{\chi}{\sigma}$ par $\frac{2\pi R}{\pi R^2}$ ou par $\frac{2}{R}$ (en supposant ainsi les tuyaux, circulaires et de rayon R), dans ces deux formules de m et de ω, elles deviennent précisément celles que Kirchhoff, et antérieurement M. Helmholtz $\left(\text{sauf la réduction de } \mu \text{ à } \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho_0}}\right)$, avaient obtenues par de tout autres méthodes. Le *coefficient d'extinc-*

tion m et le *ralentissement* ou *retard* $a-\omega$ sont donc bien, le premier, en raison directe et, le second, en raison inverse de la racine carrée du nombre n d'oscillations par seconde, c'est-à-dire en raisons respectivement inverse et directe des racines carrées de la période de vibration ou de la longueur d'onde. Le coefficient d'extinction, en particulier, croît quand la période diminue; et ces ondes aériennes s'éteignent, comme les ondes liquides, d'autant plus vite qu'elles sont plus courtes ([1]).

XIV. Mais notre but, ici, est de considérer spécialement les intumescences limitées, pour voir, par exemple, comment s'abaisse peu à peu leur *sommet* (ou comment y décroît la condensation γ maxima) et aussi de combien la vitesse de propagation de ce sommet, alors que les frottements l'ont déjà fort abaissé, se trouve excédée par la vitesse a du son à l'air libre.

Intégrons, à cet effet, l'équation (34), à partir d'une époque quelconque t_0, pour un temps $t-t_0$ assez modéré, de manière que la solution de première approximation $\gamma=\varphi(x-at)$ y reste effectivement approchée avec la forme de la fonction φ à l'époque t_0, c'est-à-dire en admettant que l'expression exacte de γ à cette époque soit $\varphi(x-at_0)$. Alors la relation (34), d'ailleurs réduite à l'équation du premier ordre

$$(39)\qquad \frac{d\gamma}{dt}+a\frac{d\gamma}{dx}=\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty \varphi'(x-at+\beta^2)\,d\beta,$$

aura pour son intégrale générale

$$(40)\quad \gamma=\varphi(\xi)+(t-t_0)\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty \varphi'(\xi+\beta^2)d\beta,\ \text{où il est posé }\xi=x-at.$$

La dérivée en x de γ, nulle au sommet de l'onde, sera donc

$$(41)\qquad \frac{d\gamma}{dx}=\varphi'(\xi)+(t-t_0)\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty \varphi''(\xi+\beta^2)\,d\beta.$$

Appelons ξ_1 la valeur de ξ qui, à l'époque t_0, correspond au sommet considéré et, par suite, au maximum de $\varphi(\xi)$.

([1]) Il ne serait pas difficile de reconnaître la parfaite concordance du coefficient d'extinction m donné par la seconde formule (38), avec celui d'une houle à vagues *longues* (comparativement à la profondeur d'eau) qui se déduit de la formule (28) du Mémoire cité du *Journal de Mathématiques* (t. IV, p. 355: 1878).

Ce sommet se déplaçant avec une vitesse presque égale à a, l'excédent ξ de son abscisse x sur at ne dépassera ξ_1, au bout du temps $t-t_0$, que d'une quantité du premier ordre de petitesse, et, vu l'annulation de $\varphi'(\xi_1)$, on aura très sensiblement $\varphi'(\xi)=\varphi''(\xi_1)(x-at-\xi_1)$. D'autre part, le terme $\varphi(\xi)$ de (40) ne différera du *maximum* voisin $\varphi(\xi_1)$ que d'une quantité négligeable du second ordre et enfin, dans les *petites* parties en μ, de (40) et (41), ξ se trouvera, de même, réductible à ξ_1. Appliquées au sommet de l'onde, les deux équations (40) et (41) deviennent donc

$$(42)\qquad \left\{\begin{aligned} \gamma &= \varphi(\xi_1)+(t-t_0)\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty \varphi'(\xi_1+\beta^2)\,d\beta,\\ 0 &= \varphi''(\xi_1)(x-at-\xi_1)+(t-t_0)\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty \varphi''(\xi_1+\beta^2)\,d\beta. \end{aligned}\right.$$

Différentions la première par rapport à t, après l'avoir divisée par la valeur même, $\varphi(\xi_1)$, de γ à l'origine t_0 de l'époque considérée. Il viendra, pour régir le décroissement, à cette époque, du maximum, l'équation différentielle

$$(43)\qquad \frac{1}{\gamma}\frac{(-d\gamma)}{dt}=\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^\infty \frac{-\varphi'(\xi_1+\beta^2)}{\varphi(\xi_1)}\,d\beta.$$

Son intégrale, si l'on appelle am le second membre, constant au moins pendant un temps modéré, est $\gamma e^{ma(t-t_0)}=\text{const.}$, relation exprimant que la condensation maxima décroît comme l'exponentielle $e^{-ma(t-t_0)}$, pendant qu'elle se propage sur un parcours sensiblement égal à $a(t-t_0)$. Donc m n'est pas autre chose que le *coefficient d'extinction* cherché; et si, d'autre part, l'on différentie également en t la seconde équation (42) divisée par $a\varphi''(\xi_1)$, en appelant ω la dérivée de x ou vitesse de propagation du sommet, les deux formules (pour le sommet de l'onde) du *coefficient actuel d'extinction* et du *retard relatif actuel* $\frac{a-\omega}{a}$, seront

$$(44)\qquad \left\{\begin{aligned} m &= \frac{\mu}{\sqrt{a\pi}}\frac{\chi}{\sigma}\int_0^\infty \frac{-\varphi'(\xi_1+\beta^2)}{\varphi(\xi_1)}\,d\beta,\\ \frac{a-\omega}{a} &= \frac{\mu}{\sqrt{a\pi}}\frac{\chi}{\sigma}\int_0^\infty \frac{\varphi''(\xi_1+\beta^2)}{\varphi''(\xi_1)}\,d\beta. \end{aligned}\right.$$

XV. Dans le cas, par exemple, d'ondes périodiques, où la fonction φ a sensiblement l'expression (36), on peut prendre $\xi_1=0$ et

les deux formules (44) donnent presque immédiatement les valeurs (38) de m et de ω.

Mais attribuons plutôt à la fonction $\varphi(\xi)$ une forme qui, tout en rendant facile le calcul des seconds membres de (44), puisse convenir à une intumescence isolée, ou s'annule asymptotiquement aux deux limites $\xi = \pm\infty$ sans présenter, dans l'intervalle, aucune discontinuité. La plus simple, en y faisant abstraction du facteur constant qui exprime la condensation maxima *initiale* (relative à l'époque t_0), me paraît être celle-ci, symétrique de part et d'autre de la valeur de sa variable, $\xi_1 = 0$, pour laquelle se produit son unique maximum 1,

$$(45) \qquad \varphi(\xi) = \frac{c^2}{c^2 + \xi^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi}{c}\right)^2};$$

c y désigne une ligne donnée, en rapport avec la longueur apparente de l'onde à l'époque considérée t_0. Si, introduisant une variable auxiliaire η qui, de la tête $\xi = \infty$ à la queue $\xi = -\infty$ de l'intumescence, croîtra de zéro à $\frac{\pi}{2}$, nous posons

$$(46) \qquad \xi = c \cot 2\eta, \quad \text{on aura} \quad \varphi(\xi) = \sin^2 2\eta, \quad \varphi(\xi)\, d\xi = -2c\, d\eta;$$

et l'intégrale $\int \varphi(x - at_0)^2 dx = \int \varphi(\xi)^2 d\xi$, représentative de l'énergie initiale, sera simplement [vu la valeur moyenne $\frac{1}{2}$ de $\varphi(\xi)$ ou de $\sin^2 2\eta$] la moitié de l'intégrale $\int \varphi(\xi)\, d\xi = -2c \int d\eta = \pi c$, représentative de la masse sensible ou concentrée de l'intumescence. Il viendra donc

$$(46\ bis) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi)^2 d\xi = \frac{1}{2}\pi c.$$

Or, pour la moitié convexe d'une onde sinusoïdale où φ aurait l'expression (36), la valeur moyenne de φ^2 serait justement $\frac{1}{2}$, et l'intégrale $\int \varphi(\xi)^2 d\xi$ y vaudrait $\frac{1}{2}\int d\xi$, c'est-à-dire la moitié de la longueur de la demi-onde considérée. Appelons L cette longueur, quotient de la vitesse a du son par le nombre $2n$ des oscillations simples durant une seconde, et l'intumescence exprimée par (45) sera l'équivalent, en énergie, de la partie convexe, de même hauteur, d'une onde sinusoïdale, qui aurait sa longueur totale 2L, ou l'inverse n de sa durée totale, liés au paramètre c par les formules

$$(47) \qquad c = \frac{L}{\pi} = \frac{a}{2n\pi}.$$

Cela posé, évaluons de zéro à ∞ l'intégrale $\int \varphi(\xi+\beta^2)\,d\beta$, en calculant d'abord $\varphi(\xi+\beta^2)$ par le second membre de (45), et puis l'intégrale indéfinie par la méthode classique (après avoir substitué $c \cot 2\eta$ à ξ). Il vient, comme une différentiation immédiate permet d'ailleurs de le vérifier,

$$(48)\quad \left\{\begin{aligned} &\int_0^\beta \varphi(\xi+\beta^2)\,d\beta \\ &= \sqrt{\frac{c}{2}\cos^3\eta \sin\eta}\,\log\sqrt{\frac{(\beta\sqrt{2}+\sqrt{c \operatorname{tang}\eta})^2 + c\cot\eta}{(\beta\sqrt{2}-\sqrt{c \operatorname{tang}\eta})^2 + c\cot\eta}} \\ &\quad + \sqrt{\frac{c}{2}\sin^3\eta\cos\eta}\left(\operatorname{arc\,tang}\frac{\beta\sqrt{2}+\sqrt{c\operatorname{tang}\eta}}{\sqrt{c\cot\eta}} + \operatorname{arc\,tang}\frac{\beta\sqrt{2}-\sqrt{c\operatorname{tang}\eta}}{\sqrt{c\cot\eta}}\right), \end{aligned}\right.$$

expression finie et bien continue pour toutes les valeurs de β, quel que soit l'arc η entre zéro et $\frac{\pi}{2}$. Il suffit donc d'y faire $\beta = \infty$, et l'on a

$$(49)\qquad \int_0^\infty \varphi(\xi+\beta^2)\,d\beta = \pi\sqrt{\frac{c}{2}}\sin^{\frac{3}{2}}\eta \cos^{\frac{1}{2}}\eta.$$

Différentions deux fois par rapport à ξ, en nous souvenant que la dérivée de η en ξ est $-\frac{\varphi(\xi)}{2c}$ ou $-\frac{2}{c}\sin^2\eta\cos^2\eta$; et, si nous faisons finalement $\xi = \xi_1 = 0$, $\eta = \frac{\pi}{4}$, $\sin\eta = \cos\eta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, il viendra

$$(50)\qquad \int_0^\infty \varphi'(\xi_1+\beta^2)\,d\beta = -\frac{\pi}{4\sqrt{2c}}, \qquad \int_0^\infty \varphi''(\xi_1+\beta^2)\,d\beta = -\frac{3\pi}{8c\sqrt{2c}}.$$

Comme, d'ailleurs, on trouve aisément que $\varphi(\xi)$ vérifie, en vertu de (45), l'équation différentielle du premier ordre

$$\varphi'(\xi)^2 = \frac{4}{c^2}[\varphi(\xi)^3 - \varphi(\xi)^4]$$

et, par suite, en la différentiant, celle du second ordre

$$\varphi''(\xi) = \frac{2}{c^2}[3\varphi(\xi)^2 - 4\varphi(\xi)^3],$$

l'on a, non seulement $\varphi(\xi_1) = 1$, mais aussi $\varphi''(\xi_1) = -\frac{2}{c^2}$: et les deux formules (44) deviennent

$$(51)\quad m = \frac{\mu}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2ac}}\,\frac{\chi}{\sigma}, \quad a-\omega = \frac{3\mu}{16}\sqrt{\frac{\pi a c}{2}}\,\frac{\chi}{\sigma}; \quad \text{d'où} \quad m(a-\omega) = \frac{3\pi\mu^2}{128}\,\frac{\chi^2}{\sigma^2}.$$

En remplaçant, dans les deux premières, c par le troisième membre de (47), puis comparant les résultats aux expressions de m et de $a - \omega$ qui résultent de (38), on voit que, pour l'intumescence isolée, le coefficient d'extinction m égale la fraction $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$, ou environ les $0,886$, et, le retard $a - \omega$, les $\frac{3\sqrt{\pi}}{8} = 0,665$, de leurs valeurs respectives dans un système d'ondes périodiques dont chacune aurait sa moitié convexe de même hauteur et de même énergie que l'intumescence isolée tout entière.

Quant au produit $m(a - \omega)$, indépendant de c comme il l'est de n dans le cas d'ondes périodiques, la troisième formule (51) donne pour sa valeur, à l'intérieur d'une conduite circulaire d'un diamètre connu D (d'où $\chi = \pi D$, $\sigma = \frac{1}{4}\pi D^2$), et en se rappelant finalement que $\mu = 0,0058$,

$$(52) \qquad m(a - \omega) = \frac{3\pi\mu^2}{8D^2} = (\text{environ})\frac{0,0000396}{D^2} \quad \text{ou} \quad \frac{0,00004}{D^2}.$$

Cette formule doit être approximativement applicable à toute intumescence isolée; car une telle intumescence aura toujours sa partie antérieure (de la tête ou du front jusqu'au sommet), qui seule intervient dans les relations (44), plus ou moins ressemblante à celle de l'onde dont l'équation est (45).

Avec la valeur $m = 0,0000866$ obtenue par MM. Violle et Vauthier pour un tuyau de $0^m,7$ de diamètre (où ils ont trouvé en outre $\omega = 330^m,33$, après réduction à la température de $0°$ et à un état hygrométrique nul), cette relation donne

$$a - \omega = 0^m,94,$$

valeur du même ordre que les différences respectives des vitesses de propagation constatées par ces physiciens ou antérieurement par Regnault dans des tuyaux de divers calibres.

On en déduit $a = 330^m,33 + 0^m,94 = 331^m,3$ environ, pour la vitesse du son dans l'air libre, sec et à la température de $0°$C.

XVI. Si l'intumescence que représente à l'époque t_0 l'équation (45) conservait indéfiniment cette équation à part l'introduction, à son second membre, du facteur lentement décroissant qui

exprimerait sa *hauteur* h, son énergie totale $\mathcal{E}$, proportionnelle à $\int\gamma^2 dx$, varierait comme h^2 ou comme une exponentielle de la forme $e^{-2ma(t-t_0)}$. Le coefficient d'extinction, que j'appellerai m', *propre* à cette énergie $\mathcal{E}$, et dont l'expression à l'époque t est évidemment

$$(53) \qquad m' = -\frac{1}{\mathcal{E}}\frac{d\mathcal{E}}{a\,dt} = \frac{-1}{a\int\varphi(\xi)^2 d\xi}\frac{d}{dt}\int\gamma^2 dx,$$

aurait donc la valeur $2m$ (¹). Mais la condensation γ décroît plus vite au sommet qu'elle ne fait, du moins en général, aux autres régions de l'onde, ou autrement dit, l'intumescence s'allonge tout en devenant moins aiguë, de manière à conserver relativement plus d'énergie que de *hauteur;* et le rapport de m' à $2m$ est notablement inférieur à l'unité.

Divisons, en effet, par la première (51), la moitié du dernier membre de (53), où nous savons, d'après (46 *bis*), que

(¹) C'est justement ce qui a lieu dans le cas des mouvements pendulaires où la formule de φ est (36). Alors le dernier terme de l'équation (35), qu'on peut écrire

$$2\mu\frac{\chi}{\sigma}\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\xi)d\xi\int_0^{\infty}\varphi'(\xi+\beta^2)d\beta,$$

se simplifie, à cause de la valeur de $\varphi'(\xi+\beta^2)$, savoir

$$-\frac{2n\pi}{a}\sin\left(\frac{2n\pi\xi}{a}+\frac{2n\pi\beta^2}{a}\right) = -\frac{2n\pi}{a}\left(\sin\frac{2n\pi\xi}{a}\cos\frac{2n\pi\beta^2}{a}+\cos\frac{2n\pi\xi}{a}\sin\frac{2n\pi\beta^2}{a}\right),$$

qui donne

$$\int_0^{\infty}\varphi'(\xi+\beta^2)d\beta = -\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{n}{a}}\left(\sin\frac{2n\pi\xi}{a}+\cos\frac{2n\pi\xi}{a}\right).$$

Le produit de cette dernière expression par $\varphi(\xi)$,

$$-\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{n}{a}}\left(\frac{1}{2}\sin\frac{4n\pi\xi}{a}+\cos^2\frac{2n\pi\xi}{a}\right),$$

peut évidemment, sous le signe d'intégration relatif à ξ, être remplacé par sa valeur moyenne; ce qui permet d'en supprimer le premier terme entre parenthèses, à valeur moyenne nulle, et il reste $-\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{n}{a}}\varphi(\xi)^2$. Ainsi, le dernier terme de l'équation (35), valeur de la dérivée en t de $\int\gamma^2 dx$, devient

$$-\mu\sqrt{n\pi}\frac{\chi}{\sigma}\int\varphi(\xi)^2 d\xi;$$

et le dernier membre de (53), expression du coefficient m', est lui-même $\frac{\mu\sqrt{n\pi}}{a}\frac{\chi}{\sigma}$, justement le double de la valeur (38) de m.

$\int \varphi(\xi)^2 d\xi = \frac{1}{2}\pi c$ et où la dérivée en t de $\int \gamma^2 dx$ est réductible au dernier terme de (35). En tenant compte de la troisième relation (46) et de la formule (49) ou plutôt de celle qu'en a déduite une différentiation en ξ, il viendra, toutes réductions faites,

$$(54)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{m'}{2m} &= \frac{16}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(3\sin^{\frac{5}{2}}\eta \cos^{\frac{7}{2}}\eta - \sin^{\frac{9}{2}}\eta \cos^{\frac{3}{2}}\eta\right) d\eta \\ &= \frac{8}{\pi}\left[3\,\mathrm{B}\left(\frac{7}{4}, \frac{9}{4}\right) - \mathrm{B}\left(\frac{11}{4}, \frac{5}{4}\right)\right]. \end{aligned} \right.$$

Or les deux intégrales eulériennes figurant au troisième membre s'expriment, par la formule

$$\mathrm{B}(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)},$$

au moyen de valeurs de la fonction Γ que permettent ensuite de réduire les relations, bien connues,

$$\Gamma(4) = 1.2.3, \quad \Gamma(n) = (n-1)\Gamma(n-1), \quad \Gamma(n)\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin n\pi}.$$

Ces deux intégrales deviennent ainsi, respectivement, $\frac{5\pi}{64\sqrt{2}}$, $\frac{7\pi}{64\sqrt{2}}$, et la formule (54) donne enfin

$$(55)\quad \frac{m'}{2m} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}7 \text{ environ}, \qquad \text{ou} \qquad m' = m\sqrt{2}\ (^1).$$

---

(1) Des calculs trop longs pour trouver place ici m'ont permis de reconnaître que le coefficient d'extinction analogue, m'', propre à l'énergie de la *partie antérieure* de l'onde (depuis le front jusqu'au sommet), est

$$(56)\quad m'' = \left[\sqrt{2} + \frac{11}{3\pi} - \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\log(1+\sqrt{2})\right] m = (\sqrt{2} + 0{,}374)m \quad \text{ou} \quad 1{,}788\,m.$$

La partie antérieure s'allonge donc, mais bien moins que l'ensemble. Si l'on admet d'ailleurs que son équation se maintienne assez analogue à (45) pour permettre d'y regarder à toute époque l'intégrale $\int \gamma^2 dx$, d'après (46 *bis*), comme le produit du carré de sa hauteur h par $\frac{1}{4}\pi c$, les formules (51) et (56) conduiront assez facilement aux lois de variation de c et h exprimées par la double égalité

$$(57)\quad \sqrt{2ac} = \sqrt{2ac_0} + 0{,}106\,\frac{\mu\sqrt{\pi}}{4}\,\frac{\chi}{\sigma}\,at = \sqrt{2ac_0}\left(\frac{h_0}{h}\right)^{0{,}106},$$

c_0 et h_0 étant les valeurs, censées données, de c et de h à l'époque $t = 0$.

Donc l'onde décroît, proportionnellement, moins en énergie qu'en *hauteur* (condensation maxima); ce qui exige un accroissement de sa longueur *sensible* propre à y compenser en partie *l'abaissement* du maximum. On doit, en effet, pouvoir attribuer approximativement à l'intumescence une longueur sensible totale (tant à l'arrière qu'à l'avant du sommet), proportionnelle au quotient de l'énergie par le carré du maximum de γ. Or cette longueur *totale*, ainsi appréciée, variera ici comme l'exponentielle

$$e^{(2m-m')a(t-t_0)} = e^{(2-\sqrt{2})ma(t-t_0)} = e^{0,586ma(t-t_0)}.$$

Par conséquent, l'onde paraît s'allonger, mais moins vite qu'elle ne s'abaisse ([1]).

([1]) La réussite, quand $\varphi(\xi)$ a l'expression (45), des intégrations indiquées au dernier terme de (35), conduit à déterminer de même *approximativement* l'extinction d'une onde solitaire par la voie suivie dans mon Mémoire cité de 1878 (*Journal de Mathématiques*, t. IV, p. 362 à 364), mais en attribuant à cette onde l'équation même (45), au lieu de l'équation exacte, presque analogue,

$$\varphi(\xi) = \text{coh}^{-2}\frac{\xi}{c}, \quad \text{avec} \quad c = 2\text{H}\sqrt{\frac{\text{H}}{3h'_1}} \quad \text{et} \quad a = \omega = \sqrt{g\text{H}}.$$

Alors on introduit aisément dans l'équation (42) du Mémoire nos variables actuelles ξ et η, à la place de t et n, en observant que $\xi = x - at$, $\beta = n\sqrt{a}$, et $f(t) = \varphi(\xi)$.

Cette équation (42) devient, grâce à l'effectuation finale des calculs comme ci-dessus et après élimination de a, c,

$$\varepsilon_1 = -2\sqrt{\frac{\rho\varepsilon a}{\pi}}\,\frac{1}{\int \varphi(\xi)^2\,d\xi}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\xi)\,d\xi\int_0^{\infty}\varphi'(\xi+\beta^2)\,d\beta = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi\rho\varepsilon}{2\text{H}}\sqrt{3gh'_1}}.$$

On en déduit, pour le coefficient ε' qui figure aux équations de la p. 364, la valeur $\frac{1}{8}\sqrt{3\pi\varepsilon\sqrt[3]{\rho^2\sqrt{g}}}$, et la formule définitive (47) donnant l'énergie décroissante $\mathcal{E}$ de l'onde est

$$\sqrt[6]{\frac{\rho g}{\mathcal{E}}} - \sqrt[6]{\frac{\rho g}{\mathcal{E}_0}} = \frac{1}{16}\sqrt{\frac{\pi}{3}\,\frac{\varepsilon}{\rho g}\sqrt{g}}\int_0^x \frac{dx}{\text{H}^{\frac{9}{4}}\,l^{\frac{1}{6}}}.$$

RECHERCHES SUR LA TENSION DE LA VAPEUR D'EAU SATURÉE JUSQU'AU POINT CRITIQUE ET SUR LA DÉTERMINATION DU POINT CRITIQUE;

Par MM. L. CAILLETET et COLARDEAU.

Dans une série d'expériences faites en 1889 au laboratoire de Physique de l'École Normale supérieure (¹), nous avons été amenés à une méthode nouvelle permettant de déterminer en même temps le point critique et la loi des tensions de la vapeur saturée d'une substance quelconque.

Avec l'eau, en effet, les méthodes usuelles ne peuvent s'appliquer à cause de l'attaque du verre par ce liquide à haute température. La méthode que nous avons employée permet d'opérer sans voir le liquide et, par suite, de l'enfermer dans un tube de métal très résistant.

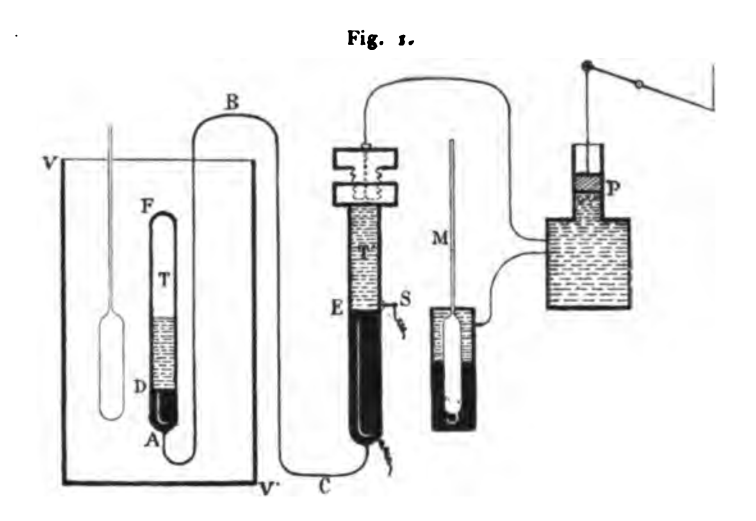
La quantité d'eau contenue dans ce tube est variable dans les diverses expériences. Elle est suffisante pour fournir de la vapeur saturée jusqu'au point critique, mais ne peut remplir totalement, par sa dilatation, l'espace qui la contient. La courbe des tensions de la vapeur saturée est toujours la même jusqu'à la température critique, quel que soit le poids du liquide. Mais, au-dessus de cette température, une courbe particulière correspond à chaque poids de liquide employé.

Ainsi que nous l'avons dit, les poids variables d'eau étaient enfermés, lors de nos expériences, dans un tube d'acier relié à un manomètre. Ce tube étant chauffé dans un bain à température élevée, le manomètre donne, pour chaque température, la pression correspondante, ce qui permet de tracer la courbe des résultats en prenant comme abscisses les températures, et, comme ordonnées, les pressions. Il est facile de s'assurer que toutes ces courbes coïncident jusqu'en un certain point dont l'abscisse, d'après ce qui précède, représente la température critique. Au delà de ce point, chaque courbe prend une direction particulière qui dépend de la quantité d'eau employée.

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 6ᵉ série, t. XVIII, octobre 1889.

Le tube d'acier T (¹) (*fig.* 1), dans lequel l'eau est contenue, a environ 15^{mm} de diamètre intérieur et une épaisseur de 5^{mm} suffisante pour résister à ces hautes pressions. La longueur de ce tube est de 20^{cm} environ. C'est cette partie de l'appareil qui est chauffée

Fig. 1.



directement dans le bain VV'. La partie inférieure de ce tube est reliée par un conduit capillaire d'acier flexible ABC à un autre tube T' également en acier, et de même diamètre que T. Enfin ce tube T' communique lui-même à un manomètre à hydrogène comprimé M et à une pompe P permettant de refouler de l'eau dans T'.

La pression de la vapeur dans le tube T est transmise au manomètre par l'intermédiaire de cette eau et d'une colonne de mercure qui occupe tout l'espace DABCE. Un fil de platine isolé S traverse la paroi de T'. Il est relié à une sonnerie électrique qui entre en jeu quand le mercure de T' vient à le toucher. Ce dispositif permet, comme on va le voir, de maintenir rigoureusement constante la capacité DF réservée, dans le tube laboratoire, au liquide et à sa

(¹) Nous nous attendions à être obligés de doubler intérieurement de platine le tube d'acier, à cause de la décomposition possible de l'eau par le fer à ces températures; mais nous n'avons jamais constaté de dégagement d'hydrogène aux températures les plus élevées réalisées au cours des expériences : sans doute, il se forme sur la paroi interne du tube une mince couche protectrice d'oxyde magnétique.

vapeur. En effet, à mesure que la température s'élève et que la pression s'accroît, le mercure tend à être refoulé de T vers T'. Dès que le fil de platine S, par un contact avec ce mercure, fait fonctionner la sonnerie, on manœuvre très lentement le piston de la pompe à compression, de façon à ramener le mercure toujours au même niveau indiqué par l'arrêt de la sonnerie.

Le bain liquide employé en premier lieu pour le chauffage du tube-laboratoire était le mercure. Dès nos premières expériences, nous avons reconnu que le point d'ébullition de ce liquide est inférieur à la température critique de l'eau. Nous avons eu alors recours à un bain formé d'un mélange à parties égales de nitrate de soude et de potasse. Ce mélange, notablement plus fusible que chacun de ses éléments, est liquide à partir de 220° et permet de dépasser facilement la température de 400°.

Ce bain était chauffé par plusieurs couronnes de gaz. Pour faire une observation, on réglait le gaz de façon à obtenir une température stationnaire et l'on agitait énergiquement le bain pour uniformiser cette température. Amenant alors, par une manœuvre convenable de la pompe, le contact du mercure en S, on lisait simultanément la pression au manomètre et la température aux divers thermomètres. Nous avons employé successivement un thermomètre à air et deux thermomètres à mercure, construits de façon à pouvoir mesurer des températures supérieures à 400°.

Les résultats obtenus sont consignés dans la courbe ci-jointe (*fig.* 2). La température à laquelle commencent nos expériences est de 230° environ. Celle à laquelle Regnault s'était arrêté dans la détermination des tensions maxima de la vapeur d'eau est de 230°. On voit que notre courbe se raccorde exactement à celle de Regnault et que l'intervalle AB, de 224° à 230°, est un arc commun à ces deux courbes.

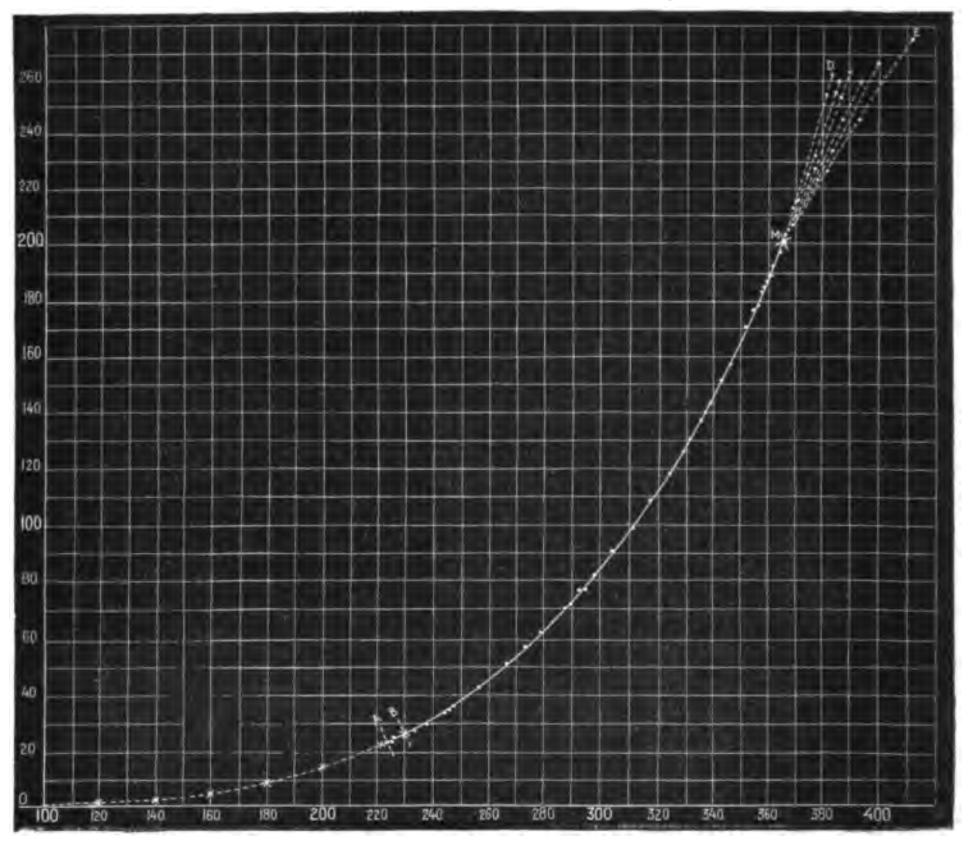
Les points qui ont servi au tracé de cette figure sont au nombre de soixante environ. Ils ont été obtenus au moyen de six séries d'expériences réalisées avec autant de poids d'eau différents dans le tube laboratoire T. Les six courbes obtenues séparément dans chaque série coïncident jusqu'au point qui correspond sensiblement à l'abscisse 365°. A partir de là les six courbes divergent nettement et chacune d'elles prend une direction particulière.

Nous devons en conclure que la température critique de l'eau,

déterminée par l'abscisse du point de divergence, est de 365°.

Sur la figure, l'ordonnée qui correspond au même point et qui détermine la pression critique donne, pour celle-ci, la valeur de $200^{atm},5$.

Fig. 2.



OB, courbe de Regnault construite jusqu'à 230°.
AM, courbe des tensions de la vapeur d'eau saturée, de 223° au point critique.
M, point critique.
DME, faisceau des courbes divergentes au delà du point critique.

On peut se demander ce qui arriverait si la quantité de liquide sur laquelle on opère venait à remplir totalement le tube par sa dilatation ou à être complètement vaporisée avant d'avoir atteint le point critique. On se rend compte facilement que, dans le pre-

mier cas, à partir de l'instant où le tube sera entièrement rempli, la pression s'élèvera avec une très grande rapidité. On aura une courbe qui se détachera de celle des tensions de la vapeur saturée avant le point qui correspond à la température critique et qui s'élèvera plus rapidement qu'elle. Dans le second cas, où la quantité de liquide serait insuffisante, la courbe passerait au-dessous de celle des tensions de la vapeur saturée.

Si l'on définit le point critique comme étant celui où les courbes bien connues d'Andrews présentent un point d'inflexion où la tangente est horizontale, il est facile de se rendre compte qu'à chaque poids de matière employée correspond, vers la pression critique, un volume critique bien déterminé. Par suite, dans nos expériences où le même volume contient successivement des quantités différentes de matières, c'est l'un ou l'autre des cas qui viennent d'être examinés qui se présente toujours (¹). C'est pourquoi, dans le faisceau des courbes divergentes de la figure, on en trouve qui passent au-dessus du prolongement de la courbe des tensions de la vapeur saturée, tandis que les autres restent au-dessous.

On conçoit donc que, si l'on faisait varier dans de trop larges limites les quantités de liquide en expérience, les courbes cesseraient de se séparer sensiblement d'un point unique : leurs points de divergence se trouveraient répartis, sur la courbe, suivant un arc d'une certaine longueur dont l'extrémité supérieure serait le point critique, et qui donnerait une figure ayant l'aspect d'une barbe de plume.

L'expérience doit donc être conduite de façon que les quantités d'eau employées varient entre des limites assez restreintes.

Nous avons constaté, dans la construction de nos courbes, tout ce qui vient d'être expliqué. Il était utile de ne conserver, pour la clarté de la figure, que les courbes dont les points de divergence étaient suffisamment rapprochés pour correspondre sensiblement à un point unique sur le dessin. Ce sont alors les coordonnées de ce point qui nous ont fourni les éléments critiques.

(¹) A moins que, par l'effet du hasard, le volume critique du poids de matière employé ne soit précisément égal au volume du tube-laboratoire. On aurait alors une courbe qui serait le prolongement exact de la courbe des tensions de la vapeur saturée.

Pour nous assurer de l'exactitude de notre méthode, nous avons cherché à la vérifier sur un corps dont le point critique fût déjà connu. En examinant les Mémoires de Cagniard-Latour, nous avons précisément trouvé deux expériences faites par lui sur l'éther, avec des rapports différents entre la capacité du tube et le poids de liquide employé. Dans ces expériences, en même temps que les températures, les pressions avaient été mesurées, au moins d'une façon approximative, en atmosphères, à l'aide d'un manomètre à air comprimé. Ces conditions, réalisées sans aucune idée préconçue, se trouvent être précisément celles de nos expériences. Nous avons donc pu construire, *avec les seules données de Cagniard-Latour,* deux courbes. Nous avons constaté que, parallèles entre elles jusqu'à la température d'environ 190°, elles divergent ensuite l'une de l'autre de la manière la plus nette. L'ordonnée du point de divergence correspondrait à la pression de 38^{atm}. On sait que les valeurs de la température et de la pression critiques admises aujourd'hui pour l'éther sont sensiblement égales à celles ainsi déterminées par les expériences de Cagniard-Latour.

La courbe expérimentale des tensions de la vapeur saturée ainsi obtenue, il était important de la comparer aux données théoriques actuellement connues. On sait que divers physiciens, et en particulier Clausius (¹), ont établi des relations mathématiques entre la loi des tensions des vapeurs saturées, et les lois de compressibilité sous les deux états liquide et gazeux.

D'après la théorie de Clausius, la tension P d'une vapeur saturée serait rattachée à la température absolue T, par la relation que l'on obtiendrait en éliminant σ et s entre les trois équations suivantes

$$\frac{P}{RT} = \frac{1}{s-\alpha} - \frac{1}{\theta(s+\beta)^2},$$

$$\frac{P}{RT} = \frac{1}{\sigma-\alpha} - \frac{1}{\theta(\sigma+\beta)^2},$$

$$\frac{P}{RT}(s-\sigma) = \log\frac{s-\alpha}{\sigma-\alpha} - \frac{1}{\theta}\left(\frac{1}{s+\beta} - \frac{1}{\sigma+\beta}\right).$$

α, β, R sont trois constantes dépendant de la nature de la sub-

(¹) *Annalen der Chemie und Physik*, nouvelle série, t. XIV, p. 279; 1881. Traduction française, *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XXX, p. 433; 1883.

stance étudiée. Θ est une fonction à laquelle Clausius a été conduit à donner la forme $\left(\frac{1}{\Theta} = \frac{a}{T^n} - b\right)$, a, b, n étant trois constantes dépendant aussi de la nature du corps étudié.

L'élimination de s et σ entre les trois équations précédentes est impossible. Mais, par des changements de variables et des artifices convenables, Clausius a néanmoins rendu possible le calcul numérique des valeurs de P, correspondant à chaque valeur de T. Des Tables numériques, dressées par lui, facilitent beaucoup ce calcul et permettent même de le faire sans connaître les deux constantes α, β, à la condition de connaître la température et a pression critiques du corps étudié. Dans ces conditions, il ne reste que les trois constantes a, b, n à déterminer. Les expériences que l'on vient de décrire ont donné, pour l'eau, les valeurs

$$a = 4033,869, \qquad b = 0,8320, \qquad n = 1,1918.$$

La comparaison entre les valeurs de P calculées par ces formules et celles fournies par l'expérience a donné une concordance très satisfaisante. Sur la *fig.* 2, ci-jointe, il serait impossible, avec l'échelle adoptée, de tracer séparément la courbe théorique auprès de la courbe expérimentale, car toutes deux seraient comprises dans l'épaisseur du trait du dessin.

M. Bertrand (¹) a été conduit, par d'autres considérations théoriques, à représenter les tensions de la vapeur d'eau saturée par une formule de la forme

$$P = G\frac{T^a}{(T + 127)^b}.$$

Les expériences faites sur l'eau ont donné les valeurs suivantes des trois constantes

$$a = 57,074, \qquad b = 59,572, \qquad \log G = 14,00527.$$

Cette formule donne, pour la comparaison entre le calcul et l'expérience, une approximation qui ne diffère pas beaucoup de celle obtenue avec la fonction de Clausius.

Le Tableau numérique suivant contient les résultats de ces

(¹) J. BERTRAND, *Thermodynamique*, Chap. IX. Paris, 1887.

comparaisons pour des températures espacées de 25° en 25° à partir de 100° jusqu'au point critique.

Températures centigrades.	Tensions de la vapeur saturée observées.	calculées. Clausius.	M. Bertrand.
°	atm	atm	atm
100	1,0	1,0	1,0
125	2,2	2,3	2,2
150	4,7	4,7	4,5
175	8,8	8,6	8,4
200	15,3	15,1	14,8
225	25,1	25,2	24,6
250	39,2	39,5	38,9
275	59,4	59,3	59,1
300	86,2	86,2	86,2
325	121,6	121,6	122,0
350	167,5	167,3	167,8
365	200,5	200,5	200,5

Dans les expériences qui viennent d'être décrites, le manomètre à hydrogène comprimé n'a servi que d'intermédiaire, et les pressions ont été mesurées à l'aide du manomètre de la tour Eiffel, sur lequel le manomètre à hydrogène a été directement étalonné.

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DU PRINCIPE D'ARCHIMÈDE. MÉTHODE GÉNÉRALE;

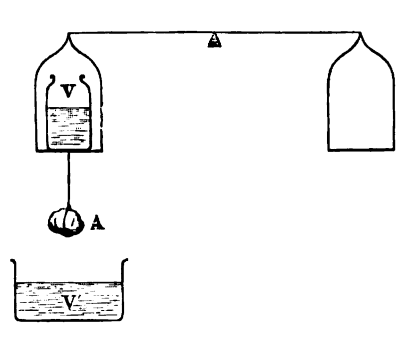
PAR M. ÉM. PAQUET.

La vérification du principe d'Archimède par la méthode ordinaire (expérience des deux cylindres) manque de généralité : elle n'est réalisable que si le corps immergé a la forme cylindrique. La méthode suivante, tout à fait générale, s'applique au cas des corps de forme quelconque. Elle est plus simple ou plus directe que celles qui ont été proposées jusqu'ici, et elle n'exige aucun autre instrument spécial qu'une balance hydrostatique.

On effectue d'abord l'opération préliminaire suivante. Dans un vase quelconque V (*fig.* 1) on introduit le corps A qu'on veut soumettre à l'expérience (attaché à un fil métallique fin qui ser-

vira, soit à extraire ce corps A du vase, soit à le suspendre sous le plateau de la balance). On achève de remplir le vase avec de l'eau; après quoi on enlève le corps : il reste alors dans le vase V un vide dont le volume est justement égal à celui du corps A.

Fig. 1.



Cela fait, on place le vase V sur l'un des plateaux d'une balance hydrostatique, et au-dessous de ce plateau on accroche le corps A; on fait équilibre au tout par une tare. Si alors on abaisse le fléau de la balance de manière à faire plonger complètement A dans l'eau d'un vase V′ installé au-dessous, on constate que, pour rétablir l'équilibre rompu par l'immersion, il suffit d'achever de remplir le vase V avec de l'eau. *La poussée,* égale au poids de l'eau ajoutée, *est donc égale au poids du liquide déplacé,* puisque le corps A déplace autant d'eau qu'il en manquait dans le vase V, ou qu'on en a ajouté pour le remplir.

La même méthode permet de vérifier expérimentalement, avec autant de simplicité, cette première condition d'équilibre des corps flottants, que le poids total du corps qui flotte est égal au poids du liquide qu'il déplace.

K. FEUSSNER et St. LINDECK. — Metallegirungen für electrische Widerstände (Alliages pour la construction des bobines de résistance); *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, t. IX, p. 233; 1889.

Les plus intéressants des alliages étudiés par les auteurs sont le *Patent-Nickel* de la maison Basse et Selve, à Altena, et les alliages

manganésifères fournis par la Isahellenhütte, à Dillenbourg. Le premier contient environ 76 pour 100 de cuivre et 25 pour 100 de nickel, avec de petites quantités de Zn, Fe, Co, Mn; ce dernier est introduit dans la coulée pour réduire l'oxyde de cuivre (1); les autres métaux s'y trouvent comme impuretés. Sa résistance spécifique est de 33 microhms-centimètres, et son coefficient de variation est égal à 0,00020. Les variations avec le temps sont beaucoup plus faibles pour le patent-nickel que pour le maillechort et la nickeline. La variabilité de ces derniers alliages est attribuée par les auteurs à leur teneur élevée en zinc. L'alliage 70 Cu, 30 Mn a une résistance spécifique de 100,6 et un coefficient de variation égal à 0,00004; pour l'alliage 73 Cu, 3 Ni, 24 Mn, ces nombres deviennent 47,7 et — 0,00003. Les auteurs se proposent de mélanger ces deux alliages pour chercher à atteindre un coefficient de variation sensiblement nul. CH.-ED. GUILLAUME.

ZEITSCHRIFT FÜR INSTRUMENTENKUNDE;

T. X, 1890.

K. FEUSSNER. — La construction des étalons de résistance destinés à l'Institut physicotechnique impérial, p. 6 et 425.

Les bobines de 10000 ohms à 0,1 ohm faites avec un fil de *Patent-Nickel* de $0^{mm},06$ à $1^{mm},60$ de diamètre se composent d'une ou au maximum deux couches enroulées sur un cylindre de laiton, puis vernies à la gomme laque et séchées à 130°. Les extrémités du fil sont soudées à l'argent aux tiges de contact.

La bobine est introduite dans une boîte remplie avec de l'essence minérale; un thermomètre en occupe le centre. Les boîtes sont placées dans des auges où elles restent plongées dans de l'essence. Le couplage a lieu à l'aide de godets à mercure en cuivre rouge.

---

(1) Ce procédé de réduction a été breveté par le fabricant, d'où le nom donné à l'alliage; cette réduction de l'oxyde a pour effet de rendre le métal très malléable.

Pour les résistances comprises entre 0,02 ohm et 0,001 ohm on emploie des lames ondulées montées en dérivation sur de fortes plaques de cuivre; le tout est immergé dans une caisse pleine d'essence, qui peut être refroidie par un courant d'eau circulant dans un serpentin. Un fil parasite permet de prendre la différence de potentiel entre les deux plaques de cuivre.

Les expériences poursuivies sur les alliages manganésifères ont montré qu'ils varient peu avec le temps, et qu'ils sont particulièrement favorables à la construction des étalons de résistance.

SCHOTT. — L'effet du refroidissement sur les propriétés optiques du verre et la fabrication des lentilles comprimées, p. 41.

Le refroidissement naturel des fours est trop rapide pour que le verre prenne son équilibre moléculaire; mais on arrive à obtenir des verres optiques parfaitement isotropes par un refroidissement artificiel prolongé pendant plusieurs semaines. Le procédé employé depuis longtemps en France, qui consiste à mouler des lentilles et à les achever ensuite par un polissage, donne de bons résultats si l'on a soin de recuire les verres pendant un temps suffisamment étendu.

H.-F. WICHE et A. BÖTTCHER. — Comparaison du thermomètre à air avec des thermomètres en verre d'Iéna pour des températures comprises entre 100° et 300°, p. 6 et 233.

Le thermomètre à air se compose d'un réservoir en verre d'Iéna, relié à un manomètre dans lequel la hauteur du mercure peut être réglée à volonté par le mouvement d'une plaque flexible refoulant le mercure. La pression atmosphérique est mesurée au moyen d'un anéroïde comparé au baromètre normal. Le volume du gaz est limité par l'affleurement du mercure à une pointe centrée dans le tube fermé du manomètre. Le réservoir contenait primitivement $183^{cm^3},463$; un recuit à 450° le réduisit à $183^{cm^3},050$; l'espace nuisible occupait environ 1 pour 100 de ce volume. Le coefficient de dilatation de l'air entre 0° et 100° a été trouvé égal à 0,0036706, sous une pression initiale de 875^{mm}.

L'intervalle fondamental des thermomètres à mercure a été déterminé avant et après les comparaisons aux températures supé-

rieures à 100°; ces comparaisons ont été faites dans des vapeurs de diverses substances.

Les auteurs ont fait trois séries de mesures, respectivement à 8, 11 et 17 températures; la troisième, qui paraît la plus probable conduit à la formule

$$t - T = +28,0.10^{-6}t(100-t) + 299.10^{-9}t(100-t)^2,$$

dans laquelle t représente la température lue au thermomètre à mercure, T la température donnée par le thermomètre à air.

L'extrapolation, entre 0° et 100°, au moyen de cette formule, montre que les thermomètres en verre d'Iéna ont, à 40°, un excès de 0°,110 sur le thermomètre à air, tandis que les thermomètres en verre dur divergent, d'après M. Chappuis, de 0°,057 au maximum. Les thermomètres en verre d'Iéna seraient donc en avance sur les thermomètres en verre dur, entre 0° et 100° (*voir* plus bas).

H. FUSCHE. — Nouvelles comparaisons entre des thermomètres de verres différents, entre 0° et 100°, p. 435.

Divers thermomètres en verre de Thuringe, verre d'Iéna, cristal anglais, sont comparés entre eux, et avec un thermomètre en verre dur précédemment étudié au Bureau international des Poids et Mesures. Les comparaisons sont faites dans l'eau jusqu'à 55°. et dans des vapeurs entre 60° et 96°. Les thermomètres de même verre concordent de très près.

L'excès des thermomètres en verre de Thuringe sur le thermomètre à air, déduit des comparaisons avec les thermomètres en verre d'Iéna, est donné par

$$t - T = 25,2.10^{-6}t(100-t) + 600.10^{-9}t(100-t)^2,$$

et pour le cristal anglais

$$t - T = -60,5.10^{-6}t(100-t) + 684.10^{-9}t(100-t)^2.$$

La comparaison directe avec le thermomètre en verre dur donne des écarts insignifiants.

La plus forte erreur résiduelle de la formule pour les thermomètres anglais est 0°,055.

W. MARCK. — Relation entre divers thermomètres, p. 283.

La comparaison de divers thermomètres, réduits à l'échelle normale par l'intermédiaire d'un thermomètre Tonnelot en verre dur, a donné comme excès maximum sur l'échelle invariable :

Pour un thermomètre Alvergniat en verre..........	0,098	à 40
» » » en cristal..........	0,134	à 40
» » en verre d'Iéna...............	0,111	à 40
» » » de Thuringe (1830)...	0,216	à 50
» » » » (1888)...	0,180	à 50

tandis que le thermomètre Tonnelot donne 0°,107 à 40°.

Les comparaisons ci-dessus ont servi à rapporter les températures de divers thermomètres à l'échelle de l'hydrogène, nouvellement adoptée dans le service austro-hongrois des Poids et Mesures.

Je mentionnerai encore les résultats d'un travail exécuté en 1885, et qui a fait l'objet d'un rapport au Comité international des Poids et Mesures; le détail en sera publié ultérieurement.

Deux thermomètres en verre d'Iéna, deux thermomètres en cristal anglais, et deux étalons en verre dur ont été comparés entre eux entre 0° et 50°; on a trouvé

$$t_I - t_v = t(100 - t)(3,55 - 0,0655\,t)\,10^{-6}.$$
$$t_{cA} - t_v = t(100 - t)(-47,85 + 0,0,64\,t)\,10^{-6},$$

et, pour la réduction du thermomètre à hydrogène, d'après les comparaisons de M. Chappuis,

$$t_I - T_H = t(100 - t)(65,405 - 0,5390\,t + 0,00116\,t^2)\,10^{-6},$$
$$t_{cA} - T_H = t(100 - t)(14,004 - 0,4671\,t + 0,00116\,t^2)\,10^{-6}.$$

La première formule montre que le maximum des écarts entre les thermomètres en verre d'Iéna et en verre dur a lieu à 22°,5; il est de 0°,0036. Les thermomètres en verre d'Iéna ont montré une concordance parfaite, les instruments en cristal anglais, qui étaient de construction très différente, ont donné une divergence systématique atteignant 0°,01.

W. JORDAN. — Comparaison de deux thermomètres hypsométriques avec des baromètres.

Les deux baromètres différaient en moyenne de $1^{mm},58$, avec une erreur moyenne de $\pm 0^{mm},25$ et un écart de $0^{mm},52$, pour les thermomètres hypsométriques, vérifiés à l'Institut physicotechnique de l'empire d'Allemagne. CH.-ED. GUILLAUME.

I. KLEMENČIČ. — Ueber den Glimmer als Dielektricum (Sur les propriétés diélectriques du mica); *Sitzungsb. der Kais. Akad. der Wissensch. in Wien*, t. XCVI; 1887.

M. Klemenčič a étudié simultanément un condensateur en mica de $0^{mf},15$ construit par Max Rafael, de Breslau, et deux plaques de mica de même provenance, de 20^{cm} de côté et d'épaisseurs respectivement égales à $0^{cm},00508$ et $0^{cm},00108$. Ces dernières plaques étaient armées de la manière suivante : une plaque de fer bien plane était cuivrée par voie électrolytique, puis amalgamée et servait de support à la plaque du mica; au-dessus on plaçait un cylindre creux de fer, dans lequel on introduisait du mercure.

Les plaques ont surtout servi à déterminer la constante diélectrique dont la valeur est, d'après M. Klemenčič, $k = 6,64$ [1].

Le résidu a été déterminé de préférence sur le condensateur de $0^{mf},15$. M. Klemenčič se borne à annoncer que la décharge, mesurée au bout de $0^{s},007$, s'accroît de 1,8 pour 100, quand la durée de charge varie de $0^{s},002$ à 1200^{s} [2].

---

(1) Mes expériences sur le mica employé par M. Carpentier donnent $k = 8,00$ (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXII, p. 931).

(2) Dans les mêmes limites de durée, la variation de la charge du microfarad de M. Carpentier que j'ai étudié est de 4,44 pour 100 (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CX, p. 1362); mais le procédé de M. Klemenčič doit donner un résultat trop faible, car ce savant ne mesure que l'excès de charge disponible pendant la durée d'oscillation de son galvanomètre et à travers une résistance déterminée.

Enfin l'auteur attribue au mica une résistance spécifique au moins égale à 6.10^{21} fois celle du mercure ([1]).

E. Bouty.

K. OLZEWSKI. — Ueber das Absorptionspectrum und über die Farbe des flüssigen Sauerstoffs (Sur le spectre d'absorption et sur la couleur de l'oxygène liquide): *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 663; 1891.

Dans un travail antérieur ([2]), l'auteur avait assigné à l'oxygène liquide un spectre d'absorption dont les bandes correspondaient aux longueurs d'onde 628, 577, 535 et 480. Il a pu récemment obtenir une masse d'oxygène liquide de 50mm d'épaisseur et, en interposant un verre rouge devant la fente du spectroscope, il a observé, outre les bandes ci-dessus, une bande diffuse correspondant à la raie A de Fraunhofer. MM. Liveing et Dewar, puis M. Egoroff, M. Janssen ont aperçu cette bande, ainsi qu'une autre correspondant à la raie B, dans le spectre de l'oxygène gazeux. M. Olzewski n'a pas aperçu cette dernière bande.

L'oxygène liquide qui, sous de faibles épaisseurs, paraît incolore présente, sous une épaisseur de 15mm au moins, une teinte bleue très distincte qu'il est impossible, d'après M. Olzewski, d'attribuer à la présence d'impuretés telle que l'ozone par exemple. Il eût été surprenant qu'un liquide dont le spectre d'absorption est si net se trouvât réellement incolore.

M. Olzewski pense que la couleur bleue du ciel doit être attribuée en partie à l'oxygène de l'atmosphère. E. Bouty.

B. WALTER. — Eine charakteristiche Absorptionserscheinung des Diamanten (Absorption caractéristique du diamant); *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 505; 1891.

Beaucoup de diamants incolores, mais tout spécialement les diamants jaunes, présentent une bande fine d'absorption, $\lambda = 415,5$,

---

([1]) D'après mes propres expériences (*Journal de Physique*, 2e série, t. XI, p. 291), cette résistance est au moins égale à $4,2.10^{11}$ fois celle du mercure.

([2]) *Wien. Ber.*, II Abth., p. 253; 1887.

qui, d'après l'auteur, n'appartient pas au carbone cristallisé, mais à une matière étrangère plus abondante dans les diamants jaunes que dans les diamants incolores, peut-être le samarium.

E. Bouty.

B. WALTER. — Ueber das α-Monobromnaphtalin (Sur la monobromonaphtaline α); *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 511; 1891.

La monobromonaphtaline α ne jouit pas seulement d'un énorme pouvoir dispersif : elle est encore particulièrement transparente pour les radiations ultra-violettes. On a pu photographier le spectre ultra-violet jusqu'au delà de N, à travers une couche épaisse de cette substance.

Voici, d'après M. Walter, les indices de la monobromonaphtaline α :

A	1,64051
a	1,64367
B	1,64368
C	1,64948
D	1,65820
E	1,67049
F	1,68195
H_γ	1,70410
G	1,70595
H_δ	1,71855
H	1,72893

H_γ et H_δ sont des raies de l'hydrogène.

L'indice relatif à la raie D diminue de 0,00048 par degré.

E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXIII; juillet 1891.

Otto Wiener. — *Ondes stationnaires et direction de la vibration de la lumière polarisée*, p. 387.

TABLE DES MATIÈRES.

JUILLET 1891.

15352 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON, RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — AOUT 1891.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* parait chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

SUR LE PRINCIPE DU RETOUR DES RAYONS ET LA RÉFLEXION CRISTALLINE;

PAR M. A. POTIER.

Le principe du retour inverse des rayons lumineux ne s'applique pas seulement à leur direction. Lorsque, à travers un système optique quelconque, une source A d'éclat intrinsèque 1 produit en un point B un éclairement e, une source de même éclat, placée en B, produira le même éclairement en A; et il en est toujours ainsi tant que les rayons lumineux n'ont pas à traverser une matière soumise à une force magnétique, ou à se réfléchir sur elle. La vérification de ce principe est très facile lorsque l'éclairement e est nul; lorsque la lumière A est polarisée, et que, au moyen d'un compensateur et d'un analyseur, on arrive à l'éteindre en B, la lumière émanée de B, traversant en sens contraire l'analyseur, le compensateur, et arrivant en A après avoir subi, en sens contraire, les mêmes réflexions, réfractions ou diffractions, et traversé le polariseur, sera éteinte; si la lumière traversant le système dans la première direction n'est pas éteinte, mais seulement colorée, on retrouvera la même teinte, en renversant la direction des rayons lumineux à travers tout le système, ce qui montre que les intensités des diverses radiations sont affectées dans le même rapport, quel que soit le sens de la marche des rayons.

L'expérience réussit si la lumière a subi des réflexions sur des substances cristallines même opaques, comme le sulfure d'antimoine, ou des réfractions dans des cristaux colorés ou non, bichromate de potasse, plomb carbonaté, et encore dans les conditions où la réflexion produit une polarisation elliptique notable.

Je me propose de montrer que les formules, établies par Mac Cullagh pour la réflexion cristalline, satisfont à cette condition, entrevue par Neumann pour le spath, énoncée d'une manière générale par M. Cornu, sans démonstration et pour la réflexion seulement. Je désignerai par p, p' des quantités proportionnelles à la racine carrée de l'intensité, dans l'air, ou le milieu isotrope entourant le cristal, par ϖ, ϖ_1 ... les quantités analogues dans le cristal; par ε l'angle du plan de polarisation et du plan d'incidence, le plan de polarisation étant normal à la surface de l'onde

et perpendiculaire au plan de la normale d'onde et du rayon dans le cristal; par la lettre j l'angle de la normale d'onde avec la normale à la surface réfléchissante prise dans le milieu réfringent, angle positif pour les ondes incidentes et réfractées, négatif pour les ondes réfléchies, et par les lettres λ, μ, ν, ρ les quantités

$$\lambda = \cos j \sin\varepsilon - \operatorname{tang}\delta \sin j, \qquad \rho = \frac{\sin\varepsilon}{\sin j}, \qquad \mu = \cos\varepsilon, \qquad \nu = \cos\varepsilon \cot j;$$

δ est l'angle du rayon et de la normale d'onde, tandis que les lettres i, l, m, n, r auront le même sens pour le milieu isotrope où $\delta = 0$.

Les équations qui déterminent la compatibilité des mouvements lumineux des deux côtés de la surface réfléchissante sont

$$\Sigma lp = \Sigma\lambda\varpi, \qquad \Sigma mp = \Sigma\mu\omega, \qquad \Sigma np = \Sigma\nu\varpi, \qquad \Sigma rp = \Sigma\rho\varpi.$$

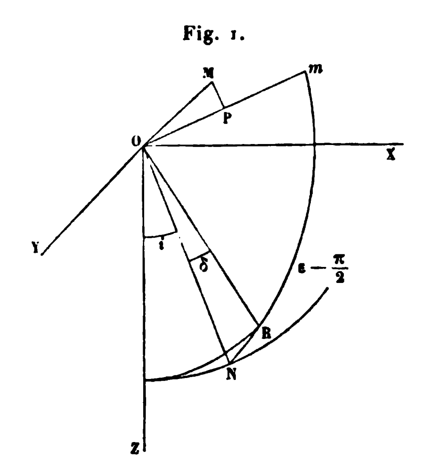
Elles sont au nombre de quatre et suffisent par conséquent à la résolution du problème ordinaire de la réflexion qui comporte quatre inconnues, amplitude et azimut du réfléchi, amplitude des deux réfractés, si la réflexion a lieu sur le milieu cristallin, amplitude et azimut du réfracté, amplitudes des deux réfléchis, si la réflexion a lieu dans le cristal.

Ces équations peuvent se déduire de celle de Mac Cullagh et conduisent aux mêmes valeurs, pour les azimuts et intensités relatives dans l'air; elles se déduisent encore plus simplement des théories de MM. Boussinesq et Sarrau ou de la théorie électromagnétique; l'expérience les a vérifiées.

Pour montrer qu'elles satisfont aux conditions imposées par le principe général du retour des rayons, il est nécessaire d'établir une relation entre les coefficients λ, μ, ν, ρ de deux ondes perpendiculaires au plan d'incidence; celui-ci sera pris comme plan des xz, et la surface réfléchissante comme plan des xy, l'axe des z dirigé vers le bas. L'origine est le centre d'un premier ellipsoïde inverse, dont les axes sont les inverses des vitesses principales, et d'un second ellipsoïde dont les axes sont ces vitesses mêmes; à un point x, y, z du premier correspond un point X, Y, Z du second, dont le plan tangent, perpendiculaire à la ligne qui joint O à (x, y, z) ou m, coupe cette ligne à une distance P de l'origine telle que $Om.OP = 1$.

La section du premier ellipsoïde qu'admet Om comme axe est perpendiculaire au plan OMm, une onde parallèle à cette section se propage avec la vitesse OP, le rayon est dans le plan de la normale d'onde ON, de Om et de OM, perpendiculaire à OM ; la droite PM

Fig. 1.



est parallèle à la normale d'onde, par suite au plan xz, et fait l'angle i avec l'axe des z ; enfin le plan NOm, fait avec le plan d'incidence l'angle $\varepsilon - \frac{\pi}{2}$; on en conclut les valeurs de x, y, z

$$(1)\quad x = Om \sin\varepsilon \cos j, \qquad y = -Om\cos\varepsilon, \qquad z = -Om\sin\varepsilon\sin j;$$

les coordonnées du point P s'obtiendront en remplaçant Om par OP, et, comme PM est égal à $OP\tang\delta$, on aura

$$(2)\quad \begin{cases} X = OP(\sin\varepsilon\cos j - \tang\delta\sin j), \\ Y = -OP\cos\varepsilon, \\ Z = -OP(\sin\varepsilon\sin j - \tang\delta\cos j). \end{cases}$$

Si l'on considère une seconde onde, correspondant à un point m' du premier ellipsoïde, elle donnera lieu à des équations identiques ; on représentera par les mêmes lettres accentuées les éléments de cette nouvelle onde.

Or, entre les coordonnées des quatre points m, M, m', M', existe la relation

$$(3)\quad x'X + y'Y + z'Z = xX' + yY' + zZ';$$

cette identité résulte de ce que, si $2\Omega = 1$ est l'équation du premier ellipsoïde, Ω étant une fonction homogène du deuxième degré en xyz, on a

$$X = \Omega'_x, \qquad Y = \Omega'_y, \qquad \ldots,$$

et que l'on a identiquement

$$x'\Omega'_x + y'\Omega'_y + z'\Omega'_z = x\Omega'_{x'} + y\Omega'_{y'} + z\,\Omega'_{z'}.$$

En substituant dans (3) les valeurs des coordonnées, tirées de (1) et (2), il vient

$$\begin{aligned} Om'.OP[&\sin\varepsilon\sin\varepsilon'\cos(j+j') + \cos\varepsilon\cos\varepsilon' - \tang\delta\sin\varepsilon'\sin(j-j')] \\ = Om.OP'[&\sin\varepsilon\sin\varepsilon'\cos(j+j') + \cos\varepsilon\cos\varepsilon' - \tang\delta'\sin\varepsilon\sin(j'-j)]. \end{aligned}$$

Observant que $Om'.OP' = OmOP = 1$ et que OP, OP' sont les vitesses de propagation des deux ondes, on obtient la relation générale

$$\begin{aligned} &(V^2 - V'^2)[\sin\varepsilon\sin\varepsilon'\cos(j+j') + \cos\varepsilon\cos\varepsilon'] \\ &\quad -(V^2\tang\delta\sin\varepsilon' + V'^2\tang\delta'\sin\varepsilon)\sin(j-j') = 0. \end{aligned}$$

Cette relation se simplifie si l'on considère deux ondes correspondantes à des incidences égales, de *même* signe ou de signe *contraire* dans le milieu isotrope extérieur; V^2, V'^2 sont alors proportionnels à $\sin^2 j$ et $\sin^2 j'$; en remplaçant V^2 par $\sin^2 j$, V'^2 par $\sin^2 j'$ et divisant par $\sin(j-j')$, l'équation ci-dessus devient

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} &\sin(j+j')[\sin\varepsilon\sin\varepsilon'\cos(j+j') + \cos\varepsilon\cos\varepsilon'] \\ &\qquad - \sin^2 j\tang\delta\sin\varepsilon' - \sin^2 j'\tang\delta'\sin\varepsilon = 0, \end{aligned}\right.$$

qui peut encore s'écrire

$$(5)\qquad \lambda\rho' + \lambda'\rho + \mu\nu' + \nu\mu' = 0.$$

La relation (4) a été déduite par Mac Cullagh de la combinaison du principe des forces vives et de ses principes de continuité, mais seulement pour les deux ondes issues d'une même onde incidente; on voit qu'elle est plus générale et s'applique à deux quelconques des quatre ondes auxquelles peuvent donner naissance, dans le cristal, deux ondes extérieures, tombant sous la même incidence, d'un côté ou de l'autre de la normale.

Réflexion sur un cristal. — Ceci posé, supposons une onde in-

cidente sous l'angle $+i$ dans le milieu isotrope, et affectons les indices 1 et 2 aux ondes réfractées auxquelles elle donne naissance; p et p' seront les amplitudes, α et α' les azimuts des lumières incidentes et réfléchies; les équations de condition seront

$$(6) \qquad (p \sin\alpha + p' \sin\alpha') \cos i = \lambda_1 \varpi_1 + \lambda_2 \varpi_2,$$

$$(7) \qquad (p \sin\alpha - p' \sin\alpha') \frac{1}{\sin i} = \rho_1 \varpi_1 + \rho_2 \varpi_2,$$

$$(8) \qquad (p \cos\alpha + p' \cos\alpha') \qquad = \mu_1 \varpi_1 + \mu_2 \varpi_2,$$

$$(9) \qquad (p \cos\alpha - p' \cos\alpha') \cot i = \nu_1 \varpi_1 + \nu_2 \varpi_2.$$

L'élimination de ϖ_1, ϖ_2 fera connaître p' et α' en fonction de p et α; il suffit de multiplier ces équations respectivement par ρ_3, λ_3, ν_3, μ_3, ou par ρ_4, λ_4, ν_4, μ_4, en ayant égard à l'équation (5), les indices 3 et 4 se rapportant aux ondes excitées par un faisceau incident sous l'incidence $(-i)$.

Soit maintenant un faisceau incident sous l'incidence $(-i)$, d'amplitude p_1 et d'azimut α_1, donnant naissance à un réfléchi (p'_1, α'_1); on aura

$$(10) \qquad (p_1 \sin\alpha_1 + p'_1 \sin\alpha'_1) \cos i = \lambda_3 \varpi_3 + \lambda_4 \varpi_4,$$

$$(11) \qquad -(p_1 \sin\alpha_1 - p'_1 \sin\alpha'_1) \frac{1}{\sin i} = \rho_3 \varpi_3 + \rho_4 \varpi_4,$$

$$(12) \qquad (p_1 \cos\alpha_1 + p'_1 \cos\alpha'_1) \qquad = \mu_3 \varpi_3 + \mu_4 \varpi_4,$$

$$(13) \qquad -(p_1 \cos\alpha_1 - p'_1 \cos\alpha'_1) \cot i = \nu_3 \varpi_3 + \nu_4 \varpi_4.$$

Multipliant (10) par (7), (11) par (6), (12) par (9), (13) par (8), et appliquant l'équation (5)

$$pp'_1 \cos(\alpha - \alpha'_1) = p' p_1 \cos(\alpha' - \alpha_1),$$

Si un nicol polarise dans l'azimut α la lumière incidente sous l'angle $+i$, un second nicol, placé sur la lumière réfléchie, et dont la section principale est dans l'azimut $\frac{\pi}{2} + \alpha_1$, laissera passer une vibration dont l'amplitude est la fraction

$$\frac{p'}{p} \cos(\alpha' - \alpha_1)$$

de la lumière incidente; tandis que, si la lumière entre par le second nicol, et est réfléchie sous l'incidence $(-i)$, le premier laissera

passer une fraction

$$\frac{p'_1}{p_1}\cos(\alpha'_1 - \alpha).$$

L'équation ci-dessus démontre que ces deux fractions sont égales.

Il est facile de voir que si l'on supprime l'un des nicols, ou les deux, le pouvoir réflecteur du système est encore indépendant du sens dans lequel marche la lumière.

Réfraction à travers un prisme. — Soit un prisme taillé dans un cristal; une onde incidente d'amplitude p donne naissance à deux ondes réfractées d'amplitudes ϖ_1 et ϖ_2 définies ci-dessus; l'une d'elles ϖ_1 rencontrant sous l'angle j'_1 l'autre face du prisme se réfracte dans le milieu extérieur, et y produit l'onde (p_1, α_1) en même temps que naissent deux ondes réfléchies ϖ'_3 et ϖ'_4; l'indice 2 sera donné aux coefficients relatifs à l'onde dans le cristal qui serait associée à l'onde ϖ_1 si un faisceau incident extérieur suivait en sens inverse la marche du faisceau émergent. Dans la réfraction de l'onde ϖ_1, on doit satisfaire aux équations

$$(14)\qquad \begin{cases} p_1 \sin\alpha_1 \cos i_1 = \lambda'_1 \varpi_1 + \lambda'_3 \varpi'_3 + \lambda'_4 \varpi'_4, \\ p_1 \sin\alpha_1 \dfrac{1}{\sin i_1} = \rho'_1 \varpi_1 + \rho'_3 \varpi'_3 + \rho'_4 \varpi'_4, \\ p_1 \cos\alpha_1 = \mu'_1 \varpi_1 + \mu'_3 \varpi'_3 + \mu'_4 \varpi'_4, \\ p_1 \cos\alpha_1 \cot i_1 = \nu'_1 \varpi_1 + \nu'_3 \varpi'_3 + \nu'_4 \varpi'_4. \end{cases}$$

On en déduit, par application de l'équation (5),

$$(15)\qquad -(\lambda'_2 + \rho'_2 \sin i_1 \cos i_1)\sin\alpha_1 + (\nu'_2 \sin i_1 + \mu'_2 \cos i_1) = 0 \text{ [1]}.$$

[1] Je désignerai par β_2 l'azimut uniradial du rayon incident, qui, se réfléchissant sur la face de sortie, donnerait naissance à l'onde ϖ'_4; pour une réflexion uniradiale les équations (6), (7), (8), (9) se simplifient si q est la vibration incidente polarisée dans l'azimut β; q' la réfléchie polarisée dans l'azimut β', et λ, μ, ν, ρ les coefficients correspondant à l'onde réfractée *unique*, on a

$$(16)\qquad \begin{cases} 2q \sin\beta \cos i = (\lambda + \rho \sin i \cos i)\varpi, \\ 2q \cos\beta \cos i = (\mu \cos i + \nu \sin i)\varpi, \end{cases}$$

$$(17)\qquad \frac{\sin\beta}{\lambda + \rho \sin i \cos i} = \frac{\cos\beta}{\mu \cos i + \sin i} = \frac{\varpi}{2q \cos i} = \frac{1}{\text{H}},$$

Par comparaison avec (15) on voit que l'azimut uniradial β_2 correspondant à l'absence de l'onde ϖ_4 est perpendiculaire à celui du réfracté auquel cette onde donnerait naissance dans l'air; c'est une conséquence nécessaire du principe du retour des rayons appliqué à un prisme sous l'incidence normale, ou sous l'imergence normale.

Si l'on remplace les $\lambda'_1 \ldots$ par leurs valeurs, on a

$$\lambda'_1 \rho'_1 + \mu'_1 \nu'_1 = \cot j_1 (\sin^2 \varepsilon_1 + \cos^2 \varepsilon_1) - \operatorname{tang} \delta_1 \sin \varepsilon_1.$$

Or le rayon correspondant à l'onde ϖ_1 fait avec la face d'émergence un angle γ_1, donné par la relation (ZOR de la figure)

$$\cos \gamma_1 = \cos j_1 \cos \delta_1 + \sin j_1 \sin \delta_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right);$$

par suite

$$\lambda'_1 \rho'_1 + \mu'_1 \nu'_1 = \frac{\cos \gamma_1}{\sin j_1 \cos \delta_1}.$$

Donc p_1 est donné en fonction de ϖ_1 par la relation

$$\begin{aligned} p_1 [& \sin \alpha_1 (\lambda'_1 + \rho'_1 \sin i \cos i) \\ & + \cos \alpha_1 (\nu'_1 \sin i + \mu'_1 \cos i)] = 2\varpi_1 \frac{\cos \gamma_1 \sin i_1}{\sin j_1 \cos \delta_1}. \end{aligned}$$

On peut introduire dans cette expression l'azimut β_1 uniradial d'un rayon incident qui, par réfraction sur la face de sortie, donnerait naissance à l'onde ϖ_1, azimut qui serait défini par une équation semblable à (17), soit

$$\frac{\sin \beta_1}{\lambda'_1 + \rho'_1 \sin i_1 \cos i_1} = \frac{\cos \beta_1}{\nu'_1 \sin i_1 + \mu'_1 \cos i_1} = \frac{1}{H'_1},$$

et p_1 devient

$$\frac{2\varpi_1}{H'_1} \frac{\cos \gamma_1}{\cos \delta_1 \sin(\beta_1 - \beta_2)} \frac{\sin i_1}{\sin j_1},$$

en remplacant α_1 par sa valeur $\beta_2 + \frac{\pi}{2}$.

La valeur de ϖ_1 en fonction de p s'obtiendra comme suit; soit β_1^0, β_2^0 les azimuts uniradiaux correspondant à l'angle i d'incidence sur la première face du prisme; la lumière polarisée dans l'azimut α se décompose en deux vibrations, polarisées dans les azimuts β_1^0, β_2^0 et dont les amplitudes respectives sont

$$q_1 = p \frac{\sin(\alpha - \beta_2^0)}{\sin(\beta_1^0 - \beta_2^0)}, \qquad q_2 = p \frac{\sin(\alpha - \beta_1^0)}{\sin(\beta_1^0 - \beta_2^0)};$$

la première seule fournit la vibration ϖ_1; et il suffit de déterminer le rapport de ϖ_1 à q_1. Pour cette réflexion uniradiale, on a deux équations semblables à (16), qui donnent

$$2q_1 \sin \beta_1^0 \cos i = \varpi_1 (\lambda_1 + \rho_1 \sin i \cos i),$$
$$2q_1 \cos \beta_2^0 \cos i = \varpi_1 (\nu_1 \cos i + \mu_1 \cos i),$$

d'où

$$4q^2 \cos^2 i = \varpi_1^2 H_1^2,$$

soit

$$2p \frac{\sin(\alpha - \beta_2^0) \cos i}{\sin(\beta_1^0 - \beta_2^0)} = \varpi_1 H_1,$$

et enfin

$$\frac{p_1}{p} = \frac{4 \cos\gamma_1 \cos i \sin(\alpha - \beta_2^0)}{H_1 H_1' \cos\delta_1 \sin(\beta_1 - \beta_2) \sin(\beta_1^0 - \beta_2^0)} \times \frac{\sin i_1}{\sin j_1}.$$

Les quantités de lumière comprises dans les faisceaux incidents et émergents sont proportionnelles au carré des amplitudes et aux sections de ces faisceaux; si l'on prend comme unité la section du faisceau dans le cristal, ces sections sont respectivement

$$\frac{\cos i}{\cos\gamma}, \quad \frac{\cos i_1}{\cos\gamma_1},$$

γ et γ_1 étant les angles des *rayons* accompagnant l'onde ϖ_1 avec les normales aux faces d'entrée et de sortie; le rapport des quantités de lumière est donc

$$\frac{p_1^2}{p^2} \frac{\cos i_1 \cos\gamma}{\cos i \cos\gamma_1},$$

et, si la lumière émergente est reçue par un nicol orienté dans l'azimut α' $\left(\text{tandis qu'elle est polarisée dans l'azimut } \beta_2 + \frac{\pi}{2}\right)$, ce rapport deviendra

$$\frac{p_1^2}{p^2} \frac{\cos i_1 \cos\gamma}{\cos i \cos\gamma_1} \sin^2(\alpha' - \beta_2).$$

Cette expression, vu l'égalité $\frac{\sin i_1}{\sin j_1} = \frac{\sin i}{\sin j}$, est symétrique, et sa valeur reste la même si on renverse la direction des rayons lumineux; elle satisfait par conséquent au principe de réciprocité. La suppression de l'un des deux nicols ou de tous les deux ne changerait rien à ce résultat.

Généralisation. — Il est évident que ces résultats s'étendent à un nombre quelconque de réflexions ou réfractions cristallines; si donc on admet que l'on peut rendre compte de la polarisation elliptique par réflexion sur les cristaux, comme de la polarisation par réflexion sur les corps isotropes, en supposant l'existence

d'une couche de passage dont chaque élément jouirait des propriétés d'un cristal, les formules auxquelles on sera conduit, et qui se réduisent à celles de Cauchy dans le cas des milieux isotropes, satisferont encore au principe de réciprocité; il en serait encore de même si, acceptant les idées de M. Mallard, on considérait les cristaux doués de pouvoir rotatoire comme des assemblages de biaxes.

SUR LA COMPRESSIBILITÉ DES FLUIDES DANS LES PHÉNOMÈNES EXPLOSIFS;

PAR M. VIEILLE.

Les résultats des expériences récentes relatives à la compressibilité des fluides sont représentés avec une approximation remarquable par les formules connues de Van der Waals et de Clausius. La formule de Clausius en particulier, avec les modifications qu'y a introduites M. Sarrau, permet de relier les compressibilités d'un fluide à l'état gazeux et à l'état liquide. Ces formules font prévoir, d'autre part, des relations générales applicables à tous les corps dont l'exactitude a été l'objet de vérifications expérimentales récentes.

On est donc conduit à attribuer à ces formules une portée plus grande que celle qui s'attacherait à de simples relations empiriques et à penser qu'elles sont applicables dans des limites beaucoup plus étendues que celles entre lesquelles elles ont été établies.

Un cas limite dans lequel ces formules se réduisent à une expression particulièrement simple est celui dans lequel on considère des températures très élevées et une grande condensation du fluide.

Que l'on parte de la formule de Van der Waals

$$p = \frac{RT}{V - \alpha} - \frac{k}{V^2},$$

ou de la formule de Clausius sous la forme que lui a donnée M. Sarrau

$$p = \frac{RT}{V - \alpha} - \frac{K\varepsilon^{-T}}{(V + \beta)^2},$$

on voit que, pour de grandes valeurs de T et des valeurs de V se

rapprochant de α, ces formules se réduisent à leur premier terme $p = \frac{RT}{V - \alpha}$, relation qui ne diffère de l'équation caractéristique des gaz parfaits que par la substitution au volume V du fluide d'un volume plus petit d'une quantité constante α qu'on appelle le *covolume* du fluide.

Les conditions normales de la décomposition des explosifs sont précisément celles qui correspondent à l'application de cette formule limite. On sait, en effet, que les températures de réaction des explosifs atteignent plusieurs milliers de degrés et que la condensation des produits de la décomposition, qui n'est limitée que par la résistance des récipients, peut atteindre de grandes valeurs.

L'étude du mode de décomposition des explosifs montre, d'autre part, que, dans des limites étendues de condensation gazeuse, les produits de la décomposition ne présentent que des variations très faibles et d'une nature telle que la température de la réaction peut être considérée comme constante.

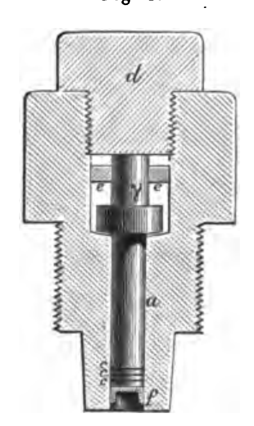
L'étude des réactions explosives se prête donc à des vérifications de la formule limite de compressibilité $p = \frac{RT}{V - \alpha}$. Ces vérifications peuvent porter soit directement sur la forme de la relation qui lie les pressions développées en vase clos par un explosif au volume occupé par les produits de la décomposition, soit indirectement sur les conséquences que l'on peut déduire de la formule limite $p = \frac{RT}{V - \alpha}$ concernant les phénomènes de propagation.

Vérifications directes. — La mesure des pressions produites en capacité close par les explosifs présente des difficultés qui tiennent à la grandeur de ces pressions et à la rapidité avec laquelle elles se modifient sous l'influence du refroidissement. Ces pressions se développent par la combustion de la charge en quelques millièmes de seconde et elles ne subsistent, sans altération sensible résultant du refroidissement, que pendant des durées de même ordre. On parvient à les enregistrer au moyen de manomètres spéciaux dits *crushers*, dans lesquels un cylindre de cuivre de masse très faible est écrasé par un piston de section connue, soumis à l'action de la pression et de masse également assez faible pour que les forces d'inertie n'interviennent pas d'une façon appréciable

dans l'équilibre final. La figure ci-dessous suffit à faire comprendre la disposition très simple de cet appareil.

Les premières mesures d'ensemble effectuées dans ces conditions ont été réalisées par deux savants anglais, MM. Noble et Abel. Ils ont trouvé que les pressions développées par la décomposition de la poudre noire étaient liées à la densité moyenne des produits de la combustion par une expression de la forme $p = \frac{f\Delta}{1 - \alpha\Delta}$, Δ désignant la densité moyenne de ces produits, f et α deux constantes qui sont déterminées par les expériences.

Fig. 1.



Cette formule a été établie indépendamment de toute préoccupation théorique ou, plus exactement, MM. Noble et Abel ont vu, dans le facteur $1 - \alpha\Delta$, l'influence des résidus solides qui résultent de la décomposition de la poudre noire.

Les expériences analogues relatives aux autres explosifs et, en particulier, aux matières organiques telles que le coton-poudre, la nitroglycérine, l'acide picrique, qui fournissent des produits exclusivement gazeux, ont toutes conduit à des relations identiques. C'est à M. Sarrau qu'on doit d'avoir donné à cette forme de la relation sa signification théorique et montré qu'elle constituait une vérification des formules générales de compressibilité.

En effet, l'expression limite $p = \frac{RT}{V - \alpha}$, rapportée à l'unité de poids du fluide en posant $V = \frac{1}{\Delta}$, se réduit au type $p = \frac{\overline{RT}\Delta}{1 - \alpha\Delta}$, et,

comme T reste constant dans les différentes expériences relatives à un même explosif d'après la remarque que nous avons faite plus haut, on voit que l'expression se réduit à la forme indiquée par l'expérience.

Les nombres suivants relatifs au coton-poudre aggloméré permettent d'apprécier le degré d'exactitude de la formule, et mettent en évidence le rôle considérable du covolume dans la loi d'accroissement des pressions produites en vase clos par des charges croissantes d'explosif.

Densité moyenne des produits.	Nombre des déterminations.	Pressions en kilogrammes par centimètre carré		
		observées.	calculées.	
0,10	2	1060	1063	$p = \frac{9565\,\Delta}{1-\Delta}$
0,20	4	2401	2391	$f = 9565$
0,30	2	4093	4099	$\alpha = 1,00$

Il y a donc là une première vérification qualitative des formules de compressibilité.

MM. Mallard et Le Chatelier sont allés plus loin et ont montré qu'il y avait vérification quantitative. Dans l'expression $p = \frac{RT\Delta}{1-\alpha\Delta}$, les éléments du second membre peuvent être considérés comme connus.

Le covolume α a été déterminé par M. Sarrau pour la plupart des produits de la décomposition des explosifs, à l'aide des nombres résultant des expériences de M. Amagat.

La constante $R = \frac{p_0 v_0}{273}$ est connue lorsque le mode de décomposition de l'explosif, et par suite le volume spécifique des produits, est déterminé. Enfin, MM. Mallard et Le Chatelier ont pu calculer la température de réaction en partant des données calorimétriques et de la loi d'accroissement des chaleurs spécifiques aux hautes températures, qui résultait de leurs expériences sur les mélanges gazeux détonants. Ils ont ainsi montré que les valeurs des pressions calculées reproduisent avec une grande fidélité les nombres fournis par les mesures directes au moyen des manomètres crushers; inversement, ces valeurs expérimentales peuvent servir au contrôle de la loi de variation des chaleurs spécifiques des fluides aux températures élevées.

Vérifications indirectes. — L'étude des phénomènes explosifs permet d'aborder la vérification de la formule limite $p = \frac{RT}{V - \alpha}$ par une tout autre méthode, fondée sur l'analyse des phénomènes de propagation.

On sait que la vitesse de propagation d'un ébranlement assez petit pour qu'on puisse négliger le carré des dilatations est donnée pour un fluide quelconque par l'expression

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}},$$

E désignant l'élasticité du milieu et ρ sa densité.

Le rapport $\frac{dp}{d\rho}$ dépend des conditions de la compression élémentaire et il existe une relation entre les valeurs de ce rapport correspondant aux deux cas limites de la compression adiabatique et de la compression isotherme. Ces valeurs sont entre elles comme le rapport des chaleurs spécifiques $\frac{C}{c}$ à pression constante et à volume constant du fluide dans l'état où il se trouve au moment de la compression.

Il est évident que, dans les phénomènes rapides de propagation relatifs aux explosifs dont les produits de décomposition sont gazeux et peu conducteurs, c'est la vitesse de propagation correspondant à une compression élémentaire adiabatique qui doit être considérée. Cette vitesse prend la forme

$$V = \sqrt{\frac{C}{c}\left(\frac{dp}{d\rho}\right)i}$$

$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)i$ désignant, d'après la remarque ci-dessus, la valeur du rapport dans une transformation isotherme. Si le fluide est dans les conditions de haute température et de grande condensation auxquelles la loi limite de compressibilité est applicable, le rapport $\left(\frac{dp}{d\rho}\right)i$ se déduit immédiatement de l'équation

$$p = \frac{RT}{V - \alpha} = \frac{f\Delta}{1 - \alpha\Delta},$$

qui représente la transformation isotherme et l'on a

$$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)i = \frac{fg}{(1-\alpha\Delta)^2},$$

d'où

$$V = \frac{\sqrt{gf\frac{C}{c}}}{1-\alpha\Delta}.$$

Cette relation met en évidence l'accroissement rapide de la vitesse de propagation avec la condensation du fluide.

Elle montre que, si l'on suppose que la densité du fluide se rapproche de l'inverse du covolume, la vitesse de propagation, au lieu de rester constante comme dans les gaz parfaits, doit croître au delà de toute limite.

Nous nous sommes proposé de vérifier ces conséquences en utilisant certains phénomènes spéciaux que présente la décomposition des explosifs.

Lorsqu'on provoque la combustion d'un explosif dans une capacité close, la densité des produits de la décomposition s'élève progressivement d'une valeur nulle à la valeur correspondant à l'entière décomposition de la charge et à sa répartition uniforme dans le volume du récipient. Le mode de décomposition n'étant pas influencé par la pression dans des limites étendues, la réaction s'opère à température constante. C'est pendant cette courte période de transformation et pendant les quelques millièmes de seconde qui la suivent, où l'influence du refroidissement reste négligeable, qu'on peut se proposer d'étudier les phénomènes de propagation dans des conditions de milieu auquel l'équation limite de compressibilité est applicable.

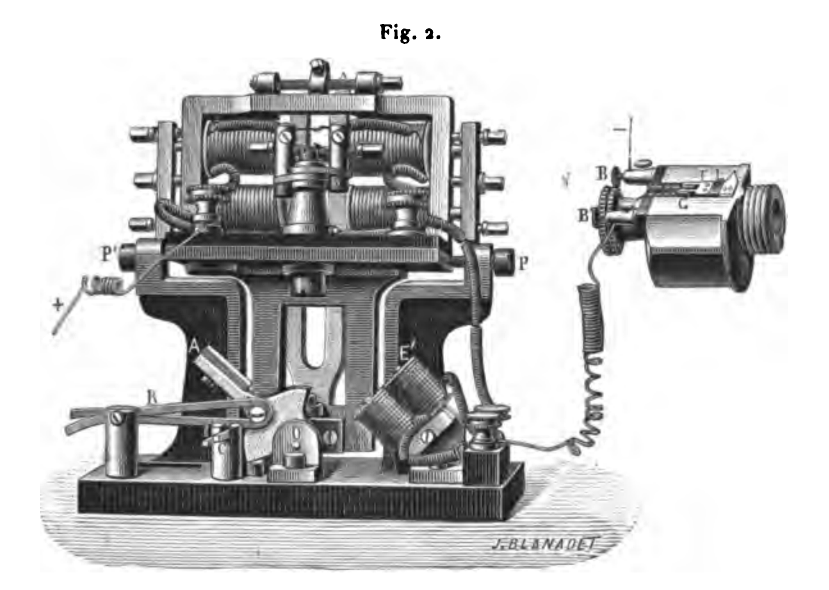
Il paraît difficilement praticable de faire naître et d'enregistrer dans une période aussi courte des condensations gazeuses, par les procédés utilisés dans les expériences classiques de Regnault ou dans les recherches récentes de M. Violle; mais les explosifs se chargent d'amorcer et d'entretenir automatiquement, par des dispositions convenables, des phénomènes ondulatoires dont il ne reste plus qu'à mesurer la vitesse de propagation.

Voici dans quelles conditions ces phénomènes se produisent :

Considérons une éprouvette longue de 1^m environ, formée d'un tube cylindrique de grande épaisseur, susceptible de résister à des

pressions de plusieurs milliers d'atmosphères. Les deux extrémités de ce tube sont filetées et reçoivent des bouchons en acier munis de manomètres crushers dont les indications sont enregistrées d'une façon continue sur un cylindre tournant, dont l'axe est parallèle à l'axe de l'éprouvette. A cet effet, les pistons écraseurs portent des plumes en acier qui tracent sur le cylindre tournant et inscrivent en vraie grandeur parallèlement à ses génératrices leurs déplacements, c'est-à-dire l'écrasement des cylindres de cuivre à chaque instant. Les tracés recueillis sur le cylindre tournant pendant la combustion d'une charge explosive dans l'éprouvette fournissent immédiatement, si l'explosif présente une combustion suffisamment lente, la loi de développement des pressions à chaque extrémité de l'éprouvette, en fonction du temps.

Fig. 2.



On reconnaît, en effet, par la lecture des tracés considérés comme représentant la loi du mouvement des pistons, que les forces d'inertie sont à tout instant négligeables; dans les conditions de mes expériences, ces forces ne dépassent pas quelques centaines de grammes, les pressions appliquées au piston atteignant des centaines et des milliers de kilogrammes. Il en résulte qu'à tout instant la résistance opposée par le cylindre de cuivre à

chacun de ses degrés d'écrasement fait très exactement équilibre à la pression intérieure qui s'exerce sur la base du piston. On sait, d'autre part, que la résistance de ces petits cylindres de cuivre est une fonction linéaire de l'écrasement; par suite, les ordonnées des tracés recueillis mesurent, à chaque instant, à une constante près, la valeur de la pression à chaque extrémité de l'éprouvette, et ces tracés mettent en évidence toute perturbation dans la loi de développement des pressions.

Si la charge est uniformément répartie suivant l'axe de l'éprouvette, sa combustion donne lieu à deux tracés identiques enregistrés aux extrémités du tube; ces tracés à longue inflexion présentent une continuité complète. Si, reprenant l'expérience avec la même charge, on la condense à l'une des extrémités du récipient, on observe une loi de développement des pressions entièrement différente.

Les courbes continues de l'expérience précédente sont remplacées par des tracés formés d'une série de paliers presque rectilignes, raccordés par des ressauts brusques et sensiblement équidistants. La *fig.* 3 est la reproduction photographique en vraie grandeur de deux tracés obtenus dans ces conditions.

La pression s'exerce donc aux extrémités de l'éprouvette par à-coups brusques et rythmés, séparés par des intervalles pendant lesquels, le cylindre cessant de s'écraser, la pression reste constante ou est décroissante.

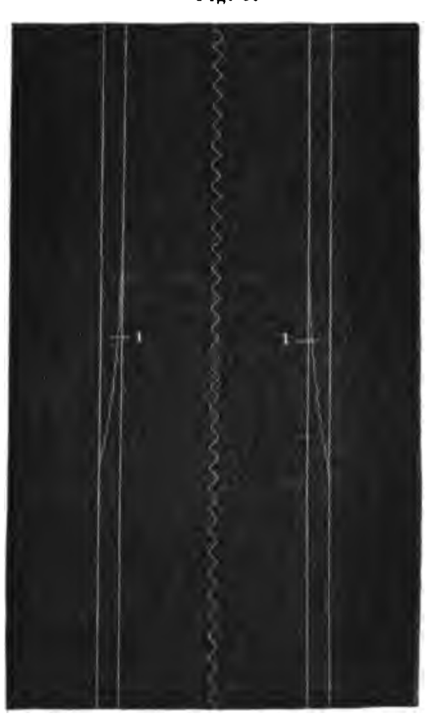
Si l'on rapproche les tracés obtenus à chaque extrémité de façon à mettre en coïncidence les points enregistrés au même instant, on reconnaît que les périodes des à-coups sont identiques et qu'un à-coup brusque à l'une des extrémités s'intercale exactement au milieu de deux à-coups semblables à l'extrémité opposée.

Les condensations de même signe aux deux extrémités de l'éprouvette sont donc alternées, et nous retrouvons tous les caractères du mouvement vibratoire d'une colonne gazeuse, dont les deux extrémités sont des nœuds.

L'origine de ce mouvement vibratoire s'explique aisément. Sous l'influence de l'inflammation, la charge réunie à l'une des extrémités du tube devient le siège d'une émission intense, déterminant la mise en mouvement d'une colonne gazeuse à grande vitesse qui s'écoule vers l'extrémité opposée. Cette colonne, continuellement

arrêtée par le fond de l'éprouvette, doit éteindre sa force vive dans un travail de compression réciproque des tranches, d'où résulte la mise en mouvement vibratoire de la masse. Ce mode d'excitation ne diffère pas essentiellement de celui qui est ordinairement appliqué aux tuyaux sonores. Dans ces tuyaux, c'est à la force vive d'une masse gazeuse injectée à la partie inférieure qu'est empruntée l'énergie nécessaire pour exciter et entretenir le mouvement vi-


Fig. 3.



bratoire. Mais, dans ce cas, le biseau du tuyau constitue une sorte de déversoir qui permet à la densité moyenne de la colonne de rester constante, tandis que, dans la combustion de l'explosif, la totalité des gaz injectés reste dans l'éprouvette et accroît progressivement la densité moyenne du milieu.

Si la durée de la combustion de l'explosif est suffisamment grande par rapport à la période du mouvement vibratoire, la densité moyenne des produits de la combustion ne subira que des variations

faibles pendant plusieurs périodes, dont la durée sera liée à la vitesse de propagation correspondant à ce degré de condensation par la formule $\tau = \frac{2L}{V}$, si la colonne gazeuse rend le son fondamental. La densité croissant progressivement par la combustion de la charge, la vitesse V de propagation doit croître, ainsi que nous l'avons vu plus haut, tandis que la période du mouvement vibratoire doit diminuer de plus en plus. Nous prendrons comme exemple une expérience portant sur une poudre très lente formée de coton-poudre aggloméré.

La combustion s'est effectuée en $\frac{25}{1000}$ de seconde.

Les tracés (*fig.* 3) se composent chacun d'une série de douze paliers raccordés par des ressauts brusques. La densité moyenne des produits à la fin de la combustion était 0,25. Les pressions finales, enregistrées aux deux extrémités de l'éprouvette, sont 2758^{kg}, 2765^{kg} par centimètre carré pratiquement identiques. Les ressauts correspondent à des accroissements brusques de 150^{kg} environ.

La période moyenne des ressauts successifs est de $1^{mm},98$, exactement la même pour les deux tracés. Mais ces intervalles décroissent régulièrement du début à la fin de la combustion. On trouve pour les cinq premiers intervalles de chaque tracé $2^{mm},15$ et $2^{mm},14$, pour les cinq derniers $1^{mm},86$ et $1^{mm},85$, et cette variation de 15 pour 100 est dans le sens prévu par la théorie.

Ce mode de fonctionnement est général; on l'observe dans la combustion de tous les explosifs, dans les éprouvettes closes comme dans les armes à feu, toutes les fois que, par suite d'une dyssymétrie dans l'émission, les masses gazeuses prennent des vitesses importantes.

L'amplitude du mouvement oscillatoire dépend de l'intensité de l'émission gazeuse de l'explosif, c'est-à-dire de sa vivacité. Avec les poudres lentes du type que nous avons pris comme exemple, les condensations restent faibles et les accroissements brusques de pression de 150^{kg} que nous avons signalés correspondent à des condensations de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{12}$ environ.

Avec les poudres vives, les condensations peuvent atteindre, au contraire, des valeurs énormes, auxquelles correspondent des surpressions dépassant le triple de la valeur normale de la pression

répondant à l'entière combustion de la charge. Les tracés montrent, dans ce cas, un premier à-coup de pression du côté où se trouve réunie la charge. Cet à-coup est suivi d'un palier de repos pendant l'inscription duquel un coup de bélier formidable s'inscrit à l'extrémité opposée de l'éprouvette, déterminant, en quelques dix millièmes de seconde, l'écrasement total du cylindre crusher qui se trouve réduit à quelques millimètres d'épaisseur, puis un second coup de bélier s'inscrit du côté de la charge.

Ce genre de tracé ne peut fournir, avec précision, la période du mouvement oscillatoire de la masse gazeuse, parce que, dans ce mode de fonctionnement, les déplacements du centre de gravité de cette masse deviennent tels qu'il en résulte des mouvements sensibles de l'éprouvette, par flexion des supports, malgré les serrages les plus énergiques. Mais on peut précisément utiliser ces mouvements pour étudier, dans ces cas extrêmes, la loi de déplacement de la masse gazeuse.

Il suffit de suspendre librement cette éprouvette en supprimant les manomètres crushers et, d'une façon générale, toute pièce mobile, pour obtenir par l'inscription, sur un cylindre tournant, de la loi du mouvement du centre de gravité de l'éprouvette, la loi du mouvement du centre de gravité de la masse gazeuse, changé de signe et réduit dans le rapport des masses.

Les tracés obtenus (*fig.* 4) mettent en évidence, dans le cas des poudres vives, le même balancement alternatif de la masse gazeuse que l'inscription des appareils crushers avait indiqué dans le cas des poudres lentes, mais ici l'amplitude des oscillations est énorme. Le tracé, dans une expérience sur le coton-poudre à la densité moyenne de $\frac{1}{10}$, nous montre que le centre de gravité de la charge se déplace des $\frac{2}{5}$ de la longueur de l'éprouvette, les vitesses maxima du déplacement atteignent 700^{m}. Dans les périodes de condensation maxima, la différence des pressions exercées sur les fonds de l'éprouvette dépasse 7000^{kg}, soit 1500^{kg} par centimètre carré.

Malgré ces conditions de fonctionnement extrême, le mouvement de la masse gazeuse reste sinusoïdal, et la période du balancement reste très voisine de celle que nous avons observée pour les condensations les plus faibles ne dépassant pas $\frac{1}{10}$.

Nous sommes donc fondé à penser que la période, observée dans ces dernières conditions, ne s'écarte pas de celle qui correspondrait

au cas théorique d'un ébranlement très petit, et il nous reste à comparer les résultats expérimentaux avec les nombres fournis par l'expression de la vitesse de propagation $V = \frac{\sqrt{gf\frac{C}{c}}}{1-\alpha\Delta}$.

Fig. 4.



Dans cette formule les valeurs f et α sont fournies, pour chaque explosif, par la mesure des pressions développées en vase clos, mais la valeur du rapport $\frac{C}{c}$ n'est pas connue avec précision. On sait seulement que cette valeur, qui est de 1,40 pour les gaz parfaits à la température ordinaire, se rapproche de l'unité, aux très hautes températures, en raison de la variation des chaleurs spécifiques. La présence dans les produits de la décomposition des explosifs de gaz, tels que l'acide carbonique et la vapeur d'eau, ou même de matières liquides ou solides, tend également à rapprocher de l'unité la valeur moyenne du rapport $\frac{C}{c}$ qui intervient dans la formule.

Sans entrer dans une discussion qui permettrait d'assigner au facteur $\frac{C}{c}$ une valeur intermédiaire entre 1,00 et 1,40, nous rapprochons, dans le Tableau suivant, les vitesses théoriques calculées

dans les hypothèses extrêmes, des vitesses expérimentales déduites de la période des à-coups de pression observés.

Nature de l'explosif.	Δ.	Vitesses théoriques $\frac{C}{c} = 1,40$.	Vitesses théoriques $\frac{C}{c} = 1,00$.	Vitesses observées.
		m	m	m
Coton-poudre......	0,05	1206	1019	1099
	0,10	1271	1074	1185
	0,15	1364	1153	1270
Poudres noires.....	0,10	657	555	603 à 643
	0,20	706	597	632 à 699

Les nombres expérimentaux sont compris entre les valeurs théoriques limites : ils suivent ces nombres théoriques dans leurs variations résultant, soit de la densité de chargement, soit de la nature de l'explosif.

Cet accord paraît donc constituer une vérification indirecte de l'exactitude de la loi limite de compressibilité.

Ces expériences indiquent, d'autre part, qu'il est possible d'aborder à l'aide des explosifs, l'étude des phénomènes de propagation, dans des conditions de condensation et de température très éloignées de celles qui ont été réalisées jusqu'à ce jour dans les recherches de cette nature.

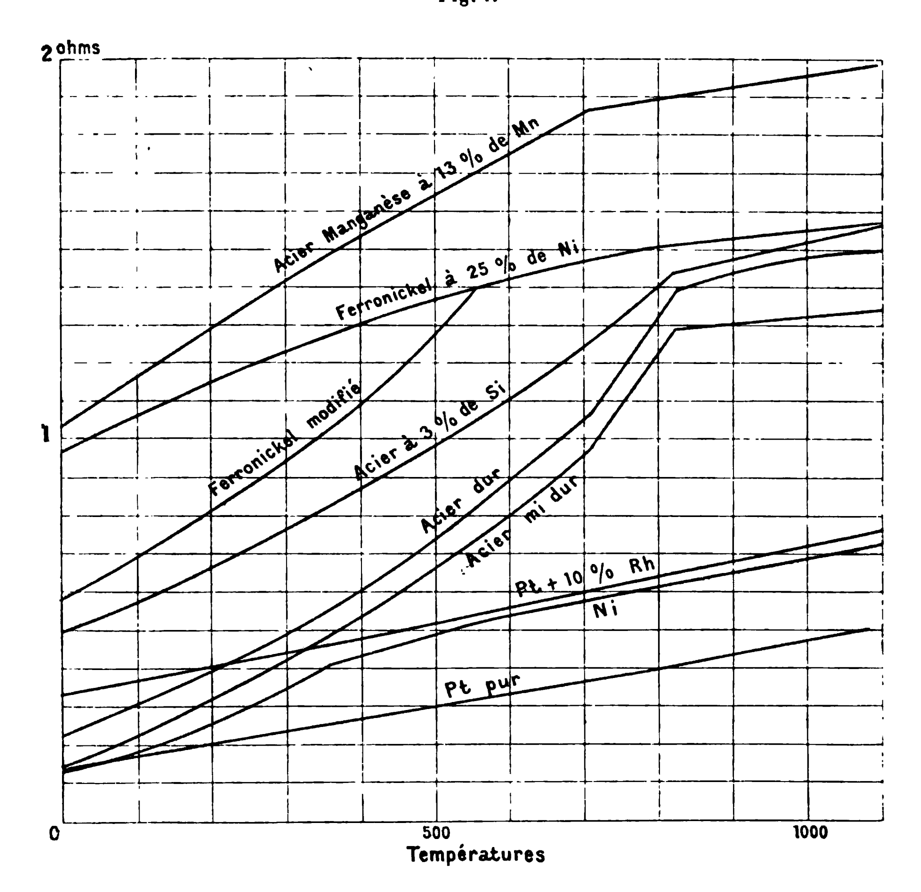
SUR LES TRANSFORMATIONS MOLÉCULAIRES DES MÉTAUX ET LEURS CONDUCTIBILITÉS ÉLECTRIQUES;

PAR M. H. LE CHATELIER.

Les métaux, par certaines de leurs propriétés physiques et chimiques, principalement par leur conductibilité, se distinguent de la plupart des autres corps simples ou composés. On avait été conduit à leur attribuer des allures toutes spéciales, notamment en ce qui concerne leurs changements d'état moléculaire ou transformations allotropiques. Sur ce sujet les opinions les plus contradictoires avaient simultanément cours. Pour expliquer la variabi-

lité de leurs propriétés mécaniques, quelques savants ([1]) admettent que les métaux peuvent exister sous une infinité d'états isomériques distincts, ne différant qu'infiniment peu les uns des autres. Par contre, des expériences sur les chaleurs spécifiques ([2]) conduisent

Fig. 1.



à admettre un nombre très limité de transformations semblables se produisant d'une façon progressive par l'élévation de tempé-

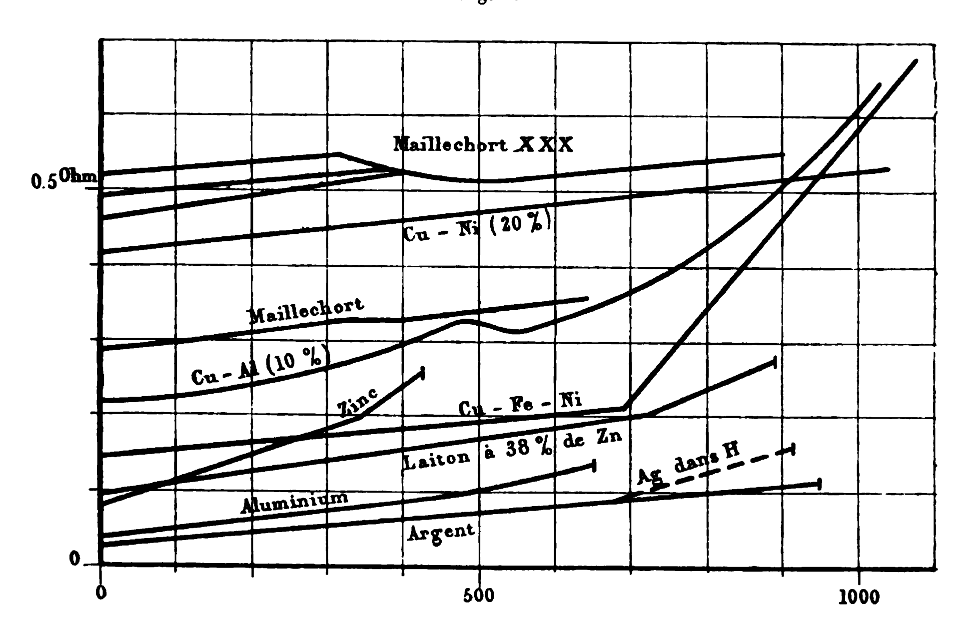
([1]) DITTE, *Isomérie physique* (*Revue des Cours scientifiques*; 19 novembre 1889).

([2]) PIONCHON, *Chaleur spécifique des métaux* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CIII, p. 1122).

rature. D'autres expériences faites sur la vitesse d'échauffement (¹) des mêmes métaux indiquent au contraire des transformations brusques se produisant à des températures qui varieraient notablement avec la nature des impuretés, c'est-à-dire des petites quantités de matières étrangères interposées dans le métal. Ces divergences montrent bien nettement que la question des transformations moléculaires des métaux n'avait pas encore été suffisamment étudiée.

Pour élucider cette question j'ai songé d'abord à utiliser les

Fig. 2.



variations brusques de dimensions qui accompagnent les transformations moléculaires. Mais le peu de précision que comportent les mesures de dilatation aux températures élevées et les déformations permanentes qu'éprouvent les métaux après chaque refroidissement ne m'ont permis d'obtenir dans cette voie aucun résultat satisfaisant. Pour l'acier seul j'ai pu mesurer exactement le

(¹) Osmond, *Transformation des métaux* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CIII, p. 743 et 1135).

changement brusque de longueur qui se produit au point de récalescence. J'ai trouvé $1^{mm},2$ par mètre de longueur pour un acier à 0,9 pour 100 de carbone.

Les mesures de résistance électrique m'ont au contraire conduit à des résultats très nets qui sont les suivants :

Les métaux qui ne présentent pas de transformations moléculaires ont une conductibilité qui croît proportionnellement à la température. La même loi est encore exacte pour les autres métaux aux températures supérieures à celle de la dernière transformation, par exemple, pour le nickel au-dessus de 340°, le fer au-dessus de 850°.

Les variations de conductibilité accusent pour un grand nombre de métaux simples et d'alliages, des transformations brusques, comparables par suite à celle de tous les corps cristallisés. A ces points ce n'est pas la valeur absolue de la conductibilité, mais seulement sa loi de variation qui change brusquement. On sait qu'au point de fusion ces deux éléments de la conductibilité sont simultanément altérés.

Le point de transformation du fer (850°) est indépendant de la présence de quantités plus ou moins considérables de carbone, silicium, etc. Ce fait est d'accord avec la théorie cellulaire des aciers de M. Osmond, d'après laquelle les carbure, siliciure de fer, sont disséminés entre les grains de Fe pur dont ils constituent le ciment. Un mélange mécanique de plusieurs corps ne saurait en effet modifier les propriétés chimiques d'aucun d'eux. De même le point de récalescence de l'acier (730°), c'est-à-dire de transformation du carbure de fer, est indépendant de la teneur en carbone ou en silicium de l'acier.

Les alliages de Fe et de Ni se comportent d'une façon toute différente. Les deux points de transformation du fer (850°) et du nickel (340°) disparaissent et sont remplacés par un point unique intermédiaire entre les deux précédents. On est assuré de la transformation totale de l'alliage à cette température unique, par la perte complète des propriétés mécaniques et l'allure sensiblement rectiligne de la courbe de conductibilité. Ce fait démontre que, dans leurs alliages, le fer et le nickel ne sont pas simplement juxtaposés, mais intimement mêlés comme dans une combinaison chimique ou un mélange isomorphe.

Le ferro-nickel (métal XXXX des électriciens), alliage contenant 25 pour 100 de Ni et 0,8 de carbone, présente des particularités singulières. Dans son état normal il n'éprouve au-dessus de 0 aucune transformation moléculaire et reste non magnétique jusqu'à la température ordinaire. Traité par de l'hydrogène humide qui peut oxyder le carbone et le silicium sans toucher aux métaux, il devient magnétique avec un point de transformation relevé à l'échauffement à 550°. Au refroidissement la transformation inverse se produit entre 0 et 100°. C'est le premier exemple d'une transformation moléculaire pseudo-réversible qui se produise à l'échauffement et au refroidissement à des températures différentes quoique nettement déterminées.

Les maillechorts ou alliages de nickel avec le cuivre et le zinc ou le cuivre seul présentent une transformation moléculaire d'un caractère tout différent. Elle se fait d'une façon progressive dans un intervalle de 100° et est accusée sur la courbe de conductibilité par un point d'inflexion compris entre un maximum et un minimum. Elle présente les plus grandes analogies avec les transformations moléculaires qu'éprouvent certains sels en dissolution dans l'eau : chlorure cuivrique, alun de chrome. Le maillechort se comporte donc comme une dissolution de nickel dans le cuivre; la transformation se produit progressivement et non d'une façon brusque comme dans le métal pur.

Il est certain que ce point d'inflexion est bien dû à une transformation moléculaire, parce que la trempe, le refroidissement rapide, font disparaître cette anomalie et donnent pour les basses températures une courbe de conductibilité qui est le prolongement de la portion de courbe supérieure à 500°.

Des recherches effectuées par la même méthode sur la trempe de l'acier m'ont montré que l'état du fer, stable au-dessus de 850°, n'était pas conservé par la trempe jusqu'à la température ordinaire. Les transformations supprimées par la trempe sont celles du carbone (730°) et peut-être la transformation de 760° qui correspond au point de a_{p^1} de M. Osmond et à la disparition des propriétés magnétiques (1).

(1) M. Hopkinson a conclu d'expériences récentes que la perte des propriétés magnétiques coïncidait avec le point de récalescence (730°). Mais ces expériences, de même que celles de M. Ledeboer, indiquent, en réalité, une température de 760° pour la perte des propriétés magnétiques.

Au cours de ces expériences j'ai eu l'occasion de constater que l'argent absorbait l'hydrogène au-dessus de 600° et que cette absorption amenait un abaissement de 30° dans le point de fusion du métal. C'est là la raison des écarts qui s'étaient produits dans la détermination du point de fusion de l'argent mesuré par M. Violle et ensuite par M. Pionchon, en se servant de méthodes expérimentales en apparence identiques.

De l'ensemble de ces expériences, il résulte que les métaux, au point de vue de leurs transformations moléculaires, se comportent exactement comme les autres corps que la Chimie étudie; c'est-à-dire que les transformations se font soit brusquement, le métal se comportant alors comme tous les corps cristallisés (composés définis ou mélanges isomorphes), soit progressivement dans le cas d'alliages se comportant comme des mélanges amorphes (dissolution ou verre). L'existence de ces deux états amorphes ou cristallisés dans les métaux est d'ailleurs accusée, dans un grand nombre de cas, par la simple inspection de la cassure. Ainsi le laiton à 40 pour 100 de Zn est cristallisé; le laiton à 60 pour 100 de Zn est amorphe.

La variabilité extrême des propriétés mécaniques des métaux s'explique sans l'intervention d'aucune isomérie spéciale en remarquant que ces propriétés ne dépendent pas seulement de l'état chimique du métal, mais aussi de sa structure interne; c'est-à-dire de la forme, des dimensions des cristaux ou grains du métal qui sont juxtaposés et du mode de répartition des impuretés.

SUR UNE ANOMALIE MAGNÉTIQUE OBSERVÉE DANS LE BASSIN DE PARIS;

PAR M. TH. MOUREAUX.

M. Mascart a bien voulu me confier le soin de réunir des observations magnétiques en nombre suffisant pour permettre une représentation aussi fidèle que possible des lignes isomagnétiques à la surface de la France. Le projet primitif consistait à relever les constantes magnétiques dans les chefs-lieux de département et d'arrondissement, dans les ports, et en certains points spéciaux qu'indiquerait l'étude de la Carte géologique.

Les résultats inattendus obtenus dans le voisinage même de Paris ont montré que, au moins dans cette région, un tel réseau serait insuffisant. Bien que les terrains qui constituent le bassin de Paris soient considérés comme n'ayant aucune action sur l'aiguille aimantée, mes observations, qui sont nombreuses et bien concordantes, ne laissent aucun doute sur l'existence d'une anomalie considérable, affectant tous les éléments et s'étendant depuis la Manche jusqu'à la Loire et vraisemblablement au delà.

Les instruments dont je fais usage ont été présentés à la Société, il y a quelques années, par M. Mascart; ils sont au nombre de deux, un théodolite-boussole, permettant de mesurer à volonté la déclinaison ou la composante horizontale, une boussole d'inclinaison. Construits spécialement pour le voyage par MM. Brunner, ces appareils, sans perdre en précision, ont été rendus réellement portatifs par la réduction des organes et des cercles; renfermés dans leur boîte, ils n'atteignent pas un poids total de 6^{kg}. L'observateur est donc libre de choisir les points d'observation à son gré.

Je n'exposerai pas ici les méthodes d'observation; elles ont été décrites l'année dernière dans les *Annales de Chimie et de Physique*; je dirai seulement que les diverses mesures sont effectuées avec le plus grand soin et dans les meilleures conditions possibles; les stations sont toujours choisies en dehors des villes, à distance des lignes de chemins de fer, des conduites souterraines, etc., de façon à éviter toute influence perturbatrice accidentelle; de plus, j'ai pris l'habitude de répéter mes mesures à titre de contrôle; à moins de raisons majeures, dues principalement aux circonstances atmosphériques, chaque station comprend deux mesures de la déclinaison, de l'inclinaison et de l'intensité. Le nord géographique est déduit de dix ou douze hauteurs du Soleil.

Les valeurs obtenues en chaque point sont corrigées de la variation diurne et de la variation séculaire par comparaison avec les courbes relevées au magnétographe de l'observatoire du Parc Saint-Maur.

Les déterminations faites en 1888, 1889 et 1890, sont ramenées au 1er janvier 1891. Les nombres rendus ainsi comparables sont alors portés sur une carte, et on réunit par des lignes les points où l'élément considéré a la même valeur. La déclinaison, l'inclinaison,

la composante horizontale, sont obtenues directement; la composante verticale et la force totale sont calculées d'après les relations connues; j'ai donc pu préparer des cartes de tous les éléments pour la région explorée.

Jusqu'ici, les cartes d'isogones ont été dressées, en France, en admettant la parfaite régularité de leur distribution; le petit nombre d'observations qui ont servi à les établir ne permettait guère de conclure autrement. Ainsi, la déclinaison n'avait jamais été observée entre Paris et le Mans; l'interpolation pour les points intermédiaires ne pouvait pas faire soupçonner les particularités que seule l'observation directe devait mettre en évidence.

Le 22 juin 1885, j'avais fait à Chartres une première série de déterminations dont les résultats calculés étaient en désaccord marqué avec ceux qu'on était en droit d'attendre d'après le tracé régulier des lignes isomagnétiques; comme les expériences avaient eu lieu dans de bonnes conditions, je n'avais pas de motif de les trouver suspectes; elles sont imprimées avec mes autres déterminations de la même année. Une seconde série faite le 17 août 1888, puis une troisième le 21 mai 1889, en des points différents, confirmaient pleinement l'existence d'une anomalie magnétique à Chartres. Pour m'assurer de l'étendue de cette anomalie, j'ai opéré dans le voisinage de toutes les stations de chemins de fer entre Paris et Nogent-le-Rotrou; les résultats, ramenés à une même époque, montraient que la déclinaison, au lieu d'augmenter régulièrement vers l'ouest, croît de Paris à Trappes et à Chevreuse où elle passe par un maximum; elle *diminue* ensuite de 27′ entre Chevreuse et Épernon, et ne reprend sa variation normale avec la longitude qu'aux environs du Mans. Les autres éléments magnétiques affectent également des troubles de même ordre.

Le tracé des lignes isomagnétiques devenait assez difficile dans ces conditions; il convenait, avant de l'exécuter, de parcourir toute la région en y faisant de nombreuses déterminations; j'ai été ainsi conduit à donner au réseau projeté une plus grande extension.

Le nombre des stations comprises dans les limites des Cartes est de 176, dont 81 dans un rayon de 100^{km} autour de Paris.

Ce sont les résultats de ces premières campagnes que j'ai l'honneur de résumer ici.

Considérons la déclinaison. Les isogones ne conservent guère

leur direction normale que dans l'extrême nord de la France; celle de 16° par exemple, au lieu de se prolonger au sud-ouest, s'infléchit bientôt vers le sud, passe un peu à l'ouest de Paris, à Saint-Germain en Laye, et se dirige ensuite au sud-sud-est jusqu'à la Ferté-Alais; là elle se replie sur elle-même dans la direction d'Évreux, puis gagne enfin le sud par Vendôme. Celle de 15°40', qui traverse le département de la Seine, par Saint-Denis et Charenton, se dirige également au sud-sud-est jusqu'au delà de Sancerre, et rebrousse brusquement jusqu'à Épernon avant de redescendre au sud. Depuis la côte de la Manche jusqu'à Cosne et Sancerre, limite actuelle du réseau vers le sud, les isogones, tracées de 10' en 10', non par interpolation, mais d'après l'observation directe, affectent *toutes* cette déformation particulière. Ainsi, contre toute attente, la déclinaison est plus grande à Mantes qu'à Évreux, à Versailles qu'à Chartres, à Montargis et Gien qu'à Orléans, à Cosne qu'à la Motte-Beuvron, etc. On peut remarquer encore que la déclinaison a la même valeur en des points de longitude très différente, par exemple à Versailles et à Évreux, dont la différence de longitude est d'environ un degré.

En comparant la Carte des isogones vraies avec la Carte des isogones supposées régulières, on a calculé, pour chaque point, l'écart entre la théorie et l'observation, et ces écarts ont servi à construire une Carte des isanomales de la déclinaison. Les isogones observées se confondent avec les isogones théoriques sur une ligne qui, partant de Saint-Valéry en Caux, se dirigerait un peu à l'est de Bourges, par Rouen, Rambouillet, Châteauneuf-sur-Loire.

Cette ligne semble se continuer sur le sud de l'Angleterre, depuis la côte jusqu'au voisinage d'Oxford, ainsi qu'il résulte du *Magnetic survey* des Iles Britanniques, effectué dans ces dernières années par MM. Thorpe et Rücker.

La déclinaison est trop grande à l'est, et trop faible à l'ouest de cette ligne; l'écart est de + 15' à Mantes, + 20' à Chevreuse, + 26' à Gien, + 42' à Sancerre; de — 12' à Lisieux, Évreux, Orléans, — 15' à Épernon, — 21' à Auneau. Les choses se passent comme si le pôle nord de l'aiguille aimantée était attiré de part et d'autre vers la ligne considérée, par une force assimilable à l'action extérieure d'un pôle sud; comme conséquence, on doit rencontrer, sur cette ligne, un excès de l'inclinaison et un défaut de la

composante horizontale. L'observation montre effectivement que l'anomalie se traduit par une diminution de la composante horizontale et par une augmentation de la composante verticale et de l'inclinaison. Cette dernière action étant prépondérante, il en résulte, en définitive, un accroissement de la force magnétique terrestre.

Il reste à expliquer la cause de ces intéressants phénomènes. Le sous-sol du bassin parisien est généralement représenté sous la forme d'une immense cuvette comblée par les terrains récents : on a effectivement creusé, à Paris même, des puits artésiens à plus de 500ᵐ de profondeur sans atteindre les terrains primitifs, mais ce fait n'est pas concluant; peut-être rencontrerait-on ces terrains en d'autres points.

On sait qu'une bande de jurassique, orientée du nord-ouest au sud-est, se montre à nu dans le pays de Bray, depuis Neufchâtel jusqu'au voisinage de Beauvais.

D'un autre côté, Dufresnoy et Élie de Beaumont rapportent que, dans le forage d'un puits à Rouen, c'est-à-dire précisément sur la ligne d'anomalie, ce même terrain a été rencontré à 39ᵐ de profondeur.

Les sondages ont montré que le fond de la mer est très accidenté; les îles et les récifs en sont d'ailleurs un témoignage visible. On peut supposer, par analogie, que les terrains, dans le bassin de Paris se superposent de même d'une manière irrégulière; l'anomalie magnétique observée pourrait peut-être trouver son explication dans la présence d'une chaîne formée par des roches susceptibles d'influencer l'aiguille aimantée, mais n'affleurant pas la surface du sol.

Il faut rappeler toutefois qu'au voisinage immédiat de roches magnétiques, par exemple en Suède où le fer oxydulé est très répandu, les valeurs observées présentent habituellement des discordances telles qu'il n'est pas possible de les relier par des courbes; ici, au contraire, la déformation des lignes isomagnétiques se dessine avec une remarquable régularité.

Une seconde hypothèse est basée sur l'inégale conductibilité des terrains pour les courants qui circulent dans les couches superficielles de l'écorce terrestre. Une grande faille géologique peut mettre en présence des terrains de conductibilité très différente; des terrains de même nature, mais diversement comprimés, produiraient

également le même effet. Or on sait, par les travaux de M. de Lapparent, qu'il existe des dislocations de grande étendue dans le pays de Bray, et M. Gustave Dollfus a montré que les couches crétacées du bassin de Paris, ont subi des plissements nettement caractérisés, auxquels doivent correspondre des différences de compression se traduisant par des différences de conductibilité pour les courants terrestres.

Il sera sans doute difficile de se former une idée précise sur ce point, avant que le réseau d'observation ait été étendu vers le sud, au moins jusqu'à la région volcanique centrale. Là, l'influence propre des roches est manifeste, et il sera intéressant de voir comment les phénomènes magnétiques, dans les monts d'Auvergne, se rattacheront aux résultats qui viennent d'être exposés.

Quant à présent, je dois me borner à soumettre un *document*, que je me suis appliqué à préparer avec toute l'exactitude que comportent les moyens actuels d'investigation.

L. ARONS et H. RUBENS. — Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit electrischer Wellen in isolirenden Flüssigkeiten. (Sur la vitesse de propagation des ondes dans des liquides isolants); *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 581; 1891.

MM. Arons et Rubens s'appuient sur le fait montré par Kirchhoff et vérifié tout récemment par MM. Sarrazin et de la Rive, que la vitesse de propagation d'une onde le long d'un fil est précisément celle qui correspond au milieu qui entoure le fil. De là résulte la possibilité de faire des mesures comparatives entre les vitesses de propagation dans l'air et différents milieux.

Qu'on imagine en effet (dispositif employé par M. Hertz) un circuit métallique rectangulaire dont l'un des grands côtés soit coupé en son milieu, un appareil capable de déceler une différence de potentiel étant intercalé entre les deux extrémités de la section. Si l'on met la région moyenne de l'autre grand côté en relation avec l'une des plaques d'un excitateur hertzien à l'aide d'un fil et d'un contact glissant, on sait qu'il existe une position de ce contact pour laquelle les temps mis par une onde à parcourir les deux parties du rectangle sont les mêmes, de sorte que la différence de potentiel à la section soit constamment nulle. Si l'on

immerge une certaine longueur L_1 de l'un des petits côtés dans un liquide isolant, on devra, pour avoir encore l'égalité de potentiel à la section, déplacer le contact glissant d'une certaine longueur l. Le temps mis par l'onde se propageant dans l'air pour parcourir le double $2l$ de cette longueur est la différence entre les temps mis par l'onde se propageant successivement dans le liquide et dans l'air pour parcourir la longueur L_1.

Soit L la longueur de l'un des petits côtés, le contact glissant lorsque l'appareil est réglé, étant au zéro de la règle divisée vis-à-vis de laquelle il se déplace. On remplace ce côté par un fil dont une partie de longueur L_D est contenue dans une auge, les parties extérieures étant de longueur L'. Soit p_1 la division à laquelle il faut amener le contact glissant pour régler l'appareil lorsque l'auge ne contient pas de liquide, p_2 celle qui correspond au cas où l'auge est remplie de liquide, on a, n étant l'indice

$$2p_1 = L_D + L' - L,$$
$$2p_2 = nL_D + L' - L.$$

En remplaçant la longueur L_D par une autre constituée par un fil sinueux L_S,

$$2p_3 = L_S + L' - L,$$
$$2p_4 = nL_S + L' - L,$$

d'où

$$n = \frac{p_4 - p_2}{p_3 - p_1}. \tag{1}$$

Pour augmenter la sensibilité, les auteurs ont employé deux rectangles superposés, reliés chacun à l'une des plaques de l'excitateur; les extrémités des sections faites dans les grands côtés sont reliées aux armatures de petits condensateurs et réunies en croix; l'égalité de potentiel est établie à l'aide du bolomètre.

Les auteurs ont d'autre part déterminé, par la méthode de Schiller, la constante diélectrique K des liquides employés dans les recherches précédentes.

Dans le Tableau suivant, la première colonne donne les valeurs de $\sqrt{K}$, la seconde les valeurs expérimentales de n fournies par la relation (1), pour des ondes de 6^m environ; enfin la dernière colonne l'indice pour la raie D.

	$\sqrt{K}$.	Indice. $\lambda = 6^m$.	$\lambda = 6^m,10^{-7}$ (raie D).
Huile de ricin.....	2,16	2,05	1,48
Huile d'olive.......	1,75	1,71	1,47
Pétrole............	1,44	1,40	1,45
Xylol	1,53	1,50	1,49

les résultats sont une confirmation de la relation donnée par Maxwell

$$n = \sqrt{K}.$$

A. Perot.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY;

T. XLVIII; 2e semestre 1890 (suite).

M. et Mme W. HUGGINS. — Redétermination de la raie principale de la nébuleuse d'Orion et caractère de cette raie, p. 202.

Une nouvelle série d'observations a montré que la longueur d'onde de la principale raie de la nébuleuse est de 5004,75.

Les auteurs ont en outre constaté :

1° Que la raie principale ne coïncide pas avec la région terminale de la bande de la flamme du magnésium, mais tombe à l'intérieur de cette région;

2° Que dans la nébuleuse d'Orion cette raie n'a pas l'apparence d'une bande.

M. et Mme HUGGINS. — Note sur le spectre photographique de la grande nébuleuse d'Orion, p. 213.

Les auteurs ont obtenu deux photographies qui présentent nettement les raies de l'hydrogène en H et L bien que ces raies ne se retrouvent pas dans des photographies anciennes. On retrouve sur le cliché les premières raies de l'ultra-violet décrites pour les étoiles blanches en 1879 (1). Quatre de ces raies ont été photo-

---

(1) *Philos. Trans.*, p. 669; 1880.

graphiées dans le spectre de l'hydrogène par le D[r] Vogel en 1879, et la série entière, à l'exception d'une, a été obtenue depuis par M. Cornu (1), avec de l'hydrogène exceptionnellement pur.

La raie α en λ3887,8 est bien marquée et la β près de λ3834,5 existe, quoique plus faible.

Entre les raies α et β de l'hydrogène, il existe une raie plus brillante que la raie α elle-même et qui a une longueur d'onde d'environ λ3868.

La raie très nette, à laquelle le D[r] Huggins avait attribué en 1882 une longueur d'onde de 3730, se retrouve dans les photographies et il semble qu'il faille la placer entre λ3725 et λ3726.

Une raie très nette et d'autres beaucoup plus faibles se retrouvent du côté le moins réfrangible de G.

M. et M[me] HUGGINS. — Sur un nouveau groupe de raies dans le spectre de Sirius, p. 216.

Les longueurs d'onde des nouvelles raies déterminées ont été fixées comme suit :

Première raie........................	λ3338
Deuxième raie........................	λ3311
Troisième raie........................	λ3278
Quatrième raie........................	λ3254
Cinquième raie........................	λ3226
Sixième raie........................	λ3199

N. LOCKYER. — Sur le spectre de la comète *a* 1890 et de la nébuleuse G. C. 4058.

Dans un Mémoire communiqué à la Société Royale en janvier 1889, l'auteur avait montré que le spectre de la nébuleuse d'Andromède avait les caractères d'un spectre de comète, c'est-à-dire qu'il consistait essentiellement dans les bandes principales du carbone avec une légère modification de la bande citron. Ce fait avait été signalé pour la première fois par M. Fowler en 1888 et confirmé par M. Taylor. Les bandes brillantes sont superposées à un spectre continu peu lumineux et échappent à l'observation, à moins que l'attention ne soit fixée sur elles.

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, août 1886.

Des observations récentes montrent qu'il existe une ressemblance frappante entre le spectre de la comète de Brooks (*a* 1890), celui de la nébuleuse d'Andromède et celui d'une nébuleuse voisine G.C. 4058 ($Æ 15^h 3^m 24^s$ — $\Delta + 56° 11'$).

Une comparaison directe a montré que les trois bandes du spectre de ces nébuleuses coïncident entièrement avec celles du spectre de la partie bleue qui se trouve à la base de la flamme d'une lampe à alcool.

La bande qui se trouve au voisinage de $\lambda 517$ est beaucoup plus brillante que les deux autres et la bande bleue est plus brillante que la bande citron. Le spectre continu s'étend de D à un peu au-dessous de $\lambda 474$.

Les parties les plus brillantes de la nébuleuse du Dragon coïncident, comme le montre la comparaison directe, avec les bandes du carbone que l'on aperçoit dans le spectre de la lampe à alcool.

Ces observations démontrent ce que M. Lockyer avait déjà soutenu, à savoir que la constitution physique et la température des nébuleuses et des comètes sont très analogues.

GRIFFITHS. — Détermination de quelques points d'ébullition et de fusion au moyen du thermomètre de platine, p. 220.

Les expériences de Griffiths ont eu pour but :

1° De comparer les lectures faites sur des thermomètres de platine fabriqués avec des échantillons de fil, arrangés de différentes manières et isolés par des substances différentes ;

2° De trouver une méthode exacte pour graduer ces thermomètres sans recourir à l'emploi direct du thermomètre à air;

3° De déterminer certains points d'ébullition et de fusion.

Il arrive aux conclusions suivantes :

1° Bien que les courbes de température obtenues avec différents thermomètres de platine varient considérablement, les températures moyennes déduites de ces courbes sont pratiquement concordantes.

2° Les thermomètres, construits et gradués comme il l'indique, peuvent être employés pour la détermination exacte des températures jusqu'à 500° C. environ.

D. WHETHAM. — Sur le prétendu frottement à la limite d'un liquide en mouvement, p. 230.

L'auteur a observé la durée d'écoulement d'un volume connu d'eau, à travers un tube de verre; l'intérieur du tube a alors été argenté et on a fait la même observation avec la même pression et le même volume d'eau. A la suite de quatre séries de déterminations sur trois tubes différents, M. D. Whetham a constaté que les durées d'écoulement dans les tubes de verre étaient à 0,7 près les mêmes que les durées d'écoulement dans les tubes argentés, bien que l'on se soit servi de tubes recouverts de diverses épaisseurs d'argent et que la vitesse ait été poussée jusqu'aux limites du mouvement linéaire.

M. D. Whetham a opéré également sur des flacons oscillants, ordinaires et argentés, et a montré qu'il n'y a pas de frottement avec les solides qui sont mouillés par le liquide dont on se sert.

Ces résultats sont entièrement opposés à ceux auxquels était arrivé M. Helmholtz [1].

J. CHANEY. — Nouvelle détermination du poids d'un pouce cubique d'eau.

Le meilleur moyen de déterminer le poids d'un volume donné d'eau est de déterminer le poids de l'eau déplacée par un corps ou gravimètre dont le poids dans l'air et dans le vide ainsi que les dimensions linéaires extérieures peuvent être évalués exactement.

L'auteur s'est servi de trois gravimètres :

C. Un cylindre circulaire creux en bronze recouvert de platine de 9 pouces de diamètre et de hauteur;

Q. Un cylindre de quartz de 3 pouces de diamètre et de hauteur;

S. Une sphère creuse de laiton de 6 pouces.

Il a trouvé que, dans l'air normal, 1 pouce cubique d'eau distillée, privée d'air, à la température de 62°F. pèse

(C)	252,267 grains,
(Q)	252,301 »
(S)	252,261 »

(1) HELMHOLTZ, *Sitzungsberichte der Wiener Akademie*, t. XL.

Les déterminations faites avec la sphère présentent un plus grand degré d'exactitude. L'auteur prend pour poids de 1 pouce cubique d'eau

$$252,282 \pm 0,002 \text{ grains.}$$

DINES. — Pression du vent sur une surface inclinée, p. 233.

L'auteur s'est servi d'une table tournante de 56 pieds de diamètre; les observations ont porté sur des plaques carrées et circulaires. Les expériences faites avec une plaque circulaire exposée au vent dans différentes positions ont montré que la composante tangentielle de la pression du vent est négligeable devant la composante normale.

M. Dines a aussi étudié l'effet des surfaces rugueuses et la distribution des lignes de courant sur la surface de la plaque.

La pression sur la plaque varie avec la hauteur barométrique.

L'élévation de température ne paraît pas avoir d'influence.

C. TOMLINSON. — Action des huiles sur les mouvements du camphre à la surface de l'eau, p. 258.

A propos du Mémoire de lord Rayleigh, M. Tomlinson rappelle les expériences qu'il a faites antérieurement sur ce sujet.

Mc. CONNEL. — Sur la plasticité d'un cristal de glace (Note préliminaire), p. 259.

L'auteur revient sur certaines expériences communiquées à la Société Royale en 1888 par M. Kidd et par lui-même. En suspendant par leurs extrémités de petits barreaux de glace pris dans un bloc homogène et en plaçant des poids au milieu, il est amené à la découverte d'une plasticité particulière de la glace.

Un cristal de glace se comporterait comme s'il était formé d'un très grand nombre de feuilles de papier très minces réunies par une substance visqueuse ne leur permettant de glisser les unes sur les autres qu'avec une grande difficulté, ces feuilles étant parfaitement inextensibles et flexibles.

W. STROUD. – Note préliminaire sur un nouveau magnétomètre, p. 260.

Cet appareil permet de déterminer la composante horizontale du magnétisme terrestre par une méthode qui présente sur celle de Gauss les avantages suivants :

1° On évite la détermination d'une durée de vibration.

2° On évite la détermination d'un moment d'inertie.

3° On n'a pas besoin de déterminer la distance entre les pôles de la boussole de déclinaison.

4° La variation du moment magnétique de la boussole et la variation de l'action inductrice de la terre pendant la durée d'une expérience n'ont aucune influence.

5° L'aimant n'a besoin que d'une très faible aimantation.

6° Lorsque les constantes de l'instrument sont connues, il ne faut que quelques minutes pour déterminer H.

J.-A. EWING. — Contribution à la théorie moléculaire du magnétisme induit, p. 342.

La théorie du magnétisme de Weber rend compte, d'une manière assez approchée de l'augmentation de l'intensité d'aimantation avec l'intensité du champ magnétique; elle prévoit également une valeur maximum de l'aimantation, mais elle ne rend, par contre, aucunement compte des phénomènes du magnétisme résiduel.

M. Ewing établit une autre théorie en se fondant sur ce fait que le fer et le nickel montrent, lorsqu'ils sont soumis à certaines déformations, une instabilité remarquable à l'aimantation et à la désaimantation (1). On peut alors expliquer tous les faits expérimentaux en admettant que les seules actions intérieures des molécules proviennent des forces magnétiques qui s'exercent entre elles.

Pour démontrer sa théorie, M. Ewing construit un certain nombre d'aimants de la manière suivante : un fil d'acier fortement aimanté de $0^{cm},25$ de diamètre environ et de $5^{cm},14$ de long est plié en son milieu de manière à placer le centre de gravité du

(1) Nagaoka, *Journal of the Science college of the university of Tokio*, t. II, p. 304; 1888.

système au-dessus du point de support. Un certain nombre de ces aimants sont placés les uns près des autres sur une planchette entourée d'un certain nombre de spires de fil permettant de produire un champ magnétique.

Les axes de ces aimants forment des figures déterminées contenant des lignes de deux, trois ou plusieurs aimants. S'ils sont déviés par un faible courant, ils prennent des positions d'équilibre stable, du moins par une configuration unique des aimants; si l'on fait agir un courant intense, leurs positions d'équilibre sont instables et différentes des premières.

Le groupement des aimants suivant les sommets d'une série de carrés offre un intérêt particulier, puisque le fer et le nickel cristallisent dans le système cubique. Quand il n'existe pas de force magnétisante les petits aimants se placent de préférence parallèlement aux côtés des carrés. Supposons que la force magnétique extérieure h augmente d'une manière continue. On obtient d'abord une déviation stable de tous les aimants, sauf de ceux dont l'axe a la même direction que h. Il en résulte la production d'un faible moment magnétique résultant qui augmente à peu près proportionnellement avec la force h. Si l'on supprime alors l'action du champ, les aimants reviennent à leur position primitive.

Si l'on augmente la valeur de h, l'hystériésis se fait sentir et l'on constate en même temps une augmentation sensible de la susceptibilité, c'est-à-dire une augmentation dans la rapidité avec laquelle le moment résultant est obtenu. Si la force magnétisante augmente encore, le système se rapproche de plus en plus de la saturation, c'est-à-dire l'orientation des aimants élémentaires coïncide de plus en plus avec la direction de h.

L'explication de l'aimantation temporaire et permanente est ainsi possible sans l'intervention d'une force corrective.

Les effets des vibrations mécaniques sur l'augmentation de la susceptibilité magnétique et sur la réduction de l'hystériésis s'expliquent par le fait que les vibrations produisent des changements périodiques dans la distance des centres moléculaires.

L'augmentation de la perméabilité par la température s'explique facilement par l'augmentation des distances moléculaires produite par la dilatation de l'aimant. A une certaine température, dite température critique, le mouvement oscillatoire des molécules se

transformerait en un mouvement de rotation complet qui supprimerait toute polarité. Cette hypothèse est confirmée par les recherches de du Bois ([1]) et Hopkinson ([2]), qui ont constaté que l'augmentation de température produit une diminution du moment magnétique lorsque la force magnétisante est très intense.

Après avoir calculé la variation de stabilité, sous l'influence d'une force directrice, d'une série d'aimants dont les pôles sont régis par la loi de l'inverse du carré de la distance, l'auteur étudie les effets si complexes des pressions et des tractions sur l'aimantation.

Si les molécules magnétiques sont soumises à un effort de traction, la stabilité des chaînes d'aimants moléculaires parallèles à la force magnétisante est diminuée tandis que celle des chaînes perpendiculaires est augmentée. L'action résultante définitive dépend donc de la prédominance de l'une ou l'autre catégorie de chaînes magnétiques. Si l'effort de traction se fait déjà sentir avant l'application de la force magnétisante, il en résulte, pour les chaînes détendues, une tendance à être déviées et à se placer perpendiculairement au sens de l'effort mécanique, afin de réaliser une plus grande stabilité. La perméabilité est donc diminuée par la traction comme cela a été vérifié expérimentalement pour le fer dans des champs un peu intenses.

La théorie permet également d'expliquer les effets différents d'une traction mécanique si cette traction a lieu avant ou après l'application de la force magnétisante, l'effet des premiers efforts de traction sur le magnétisme résiduel ainsi que celui des variations de température sur le moment total et le magnétisme résiduel.

Enfin le phénomène désigné sous le nom d'*accommodation moléculaire* par Wiedemann et Fombruson s'accorde parfaitement avec la théorie précédente. R. Paillot.

([1]) *Philos. Mag.*, avril 1890.
([2]) *Philos. Mag.*, p. 443; 1889.

JAMIN (**J.**), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, Professeur de Physique à l'Ecole Polytechnique, et **BOUTY** (**E.**), Professeur à la Faculté des Sciences. — **Cours de Physique de l'Ecole Polytechnique**. 4e édition, augmentée et entièrement refondue, par E. Bouty. 4 forts volumes in-8 de plus de 4000 pages, avec 1587 figures dans le texte et 14 planches sur acier, dont 2 en couleur; 1885-1891. (*Autorisé par décision ministérielle.*) .... 72 fr.

On vend séparément :

Tome I.

(*) 1er fascicule. — *Instruments de mesure. Hydrostatique;* avec 150 figures et 1 planche .... 5 fr.

2e fascicule. — *Physique moléculaire;* avec 93 figures .... 4 fr.

Tome II. — Chaleur. — 15 fr.

(*) 1er fascicule. — *Thermométrie. Dilatations;* avec 98 figures. 5 fr.

(*) 2e fascicule. — *Calorimétrie;* avec 48 figures et 2 planches. 5 fr.

3e fascicule. — *Thermodynamique. Propagation de la chaleur;* avec 47 figures .... 5 fr.

Tome III. — Acoustique; Optique. — 22 fr.

1er fascicule. — *Acoustique;* avec 123 figures .... 4 fr.

(*) 2e fascicule. — *Optique géométrique;* avec 139 figures et 3 planches .... 4 fr.

3e fascicule. — *Étude des radiations lumineuses, chimiques et calorifiques. Optique physique;* avec 249 fig. et 5 planches, dont 2 planches de spectres en couleur .... 14 fr.

Tome IV (1re Partie). — Electricité statique et dynamique. — 13 fr.

1er fascicule. — *Gravitation universelle. Électricité statique;* avec 155 figures et 1 planche .... 7 fr.

2e fascicule. — *La pile. Phénomènes électrothermiques et électrochimiques;* avec 161 figures et 1 planche .... 6 fr.

Tome IV (2e Partie). — Magnétisme; Applications. — 13 fr.

3e fascicule. — *Les aimants. Magnétisme. Electromagnétisme. Induction;* avec 240 figures .... 8 fr.

4e fascicule. — *Météorologie électrique. Applications de l'électricité. Théorie générale,* avec 84 figures et 1 planche .... 5 fr.

(*) Les matières du programme d'admission à l'École Polytechnique sont comprises dans les parties suivantes de l'Ouvrage :

Tome I, 1er fascicule; Tome II, 1er et 2e fascicule; Tome III, 2e fascicule.

Tous les trois ans un Supplément destiné à exposer les progrès accomplis pendant cette période viendra compléter ce grand Traité et le maintenir au courant des derniers travaux.

JENKIN (**Fleeming**), Professeur de Mécanique à l'Université d'Édimbourg. — **Electricité et Magnétisme**. Traduit de l'anglais sur la 8e édition par H. Berger, Directeur-Ingénieur des lignes télégraphiques, ancien Élève de l'Ecole Polytechnique, et Croullebois, Professeur à la Faculté des Sciences de Besançon, ancien Élève de l'École Normale supérieure. Édition française augmentée de Notes importantes sur les *lois de Coulomb*, la *déperdition électrique*, le *potentiel*, les *tubes de force*, l'*énergie électrique*, la *transmission de la force*, etc. Un fort volume petit in-8, avec 270 figures dans le texte; 1885 .... 12 fr.

TABLE DES MATIÈRES.

[illegible]UT 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON, RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — SEPTEMBRE 1891.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

DÉTERMINATION DU RAPPORT ENTRE L'UNITÉ ÉLECTRIQUE ET L'UNITÉ ÉLECTROSTATIQUE D'ÉLECTRICITÉ;

PAR M. H. PELLAT.

En 1887, à l'époque où j'ai commencé mes recherches sur la détermination du rapport entre l'unité électromagnétique et l'unité électrostatique d'électricité, il n'existait, à ce sujet, que les résultats suivants :

Dates.	Expérimentateurs.	Valeurs trouvées.
1856	Weber et Kohlrausch	$310,7 \times 10^8$ (1)
1868	Maxwell	284,2 (2)
1869	Thomson et King	280,8 (3)
1873	Kichan	289,6 (4)
1879	Ayrton et Perry	296,0 (5)
1880	Shida	295,5 (6)
1883	J.-J. Thomson	296,3 (7)
1884	Klemencic	301,9 (8)

Ces nombres ne présentent pas entre eux une concordance satisfaisante pour une grandeur de première importance, puisqu'elle entre comme facteur dans presque toutes les formules de l'électrostatique, quand on veut exprimer les résultats dans le système électromagnétique, adopté aujourd'hui. En outre, on sait quel intérêt s'attache à la comparaison de ce rapport avec la vitesse des radiations lumineuses pour la justification de la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell.

C'est ce qui m'a engagé à employer l'électrodynamomètre absolu que je venais de réaliser, pour déterminer cette grandeur, par une méthode des plus simples, qui me paraissait susceptible de précision. Mais, pendant le cours de mes mesures, qui ont duré

(1) WEBER et KOHLRAUSCH, *Pogg. Ann.;* 1856.
(2) MAXWELL, *Phil. Trans.*, p. 643; 1868.
(3) KING, *Report of the Committee on Electrical Standards;* 1869.
(4) DUGALD M. KICHAN, *Phil. Trans.;* 1876.
(5) AYRTON and PERRY, *Journ. Soc. Tel. Engineers*, p. 126; 1879.
(6) SHIDA, *Phil. Mag.*, [5], X, p. 431; 1880.
(7) J.-J. THOMSON, *Phil. Trans.*, p. 707; 1883.
(8) KLEMENCIC, *Wiener Berichte* [3], LXXXIII, p. 88.

plus de trois années, plusieurs savants ont publié le résultat de mesures présentant entre elles une grande concordance, sauf la dernière.

Dates.	Expérimentateurs.	Valeurs trouvées.
1887	Himstedt	$300,8 \times 10^8$ (1)
1889	W. Thomson................	300,4
1889	E.-B. Rosa..................	300,0 (2)
1889	Rowland.....................	298,2 (3)

Le nombre que j'ai trouvé ($300,9 \times 10^8$) s'accorde aussi avec les trois premiers des nombres précédents.

Méthode. — La méthode que j'ai employée consiste à mesurer une même différence de potentiel : 1° en unités électromagnétiques, en la comparant à la différence de potentiel qu'un courant, connu en valeur absolue au moyen de mon électrodynamomètre, détermine entre les extrémités d'une résistance connue aussi en valeur absolue; 2° en unités électrostatiques, au moyen de l'électromètre absolu de Sir W. Thomson.

Pour faire une détermination précise avec ce dernier instrument, il faut que la mesure porte sur plusieurs centaines de volts, tandis qu'il n'est, au contraire, commode de mesurer directement en valeur électromagnétique que des différences de potentiel de l'ordre du volt. Il était donc nécessaire de déterminer le rapport de deux différences de potentiel de valeurs très différentes. Après avoir essayé plusieurs méthodes, je me suis arrêté à la suivante, qui m'a donné pleine satisfaction.

Le courant fourni par une pile P formée de plusieurs centaines de petits éléments disposés en tension passait dans une grande résistance R, formée d'un certain nombre n de résistances égales entre elles R′ (valant 100 000 ohms); c'était la différence de potentiel E que le courant établissait aux deux extrémités de la résistance R qui était mesurée à l'électromètre absolu. Or, cette différence de potentiel E était égale à n fois la différence de potentiel E′ existant aux extrémités d'une des résistances R′ ($E = nE'$).

---

(1) Himstedt, *Wied. Ann.*, Bd. XXXIII, S. 1; 1888.
(2) *Phil. Mag.*, [5], XXVIII, p. 315.
(3) H.-A. Rowland, *Phil. Mag.*, [5], XXVIII, p. 304.

Pour avoir en unités électromagnétiques la quantité E′, on opposait cette différence de potentiel à la force électromotrice d'une pile *p* de treize éléments Latimer-Clark diminuée d'une fraction de volt prise par dérivation sur un courant, et dont nous verrons plus loin la nécessité. La compensation était observée au moyen d'un électromètre capillaire rendu à dessein peu sensible; elle était obtenue et maintenue, malgré les variations continuelles du courant fourni par la pile P, en ajoutant à celle-ci ou en en retranchant quelques éléments ou des fractions d'élément, au moyen d'un commutateur convenable. Un aide était chargé de cette opération, qui assurait la constance de la différence de potentiel E mesurée à l'électromètre absolu.

Les éléments Latimer-Clark de la pile *p*, maintenus à température constante par leur immersion dans un liquide (eau ou pétrole) et soigneusement isolés, étaient comparés à l'un d'entre eux T, pris comme étalon, par opposition et en compensant la légère différence de force électromotrice par une différence de potentiel prise sur un circuit traversé par un courant. Cette compensation était appréciée au moyen d'un électromètre capillaire très sensible, suivant la méthode habituelle. On obtenait ainsi la force électromotrice de la pile *p* en fonction de celle de l'élément T. Celle-ci était connue, dans chaque expérience, d'après la température de l'élément, donnée par un thermomètre dont le réservoir plongeait dans la dissolution de sulfate de zinc de l'élément (1).

La force électromotrice de l'élément T était mesurée de temps en temps en valeur absolue par la méthode suivante.

Un courant aussi constant que possible traversait l'électrodynamomètre absolu, une résistance *r* et un rhéostat. La différence de

(1) Les éléments Latimer-Clark de la pile *p* sont formés par du mercure placé au fond d'un tube, recouvert par une pincée de sulfate mercureux; au-dessus se trouve une dissolution à 15 pour 100 de sulfate de zinc, dans laquelle baigne un bâton de zinc pur, amalgamé, enveloppé de papier parchemin. Une couche de valvoline empêche complètement l'évaporation du liquide aqueux. Quand les éléments doivent être transportés, la valvoline est placée entre deux couches de paraffine qui forme un bouchon solide. Ces éléments, à sulfate de zinc liquide sont bien préférables aux Latimer-Clark à pâte solide; le coefficient de variation avec la température est beaucoup plus faible, et celle-ci peut être déterminée exactement.

potentiel produite par ce courant aux extrémités de r était opposée à la force électromotrice de l'élément T; la compensation était observée au moyen d'un électromètre capillaire très sensible. Un aide, en agissant sur le rhéostat, réglait l'intensité du courant, de façon que la compensation fût parfaite, et maintenait celle-ci, malgré les variations de la pile fournissant le courant (¹). Comme l'élément pouvait être considéré comme ayant une force électromotrice invariable pendant la durée d'une détermination, ce procédé assurait la constance du courant à moins de $\frac{1}{5000}$ de sa valeur. On pouvait alors faire à loisir les pesées nécessaires à la mesure de l'intensité i du courant par l'électrodynamomètre.

La résistance r était formée d'un fil nu en métal xxx (²), enroulé sur deux planchettes d'ébonite disposées en croix; elle était immergée dans un bain de pétrole dont un thermomètre donnait la température, rendue uniforme par un agitateur à air. Cette résistance a été, à plusieurs reprises, comparée aux étalons mercuriels de M. Benoît. En ohm légal, sa valeur ρ était donnée par la formule

$$\rho = 5^{\omega},0315 + 0^{\omega},00111\, t.$$

J'ai admis que la valeur de l'ohm était la fraction $\frac{106,3}{106}$ de l'ohm légal pour avoir r en ohm $\left(r = \frac{106}{106,3}\rho\right)$.

Le produit ir représentait la force électromotrice de l'élément T en volt (³).

(¹) Ce sont les accumulateurs qui m'ont donné les courants les plus réguliers et les plus faciles à régler, par conséquent.

(²) Le métal xxx, qui se trouve depuis quelques années dans le commerce, a la composition suivante :

Cuivre	56,5
Nickel	35,5
Zinc	8,0
	100,0

Il est préférable au maillechort ordinaire pour la construction des résistances, parce que son coefficient de variation de résistance avec la température (0,000 22) est moitié moindre et que sa résistance spécifique est le double environ.

(³) Nous reproduisons la série des déterminations effectuées pour déterminer la force électromotrice du Latimer-Clark T en valeur absolue. Le résultat est ici exprimé en *volt légal;* c'est-à-dire qu'il a été obtenu en multipliant l'intensité i

C'est ainsi qu'on obtenait en unités électromagnétiques la valeur de la différence de potentiel E existant entre les deux extrémités A et B de la résistance R. Pour l'obtenir en unités électrostatiques, on se servait, comme je l'ai déjà dit, de l'électromètre absolu de Sir W. Thomson.

La bouteille de Leyde de cet instrument étant convenablement chargée, l'une des extrémités A de la résistance R était mise en communication avec le plateau inférieur C de l'électromètre et l'autre extrémité B avec l'armature extérieure D de la bouteille de Leyde, dont l'armature intérieure est reliée, comme on le sait, à l'anneau de garde et au plateau mobile. En tournant la vis micrométrique V qui monte ou descend le plateau inférieur C, on amenait le plateau mobile dans le plan de l'anneau de garde; on en était averti quand le cheveu porté par ce plateau donnait son image entre les pointes des vis qui servent de réticule au

---

du courant en ampères par la résistance ρ exprimée en ohm légal. Les nombres de la quatrième colonne ont été calculées par la relation

$$E = E_0(1 - 0{,}000\,295\,t).$$

Dates.	Température de l'élément t.	Force électromotrice de l'élément à $t°$.	à 10°.
20 février 1888	9,5	1,469 0	1,468 8
10 mars 1888	13,8	1,466 4	1,468 1
19 juin 1888	16,8	1,464 9	1,468 0
11 juillet 1888	17,4	1,464 2	1,467 6
13 janvier 1889	11,4	1,466 7	1,467 6
8 juin 1889	21,3	1,460 3	1,465 7
15 juin 1889, matin	20,0	1,460 9	1,465 7
15 juin 1889, soir	20,1	1,461 0	1,465 8
15 février 1890	14,4	1,463 4	1,466 0
12 mars 1890	16,0	1,462 8	1,466 0
14 mars 1890	17,0	1,462 2	1,466 1
15 mars 1890	18,0	1,461 3	1,465 6
28 avril 1890	14,9	1,463 3	1,466 2
21 juillet 1890	19,0	1,460 9	1,465 7
3 décembre 1890	6,8	1,466 8	1,466 4

On voit, par la quatrième colonne, que la variation de l'élément (construit le 11 février 1888) est très faible, qu'il a éprouvé pourtant une légère diminution pendant la première année. On peut juger, par la concordance des observations faites à des époques très rapprochées (juin 1889 ou mars 1890) de la précision de la méthode de mesure.

microscope qui vise ce cheveu. Après avoir fait la lecture a de la position du plateau inférieur sur le tambour que porte la vis micrométrique V, on intervertissait, à l'aide d'un commutateur soigneusement isolé ([1]), les communications entre A et B, C et D, et l'on notait la nouvelle position b du plateau inférieur qui amenait le plateau mobile dans le plan de l'anneau de garde. Si la bouteille de Leyde avait conservé rigoureusement la même charge entre ces deux opérations, on aurait obtenu la différence de potentiel v entre A et B par la formule connue

$$(1) \qquad 2v = \frac{a-b}{r}\sqrt{8pg},$$

dans laquelle r représente le rayon du plateau mobile, p la masse dont le poids pg est égal à la force des ressorts qui tendent à soulever le plateau mobile quand il est dans le plan de l'anneau de garde. Mais, comme on ne peut pas compter sur la constance de la charge de la bouteille de Leyde, on croisait les expériences en déterminant à des époques également espacées [35 secondes ([2])], d'abord une première valeur a_1 de a, puis, après avoir fait jouer le commutateur, une première valeur b_1 de b; en ramenant le commutateur à la première position, on déterminait une seconde valeur a_2 de a, et ainsi de suite. Les nombres $a_1, a_2, a_3, \ldots$ et les nombres $b_1, b_2, b_3, \ldots$ formaient deux séries qui, aux erreurs de lecture près, constituaient une progression linéaire, indiquant que la perte de charge de la bouteille (toujours très faible pendant une série de pointés) était proportionnelle au temps. On prenait alors pour $a-b$ les différences $\frac{a_1+a_2}{2}-b_1$, $a_2-\frac{b_1+b_2}{2}$,

---

([1]) Ce commutateur doit avoir une résistance d'isolement assez grande pour pouvoir être considérée comme infinie vis-à-vis de la résistance R qui était d'un ou deux mégohms. J'ai employé successivement deux commutateurs : l'un était formé par des colonnes d'ébonite, l'autre avait pour isolant la paraffine, dont l'isolement peut être considéré comme absolu; les résultats ont été les mêmes avec l'un et l'autre instrument.

([2]) Une sonnerie électrique commandée par un métronome donnait un signal toutes les 35 secondes. L'aide chargé de régler l'intensité du courant circulant dans la résistance R devait, à ce moment, voir la colonne de mercure de l'électromètre capillaire dans le voisinage de zéro, avec une tolérance déterminée, sans quoi la mesure était rejetée.

$\frac{a_2 + a_3}{2} - b_2$, ... Ces différences ne présentaient plus d'écart systématique avec leur moyenne, qui était introduite à la place de $(a - b)$ dans la formule ci-dessus. Chaque expérience comprenait, le plus souvent, douze pointés, de façon que la moyenne correspondait à dix nombres.

Réglage de l'électromètre absolu; tare. — Avant de procéder aux mesures précédemment décrites, il avait fallu régler l'électromètre absolu et trouver la valeur de la tare p. Voici le procédé qui était employé pour cela.

Le plateau mobile était rendu bien horizontal, de façon que sa base fût exactement parallèle au plan de l'anneau de garde, au moyen de petits contrepoids en clinquant placés convenablement sur sa face supérieure. C'était une opération extrêmement longue et délicate qui n'était répétée que de temps en temps.

Quand la base inférieure du plateau mobile avait été amenée exactement dans le plan de l'anneau de garde, ce dont on pouvait juger à l'œil, armé d'une faible loupe (avec une précision supérieure à $\frac{1}{50}$ de millimètre, comme je m'en suis assuré), il fallait que l'image du cheveu fût sur le réticule; on y arrivait en déplaçant les petites vis qui constituent ce réticule.

Pour la tare p, on se servait de trois petits poids cylindriques en fer nickelé égaux en masse, et dont la somme était dans les expériences définitives de $0^{gr},4095$ [1]. Ces poids étaient disposés symétriquement, en les inscrivant dans trois des six angles formés par les nervures que porte, dans le sens des rayons, le plateau à sa partie supérieure. On tendait alors convenablenent les ressorts à l'aide d'une vis micrométrique, qui peut soulever leur partie supérieure, jusqu'à amener l'image du cheveu sur le réticule, et l'on s'assurait que le plateau était parfaitement dans le plan de l'anneau de garde.

---

(1) Dans les essais de la méthode, les tares ont été faites avec des poids plus forts et plus faibles; aucune modification systématique n'étant apportée par la valeur de la tare, j'ai pris alors la tare qui m'a paru la plus favorable pour la précision.

Les poids étaient alors ôtés et le plateau recouvert de la cage qui lui sert d'écran électrique ([1]).

Pour poser les poids sur ce plateau, suspendu par des ressorts si délicats et pour les ôter, j'ai fait usage d'un petit électro-aimant ([2]); c'est pour cette raison que les poids étaient en fer.

Étude de la vis micrométrique. — La vis micrométrique V a été étudiée une première fois, en enlevant la partie supérieure de l'appareil et en faisant soulever à la vis une graduation horizontale regardée avec un microscope. Cette étude a montré que la vis était loin d'être suffisamment régulière. Elle possédait des erreurs périodiques et progressives, qui ont pu être constatées, mais qui ne pouvaient pas être mesurées avec une précision suffisante.

Pour éviter toute cause d'erreur provenant du défaut de la vis, les expériences ont été conduites de façon à employer juste un tour complet ou deux tours complets de la vis, à partir du zéro du tambour, quand on passait de la position a à la position b, et cela à moins d'un centième de tour de vis près; c'étaient les millièmes de tours de vis qui étaient appréciés aussi exactement que possible lors de chaque pointé. Il a suffi, pour cela, la tare étant déterminée, d'avoir à mesurer une différence de potentiel E de grandeur convenable. Il en résultait pour $E'\left(=\frac{E}{n}\right)$ une valeur un peu plus faible que la force électromotrice de la pile p de 13 latimer-clarke, employée pour la compenser; c'est pour cela qu'il était retranché de la différence de potentiel, présentée par les pôles de la pile p, une fraction de volt, comme nous l'avons indiquée plus haut.

Il suffisait dès lors de mesurer très exactement le tour de vis ou le double tour de vis employé. Dans ce but, l'instrument a été

([1]) Cette cage présente des ouvertures inutiles qui ont été bouchées par des lames de clinquant; les ouvertures utiles pour le passage de la lumière ont été recouvertes d'une toile métallique. Ces précautions ne sont peut-être pas indispensables.

([2]) Je me suis assuré qu'aucune cause d'erreur n'était due à une aimantation possible des ressorts d'acier par l'introduction momentanée dans leur voisinage de ce petit électro-aimant, en faisant aussi la tare avec des poids de laiton, posés et enlevés avec un crochet.

transformé en un sphéromètre, en enlevant l'anneau de garde, le disque mobile et toute la partie supérieure, et en remplaçant celle-ci par une pointe H à contact électrique. La lame, dont on voulait mesurer l'épaisseur, était placée sur un petit trépied posé sur le plateau inférieur conservé; on soulevait le plateau et, par conséquent, la plaque, en se servant de la vis micrométrique V; dès que cette plaque touchait la pointe H, un courant était fermé et faisait dévier brusquement l'aiguille d'un galvanomètre, ce qui indiquait le contact avec beaucoup de précision.

Le pas de vis de ce sphéromètre a été mesuré alors par le procédé indiqué par M. Macé de Lépinay (¹). Je me suis servi comme étalon de deux lames de quartz, que m'a obligeamment prêtées M. Macé de Lépinay, dont la différence d'épaisseur était presque exactement le double tour de vis à étudier. L'épaisseur de ces lames avait été déterminée avec le plus grand soin par cet habile expérimentateur (²), en fonction de l'arête du cube représentant le millilitre, qui ne diffère pas d'une quantité assez grande du centimètre pour introduire une erreur appréciable dans mes mesures.

Quant à la mesure du diamètre du plateau mobile et à celle de l'ouverture de l'anneau de garde, nécessaire pour connaître l'épaisseur du sillon qui sépare le plateau mobile de cet anneau, elles ne présentent aucune difficulté. Elles ont été effectuées au moyen d'une règle graduée en laiton, posée sur le diamètre à mesurer, et regardée au moyen de microscopes pourvus d'un micromètre oculaire. La règle a été comparée aux étalons du Bureau international des Poids et Mesures.

Influence du sillon. — La distance du plateau mobile à l'anneau de garde n'étant pas infiniment petite comme le suppose la théorie élémentaire, il a fallu se préoccuper de corriger la cause d'erreur qui peut résulter de l'épaisseur appréciable du sillon qui les sépare. Un calcul, fondé sur les « figures conformes (*Abbildung*) », analogue à celui fait par Kirchoff pour obtenir la capacité du condensateur à anneau de garde, m'a conduit à la formule de correc-

---

(¹) *Journal de Physique,* 2ᵉ série, t. VII, p. 53; 1888.
(²) *Ibid.,* 2ᵉ série, t. V, p. 405 et 411; 1886.

tion. De son côté, M. Potier a eu l'obligeance de refaire ces calculs et est arrivé à une formule beaucoup plus élégante, et qui donnait les mêmes résultats numériques que celle que j'avais trouvée ([1]). La correction revient à ajouter au plateau mobile une bande fictive, dont la largeur dépend de celle de l'anneau de garde et aussi de la distance des deux plateaux, et à supposer que le plateau mobile est couvert uniformément d'une couche électrique ayant la densité indiquée par la théorie élémentaire ([2]).

Résultats. — Après avoir fait une étude soignée de la méthode par de nombreuses mesures d'essai, deux séries définitives de mesures ont été effectuées : l'une au mois de juin 1890, dans laquelle on a employé pour résistance R un mégohm et pour valeur de E 189 volts environ, de façon à avoir à déplacer d'un tour complet le plateau inférieur. Cette série a compris vingt expériences faites en employant les diverses résistances R', dont se composait R, pour obtenir E', afin de se mettre à l'abri des inégalités qui auraient pu exister entre ces résistances R'; par le fait elles étaient parfaitement égales. La moyenne a été

$$v = 300,93 \times 10^8.$$

Une seconde série d'expériences a été faite en octobre, novembre et décembre 1890, en prenant pour R deux mégohms, pour E 378 volts, ce qui correspondait à deux tours de vis complets. Elle a compris trente-trois expériences faites, comme les précédentes, en variant la résistance R' qui fournissait E'. La moyenne a été

$$v = 300,91 \times 10^8,$$

nombre remarquablement concordant avec la moyenne de la pre-

([1]) La formule de correction a été publiée dans une Note de M. Potier sur l'*Électromètre absolu,* placée à la fin de la traduction, par M. Seligmann-Lui, du *Traité d'Électricité et de Magnétisme,* de Maxwell.

([2]) Comme le terme correctif dépend de la distance des deux plateaux parallèles qui n'est pas la même pour la position a et pour la position b du plateau inférieur, le calcul de $2v$ a dû être fait par une formule un peu plus compliquée que la formule (1) indiquée plus haut. En employant cette formule et en donnant à r la valeur corrigée pour la position moyenne $\frac{a+b}{2}$, l'erreur commise n'aurait été, du reste, que de $\frac{1}{600}$.

mière série (¹), ce qui montre combien les erreurs accidentelles s'éliminent par un grand nombre d'observations; mais ce qui ne prouve malheureusement rien pour la justesse du résultat à cause des erreurs systématiques.

A ce point de vue, on peut dire que les erreurs de la partie électromagnétique doivent être à peu près négligeables vis-à-vis des erreurs de la partie électrostatique; quant à ces dernières, je crois que c'est la mesure du pas de la vis qui doit introduire la plus grosse erreur, malgré le procédé relativement si parfait de M. Macé de Lépinay pour le déterminer.

La différence entre la valeur que j'ai trouvée pour v et la vitesse de la lumière trouvée par M. Cornu ($300,3 \times 10^8$ dans l'air) n'est que $\frac{1}{500}$, ce qui me paraît rentrer dans l'erreur possible des déterminations.

Ces expériences ont été faites à l'École Polytechnique, dans le laboratoire de M. Potier; je suis heureux de lui témoigner ici toute ma gratitude pour son aimable hospitalité et pour l'intérêt qu'il n'a cessé de prendre à mon travail. J'adresse aussi mes plus vifs remerciements à M. P. Culmann, M. A. Lalande et M. H. Babinski qui ont bien voulu m'aider dans ces expériences.

SUR LA GRADUATION DES THERMOMÈTRES A ALCOOL;

PAR M. ALFRED ANGOT.

La graduation du thermomètre à alcool est faite le plus souvent d'une manière qui laisse beaucoup à désirer. En dessus de 0°, on se borne d'ordinaire à déterminer dans la glace ou par compa-

(¹) Ces cinquante-trois mesures confirment d'une façon très nette la loi des erreurs données par M. Cornu

$$\left(\frac{\text{erreur du moyen carré}}{\text{erreur moyenne}}\right)^2 = \frac{\pi}{2};$$

on trouve, en effet,

$$\left(\frac{\text{erreur du moyen carré}}{\text{erreur moyenne}}\right)^2 = \frac{\pi}{2,014}.$$

L'erreur probable, calculée par les méthodes connues, est $0,37 \times 10^8$.

raison avec le thermomètre à mercure, les trois points 0°, 15° et 30°, et à diviser en 15 parties égales les intervalles correspondants. En dessous de 0°, les constructeurs soigneux suivent diverses règles empiriques; par exemple, on mesure l'intervalle 0°, + 14°,2, on le reporte au-dessous de 0° et on le divise en 15 parties égales, ce qui donne la graduation entre 0° et — 15°; puis on mesure de même l'intervalle 0°, — 14°,2, on le reporte au-dessous de — 15°, et l'on divise en 15 parties égales, ce qui donne la graduation entre — 15° et — 30°, et ainsi de suite. Trop souvent on se borne simplement à reporter en dessous de 0° une graduation égale à celle qu'on a tracée de 0° à + 15°, ce qui est absolument mauvais. En somme, on ne peut pas compter sur les indications des thermomètres à alcool dès que la température tombe en dessous de — 10°, et à — 30° l'erreur atteint souvent plusieurs degrés, ce qui a une grande importance en Météorologie, où l'on est forcé d'employer les thermomètres à alcool comme thermomètres à minima.

Ces conditions m'ont amené à étudier la dilatation apparente dans le verre de l'alcool ordinaire qui sert à faire les thermomètres à minima (alcool à 90°). Déjà, en 1881, j'avais fait une série de comparaisons entre les températures extrêmes de + 34°,11 et — 30°,15, sur plusieurs thermomètres à mercure et deux thermomètres à alcool calibrés et construits, l'un par M. Tonnelot, l'autre par M. Alvergniat. Mais, comme je n'étais pas absolument certain de la valeur des étalons employés à cette époque, j'ai recommencé cette étude avec toute la précision désirable. J'ai employé dans ce but deux thermomètres à alcool, construits avec le plus grand soin par M. Chabaud, qui a pris le même verre et le même alcool qu'il emploie pour tous ses thermomètres à minima; ces thermomètres ont été comparés avec le thermomètre à mercure Tonnelot, n° 4727, étudié au Bureau international des Poids et Mesures. Les thermomètres étaient placés verticalement à côté les uns des autres dans le comparateur à thermomètres du Bureau central météorologique, qui contient plus de 50 litres d'eau; on commençait par amener l'eau lentement à une température supérieure de quelques centièmes de degré à celle où l'on voulait faire les lectures; puis on éteignait les becs de gaz en les remplaçant par une simple lampe à alcool; on pouvait obtenir de la sorte

une température qui ne variait pas de plus de quelques centièmes de degré en un quart d'heure. Les lectures sur les thermomètres étaient répétées cinq fois dans un sens et dans l'autre; toutes les corrections de calibre, d'intervalle fondamental, de pression intérieure, de pression extérieure et de variation du zéro étaient faites au thermomètre à mercure, de sorte qu'on pouvait être assuré que la température était connue au centième de degré. On a fait ainsi la comparaison des thermomètres à alcool et à mercure à huit températures comprises entre $+34^\circ,70$ et $-23^\circ,69$; cette dernière température a été obtenue dans un bain de chlorure de méthyle.

Si l'on appelle n et n' les nombres lus sur les deux thermomètres à alcool quand la température vraie du thermomètre à mercure, toutes réductions faites, est t, on a trouvé que les observations pouvaient, pour ces deux thermomètres, être représentées par les formules

$$n = 305,70 + 5,6900\,(t + 0,001.990\,t^2 + 0,000.0047\,t^3),$$
$$n = 305,64 + 5,6685\,(t + 0,001.999\,t^2 + 0,000.0037\,t^3).$$

L'écart moyen des nombres calculés par ces formules avec ceux qui ont été fournis directement par l'expérience est $\pm 0,13$ pour le premier thermomètre et $\pm 0,04$ pour le second, les écarts extrêmes étant respectivement 0,26 pour le premier et 0,09 pour le second. Comme 1° vaut environ 5,7 divisions de ces thermomètres, on voit que le plus grand écart entre la température calculée et la température observée n'atteint pas $0^\circ,05$ pour le premier thermomètre et $0^\circ,02$ pour le second. Les résultats peuvent être considérés comme très satisfaisants.

Les expériences faites en 1881 avaient donné, pour le thermomètre à alcool Tonnelot,

$$n = 174,85 + 5,1894[t + 0,002.181\,t^2 + 0,000.0026\,t^3]$$

et, pour le thermomètre à alcool Alvergniat,

$$n = 183,10 + 3,6486[t + 0,002.112\,t^2 + 0,000.0153\,t^3].$$

Si l'on tient compte de ce que les observations de 1881 sont moins certaines que celles de 1890, on voit que la lecture n, faite sur un thermomètre à alcool à la température normale t donnée

par un thermomètre à mercure en verre vert, peut être exprimée par la formule

$$n = n_0 + a(t + 0{,}0020\,t^2 + 0{,}000004\,t^3),$$

dans laquelle n_0 est la division où s'arrête l'alcool à la température de la glace fondante et a la valeur du degré aux environs de 0°, constantes qui caractérisent chaque thermomètre; quant à la quantité entre parenthèses, elle est la même pour tous les thermomètres construits avec le même alcool et le même verre et représente la loi de dilatation apparente de l'alcool dans le verre.

Une fois cette quantité connue, il est facile de graduer les thermomètres à alcool de façon qu'ils soient rigoureusement comparables au thermomètre à mercure dans toute l'étendue de leur échelle, en déterminant seulement deux points sur ces thermomètres.

Supposons, par exemple, que, sur un thermomètre à alcool dont la tige est bien calibrée, on ait déterminé la position du point 0° et celle du point t, par exemple; pour fixer la position d'un point quelconque correspondant à la température t', on mesurera à la machine à diviser la longueur l de l'intervalle 0° — t°; la distance au zéro du point où l'on doit placer la division t' sera

$$l \times \frac{t' + 0{,}0020\,t'^2 + 0{,}000004\,t'^3}{t + 0{,}0020\,t^2 + 0{,}000004\,t^3}.$$

Pour faciliter ce calcul, nous donnons dans le Tableau suivant les valeurs de $t + 0{,}0020\,t^2 + 0{,}000004\,t^3$ de 5° en 5°.

Valeurs de $t + 0{,}0020\,t^2 + 0{,}000004\,t^3$.

+40°	43,4560	—40°	37,0560
+35	37,6215	—35	32,7215
+30	31,9080	—30	28,3080
+25	26,3125	—25	23,8125
+20	20,8320	—20	19,2320
+15	15,4635	—15	14,5635
+10	10,2040	—10	9,8040
+ 5	5,0505	— 5	4,9505

Supposons, par exemple, que, sur un thermomètre à alcool à tige suffisamment cylindrique, on ait déterminé exactement la position des points 0° et 29°,50, et que la distance de ces

deux points soit de $92^{mm},74$. Pour $t = 29°,50$ l'expression $t + 0,0020\,t^2 + 0,000004\,t^3$ devient égale à 31,3432. Le quotient de $92^{mm},74$ par 31,3432 est $2^{mm},959$; en multipliant par ce nombre tous ceux du Tableau précédent, on aura exactement la distance au zéro des points qui correspondent à toutes les températures de 5° en 5°; par exemple, le point 35° devra être à $37,6215 \times 2^{mm},959 = 111^{mm},32$ au-dessus du zéro; le point $-25°$ à $23,8125 \times 2^{mm},959 = 70^{mm},45$ au-dessous du zéro, et ainsi de suite. Une fois les points exacts obtenus de 5° en 5°, on divisera tous les intervalles correspondants en cinq parties égales et l'on aura ainsi la position de tous les degrés avec une erreur moindre de 0°,1 pour les points intermédiaires. Il suffirait même le plus souvent, pour les thermomètres ordinaires, de déterminer seulement la position exacte des points de 10° en 10° et de diviser chaque intervalle en dix parties égales.

Le même Tableau permet de se faire une idée des erreurs que peuvent comporter des thermomètres mal gradués. Supposons, par exemple, qu'on se soit borné à déterminer sur un thermomètre à alcool la position des points 0° et 30°, qu'on ait divisé l'intervalle en trente parties égales et qu'on ait prolongé cette même division au-dessus de 30° et au-dessous de 0°. En multipliant tous les nombres du Tableau précédent par $\frac{30}{31,9080}$ on obtient les divisions de ce thermomètre où s'arrêterait l'alcool aux températures vraies de 40°, 35°, etc. On trouve ainsi qu'à $+40°$ (du thermomètre à mercure), le thermomètre à alcool marquerait $+40°,86$; à $+15°$, il marquerait $+14°,54$; à $-10°$, $-9°,22$: à $-20°$, $-18°,08$; à $-30°$, $-26°,62$, et à $-40°$, $-34°,84$; à cette dernière température, le thermomètre à alcool ainsi gradué donnerait un nombre trop haut de plus de 5°.

En employant, au contraire, les règles que nous avons indiquées ci-dessus, même si l'on construit les thermomètres avec un alcool et un verre un peu différents de ceux des thermomètres que nous avons étudiés, on aura des thermomètres à alcool dont les plus grandes divergences avec le thermomètre à mercure ne dépasseront pas deux ou trois dixièmes de degré aux températures les plus basses que l'on observe dans nos contrées.

MARÉGRAPHE PLONGEUR;

Par M. L. FAVÉ.

L'étude du phénomène des marées, tant au point de vue des lois générales qu'au point de vue également intéressant des perturbations, exige l'emploi d'appareils enregistrant d'une façon continue les variations de hauteur de l'eau. Le développement de la navigation nécessite que les Annuaires donnant les heures et les hauteurs des pleines et des basses mers soient étendus à des points de plus en plus nombreux; il y a donc grand intérêt à multiplier les appareils enregistreurs, destinés à fournir les données nécessaires à la prédiction des marées.

Les levés hydrographiques comportent pendant leur exécution des observations suivies des marées, tant pour l'étude du phénomène général que pour la réduction des sondes au niveau des plus basses mers et pour la détermination de ce niveau.

La plupart des marégraphes actuellement en usage exigent, pour leur installation, des conditions que l'on ne rencontre guère que dans les ports où des ouvrages ont été établis en mer ; leur volume, même pour ceux que l'on a cherché à rendre portatifs, permet rarement aux hydrographes de les emporter, et l'on se contente, en général, d'observer la hauteur de l'eau sur une échelle graduée plantée verticalement en mer dans le voisinage de la côte. L'installation de ces échelles qui doivent quelquefois avoir une hauteur de dix mètres et plus, est une opération longue et difficile même lorsqu'on dispose de ressources plus grandes que celles auxquelles on est réduit le plus souvent dans les campagnes lointaines, et il est rare qu'elles résistent longtemps au choc des lames. L'installation des observateurs, tant pour les échelles que pour les marégraphes, présente, dans beaucoup de pays, en particulier dans ceux où l'hostilité des habitants est à craindre, de grandes difficultés.

Les observations aux échelles sont peu précises, elles exigent de la part des observateurs un soin et une conscience que l'on n'est jamais sûr de rencontrer, enfin, elles sont presque impossibles de nuit. Or il est toujours utile et même nécessaire, lorsque l'onde diurne a une valeur notable, que la période d'observation embrasse vingt-quatre heures.

Ces raisons font qu'un instrument d'un petit volume, fonctionnant sans surveillance pendant plusieurs jours et donnant, avec une précision suffisante, un enregistrement continu, est appelé à rendre de grands services.

Le nouveau marégraphe n'a pas pour but de remplacer les instruments fixes qui donnent d'excellents résultats, mais d'abord de suppléer aux observations faites au moyen d'échelles dans les campagnes hydrographiques et, en second lieu, de permettre l'enregistrement des marées dans les cas nombreux où une installation dispendieuse n'est pas possible.

Il a encore pour but d'aborder un problème qui ne l'a pas encore été : celui de la détermination des marées au large, à grande distance des côtes.

On sait que la présence des continents et la forme des côtes ont une influence considérable sur la manifestation des marées. Il y a souvent, en des points très voisins, des différences énormes dans le régime et la grandeur de la marée. Mais toutes les observations que l'on possède sont faites sur le rivage même, on ignore absolument ce qui se passe au large et comment l'onde se transforme en arrivant à la côte. Lors même que l'on peut faire des observations dans une île, on peut être certain que la surélévation du fond qui lui sert de base apporte une perturbation à la propagation de l'onde; la présence même de l'île peut donner lieu à des phénomènes d'interférences qui modifient la marée. La question est des plus intéressantes au point de vue de la théorie pure, au point de vue de l'étude de la formation des courants de marée, enfin au point de vue de la réduction des sondes faites au large à un niveau fixe.

L'instrument fonctionne au fond de l'eau, et il indique les variations de hauteur en enregistrant les variations de pression. C'est donc un véritable manomètre enregistreur, mais un manomètre remplissant des conditions spéciales. Il faut qu'il soit d'un très petit volume, qu'il fonctionne sans aucune surveillance de façon à donner autant de garanties que l'enregistrement aura lieu qu'un appareil mécanique peut en donner. Il serait en effet, très préjudiciable d'être obligé de recommencer un travail de sondes de plusieurs jours, faute des éléments nécessaires à leur réduction. Il faut qu'il soit très robuste, car il devra résister aux chocs im-

possibles à éviter dans les opérations d'immersion et d'émersion qui ne pourront toujours se faire par beau temps. Il faut, enfin, qu'il soit d'une grande précision, car il s'agit d'enregistrer des variations de pression atteignant, dans des conditions moyennes, une dizaine de mètres d'eau, et il faut chercher dans l'enregistrement lui-même une précision de 1^{cm} à 2^{cm} pour obtenir pratiquement, vu les autres causes d'erreurs, une approximation de 5^{cm}. Aucun des instruments enregistreurs actuellement en usage n'est apte à remplir ces conditions.

L'organe sensible à la pression employé dans le nouvel instrument est la capsule à parois ondulées des baromètres anéroïdes. Mais l'élasticité de lames ou de tubes métalliques ne permet d'obtenir que des mouvements d'une très petite amplitude, si l'on veut rester dans des dimensions pratiques. Des systèmes plus ou moins compliqués de leviers, d'engrenages ou de poulies, sont d'ordinaire employés pour rendre ces mouvements mesurables, mais ces systèmes sont tous peu précis et fragiles : peu précis parce qu'ils modifient, souvent dans une proportion notable, la loi du mouvement et à cause du jeu que l'on est obligé de laisser dans les divers organes; fragiles, parce que l'inertie des diverses pièces est considérable par rapport à leur résistance et à celle des pivots qui doivent être très fins pour éviter l'influence du frottement.

Enfin, les divers modes d'inscription, plumes, crayons, etc., sont d'un fonctionnement peu sûr s'ils doivent être soumis à des chocs et si l'on ne peut les surveiller constamment.

Dans le nouvel instrument, le mouvement du centre des capsules s'enregistre directement, et la lecture des tracés s'effectue non plus par une amplification obtenue au moyen d'organes mécaniques, mais par un procédé optique. On amplifie les tracés avec un microscope et l'on mesure les mouvements avec une vis micrométrique. Ce procédé peut s'appliquer à deux conditions : la première, c'est que l'on dispose d'une force assez grande pour que les frottements nécessaires pour obtenir les tracés ne modifient pas sensiblement le mouvement; la seconde, c'est que ces tracés soient assez nets et assez fins pour que la précision des pointés soit suffisante. Ces deux conditions peuvent être remplies.

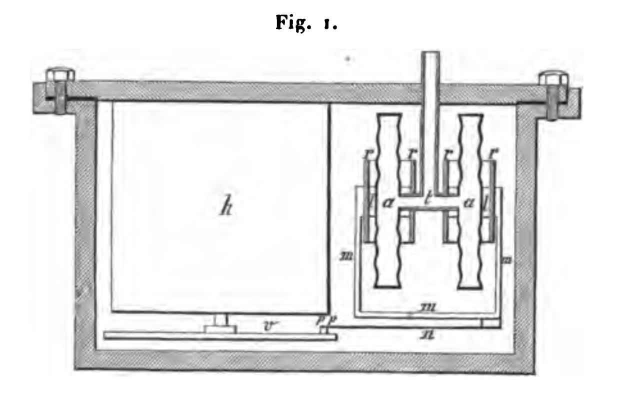
Voici la disposition de l'appareil construit par M. Démichel :

Deux capsules de baromètre anéroïde *aa*, à parois ondulées, re-

présentées en coupe sur la *fig.* 1, sont fixées par l'une de leurs faces à un tube *t*, qui fait communiquer l'intérieur des capsules avec la mer.

Les deux faces extérieures des capsules s'écartent lorsque la pression augmente à l'intérieur en faisant fléchir les fortes lames de ressorts *rrrr*, contre lesquelles elles s'appuient par l'intermédiaire des pièces *ll*; ces lames sont vues en coupe par la tranche sur la figure. Leur disposition est analogue à celle des ressorts des dyna-

Fig. 1.



momètres de traction. Deux pièces de laiton coudées *mm*, fixées sur ces lames, portent deux ressorts très minces *n*, se projetant l'un sur l'autre sur la figure. A l'extrémité de ces ressorts sont fixées deux pointes *pp* qui participent ainsi au mouvement des parois des capsules, tout en étant légèrement appuyées par les ressorts qui les portent sur la surface d'un disque de verre *v*, qu'un mouvement d'horlogerie, contenu dans la boîte *h*, fait tourner. Tout l'appareil est enfermé dans une boîte, dont on rend la fermeture étanche, au moyen de cuir, que l'on enduit d'un mastic de céruse, avant de serrer fortement le couvercle, au moyen de boulons.

L'étanchéité ainsi obtenue est complète, et l'instrument ne souffre en rien de son séjour au fond de la mer.

La surface du disque du verre est recouverte d'un enduit dont la composition sera indiquée plus loin. Les deux pointes s'écartent lorsque la pression augmente, et tracent deux traits dont la distance varie proportionnellement à la pression et, par suite, à la hauteur de l'eau qui surmonte l'appareil. L'amplitude du mouve-

ment des pointes est très petite par rapport au diamètre du disque.

Voici les raisons qui font employer deux pointes, alors qu'il semble qu'une seule dont la distance au centre du disque varierait, avec la pression, pourrait suffire. Le centrage du disque ne peut être rigoureusement exact, et le jeu de l'axe, quelque réduit qu'on le suppose, permet des déplacements qui sont de l'ordre de grandeur des longueurs qu'il s'agit de mesurer. L'écartement des traits n'est en effet, dans cet appareil, que de 5^{mm} pour 10^{m} d'eau, soit 5 microns pour 1^{cm}. On pourrait placer à côté de la pointe mobile une pointe fixe et mesurer la distance des deux traits; mais cette disposition aurait un inconvénient.

Si l'on peut réduire à des dimensions extrêmement petites l'amplitude du mouvement dans le sens du rayon, il est impossible de le réduire dans les mêmes proportions dans le sens de la rotation, car les engrenages ne peuvent, à cause de l'imperfection de leur taille, donner un mouvement rigoureusement proportionnel au temps. Les inégalités dans le mouvement donnent des erreurs dans la lecture de l'heure d'autant plus grandes que l'angle correspondant à un temps donné est plus petit, que la rotation est plus lente.

Si l'on veut que l'appareil puisse fonctionner pendant une semaine au moins, ce qui est pratiquement indispensable, il faut, pour que la mise à l'heure et la lecture de l'heure présentent une exactitude suffisante, malgré les inégalités de mouvement tenant à l'imperfection des engrenages, et malgré le jeu de l'axe donnant naissance à une excentricité, que le disque fasse plusieurs tours pendant ce temps.

Dans ce cas, la pointe fixe tracerait, ou bien toujours le même cercle si le mouvement de l'axe était nul, ou bien des traits très voisins, et l'on n'aurait aucun moyen de distinguer lequel de ces traits se rapporte à un instant donné.

Avec deux pointes mobiles en sens contraires les deux courbes ont une sorte de symétrie, et, bien qu'elles se coupent sous des angles très petits, on peut les suivre dans leurs croisements sans trop de difficulté.

Pour que l'eau de mer ne pénètre pas dans les capsules, et ne vienne pas les oxyder, elles ne communiquent pas directement

avec la mer, mais elles sont remplies de pétrole bien purifié et la pression se transmet par l'intermédiaire d'une membrane assez souple pour ne pas la modifier sensiblement.

L'inscription directe d'un mouvement d'aussi faible amplitude ne peut être appliquée qu'à deux conditions. La première, c'est que la force dont on dispose soit suffisante pour que le frottement nécessaire pour produire les traits ne modifie pas le mouvement d'une façon appréciable. Cette première condition est remplie, car, pour des capsules ayant environ 8^{cm} de diamètre, la force nécessaire pour produire un mouvement équivalent à une pression de 1^{cm} d'eau est d'environ 25^{gr}. Le frottement de départ de l'une des pointes sur le disque de verre n'est que d'environ 1^{gr}.

La seconde condition, c'est que les traits soient suffisamment fins pour se prêter à des pointés très précis. On a employé d'abord des disques de verre argentés par le procédé Foucault-Martin.

On obtient ainsi à peu de frais des surfaces métalliques parfaitement planes et parfaitement polies, sur lesquelles un frottement très faible suffit pour produire des traits très nets et très fins, l'argenture étant suffisamment épaisse pour que les pointes ne pénètrent pas jusqu'au verre, mais rayent seulement la surface du métal. Malheureusement les traits sont assez difficiles à éclairer, au moins à bord et dans les conditions d'installation précaire où l'on se trouve, en général, pendant les campagnes hydrographiques. De plus, la surface noircit rapidement sous l'influence d'émanations sulfureuses, et les traits deviennent difficiles à voir.

Des traits visibles par transparence sont bien préférables ; mais il faut faire usage d'un enduit assez tendre pour qu'un frottement léger des pointes l'entame, et assez dur pour que le moindre contact accidentel n'enlève pas toute trace des traits, comme cela aurait lieu pour le noir de fumée, par exemple. La plupart des nombreuses substances qui ont été essayées, ou bien forment des éclats sur le bord des traits qui ne sont pas suffisamment purs, ou bien encrassent les pointes qui font alors des traits allant en s'élargissant d'une façon inacceptable. Seules, quelques couleurs d'aniline nous ont donné des résultats satisfaisants. Plusieurs violets, en particulier, sont, au point de vue de la finesse des traits, utilisables. Mais les violets qui réussissent, sans être hygrométriques, sont très solubles dans l'eau, et la moindre condensation d'humi-

dité sur le verre, celle qui provient, par exemple, de l'approche des doigts moites, produit des taches et peut effacer les traits.

L'azotate de rosaniline, qui est très peu soluble dans l'eau et n'offre pas ces inconvénients, se prête à des tracés dont la finesse n'est limitée que par celle que l'on peut obtenir pour les pointes. On en fait une dissolution saturée dans de l'alcool à 95°, soit $2^{gr},2$ d'azotate pour 100^{cc} d'alcool, et l'on ajoute 10^{cc} d'éther. Cette solution est versée sur le disque légèrement chauffé tenu d'abord horizontalement. Lorsque la surface est couverte, on le renverse verticalement et on le présente devant un feu ardent, en essuyant rapidement et constamment le liquide qui s'amasse à la partie inférieure sur la tranche.

La couche ainsi obtenue sèche en quelques secondes et est uniforme. On peut en faire varier l'épaisseur en augmentant ou en diminuant la proportion d'éther.

Si nous avons insisté autant sur ce point, c'est que des surfaces ainsi préparées pourront trouver d'autres applications pour l'enregistrement direct de mouvements très petits et être utilisées pour l'étude d'un très grand nombre de phénomènes.

Voici quel est le maniement de l'appareil. On remonte le mouvement d'horlogerie, on place le disque sur l'axe et on met à l'heure, au moyen de l'index qu'il porte, sur un cadran contre lequel il vient s'appliquer ; on déclenche les pointes qui viennent frotter sur le disque. On met l'appareil dans sa boîte et on serre les boulons ; la rondelle de cuir qui doit assurer l'étanchéité a été préalablement enduite avec soin d'un mastic de céruse. On immerge l'appareil et on amarre, sur la ligne qui sert à le descendre au fond, une bouée destinée à maintenir l'extrémité de cette ligne à la surface et à la retrouver.

Pour faire les lectures, on place le disque sur le micromètre qui porte un second cadran dont les heures correspondent à celles du cadran de l'appareil. On peut alors mesurer au moyen de la vis qui fait mouvoir le microscope suivant un rayon, en pointant successivement deux traits correspondants, la pression à un instant donné.

Nous avons dit que l'instrument pouvait servir à la détermination des marées au large, à grande distance des côtes, ce qui exige qu'il puisse être immergé à de grandes profondeurs. Or l'appareil

tel qu'il est construit ne peut supporter des pressions allant au delà d'une atmosphère ; la limite d'élasticité des capsules serait dépassée, et l'instrument serait mis hors de service.

D'autre part, il y aurait des inconvénients à augmenter l'épaisseur de ces capsules, car, à moins d'augmenter également leurs dimensions, ce serait aux dépens de la sensibilité. Il est essentiel, cependant, de la conserver aussi grande que possible, puisqu'il s'agit de mesurer de très petites variations d'une hauteur d'eau considérable. La boîte renfermant l'appareil devrait avoir une épaisseur énorme pour résister aux pressions. Mais on peut tourner ces difficultés par un artifice spécial et conserver à l'appareil toute sa sensibilité à des profondeurs théoriquement illimitées.

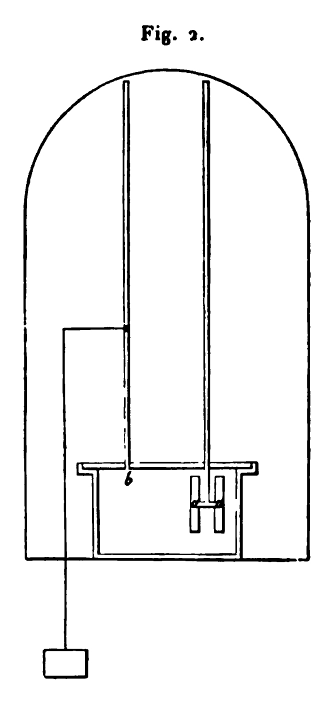
Remarquons, en effet, que l'appareil indique les différences de pression entre l'intérieur des capsules manométriques et l'intérieur de la boîte qui les renferme. Plaçons l'instrument sous une cloche pleine d'air (*fig.* 2) faisons communiquer l'intérieur des capsules *aa* et l'intérieur de la boîte *b* avec la partie supérieure de la cloche, au moyen de deux tubulures de longueur suffisante et immergeons le tout. Les pressions à l'intérieur de la boîte et à l'intérieur des capsules augmenteront de la même quantité et l'instrument restera au zéro quelle que soit la profondeur atteinte. Remarquons en passant que la pression, à l'intérieur de la boîte, restera, à la hauteur d'eau près qui montera dans la cloche, égale à la pression extérieure et que nous n'aurons pas besoin de donner à ses parois non plus qu'à celles de la cloche une résistance considérable.

Si, à une profondeur quelconque, on ferme la communication avec l'intérieur de la boîte, la pression va y rester constante, tandis qu'elle continuera à augmenter dans l'intérieur des capsules, et l'instrument va commencer à fonctionner comme si toute la couche d'eau supérieure n'existait pas. Lorsqu'il reposera au fond, il indiquera les variations de la hauteur de l'eau comme s'il était immergé à une profondeur égale à la hauteur dont il est descendu depuis qu'on a fermé la communication.

Il est important de produire la fermeture à une distance du fond qui n'excède pas la hauteur maxima d'eau que peut supporter l'appareil. Cette condition est facilement remplie au moyen d'une fermeture automatique. Il suffit d'installer sur la tubulure un ro-

binet se fermant de lui-même au moyen d'un ressort et maintenu ouvert par l'action d'un poids contrebalançant celle du ressort. Ce poids est suspendu à une chaîne dont la longueur est convenablement réglée; lorsqu'il touche le fond, la communication se

Fig. 2.



ferme et l'appareil commence à fonctionner. Lorsqu'on relève l'appareil, la communication est rouverte dès que le poids quitte le fond, et l'air comprimé dans la boîte peut s'échapper.

Pour éviter toute chance d'introduction de l'eau dans l'intérieur de la boîte, le fond de la cloche est occupé par un ballon de caoutchouc que l'on remplit d'air; le tube qui le met en communication avec l'intérieur de la boîte sort à l'extérieur de la cloche sur une partie de sa longueur, et une pince à ressort vient, lorsque l'action du poids cesse, le presser fortement, ce qui ferme la communication.

Les lectures doivent être corrigées de l'influence des changements de température qui font varier la pression de l'air dans la boîte et modifient l'élasticité des ressorts. Des observations ther-

mométriques faites dans le voisinage de l'appareil suffisent, en général, pour effectuer ces corrections. Dans le cas où une très grande précision serait nécessaire, il serait facile d'enregistrer sur le disque les variations de température à côté des marées. Les variations de la pression barométrique doivent être déduites des indications de l'appareil. Enfin il y a lieu de repérer ces indications par rapport à un niveau fixe; on peut employer pour cela, suivant les circonstances, divers procédés.

L'appareil indique les variations de la pression dans un liquide en mouvement; il y a lieu d'examiner à quelles conditions ces pressions sont bien celles qui sont dues à la hauteur de l'eau, comme à l'état statique. Il y a d'abord à considérer l'action des mouvements horizontaux dus à la marée; les courants qui en résultent atteignent assez rarement des vitesses de 2^m à 3^m par seconde. Ce mouvement a une action perturbatrice dépendant de la forme de l'orifice par lequel se transmettent les pressions et de son orientation par rapport au courant. C'est l'effet utilisé dans le tube de Pitot et dans les instruments qui en dérivent. Pour un courant de 3^m et un orifice dirigé dans le sens opposé au courant, la pression subit une augmentation de 40^{cm} environ.

Il résulte des expériences de M. Ritter, ingénieur des ponts et chaussées, que l'on peut éviter cet effet d'une façon complète au moyen de dispositions diverses ayant pour objet de diriger les filets d'eau parallèlement à la paroi dans laquelle est percé l'orifice. On obtient ainsi des ajutages dits statiques, au moyen desquels le mouvement de l'eau ne produit ni augmentation ni diminution de pression. Il suffit, si on opère dans des parages où les courants sont violents, de munir l'appareil d'un ajutage de cette sorte; par exemple d'un tube vertical portant perpendiculairement à son extrémité deux disques minces, distants de quelques millimètres, l'orifice étant percé au centre de l'un des disques.

Indépendamment de cet effet, résultant de la présence d'un obstacle, on peut se demander si une masse d'eau douée d'un mouvement horizontal exerce une pression proportionnelle à son épaisseur. Or l'un des principes sur lesquels s'appuie l'Hydrodynamique s'énonce ainsi : lorsque, dans un liquide parfait, chaque molécule possède un mouvement rectiligne et uniforme, la pression varie d'un point à un autre suivant la loi hydrostatique.

Mais il y a encore des mouvements verticaux à considérer. Les uns, dus aux ondes de la marée, sont très lents ; les autres, dus aux lames, sont également périodiques, mais beaucoup plus rapides.

Il est facile de voir que les variations de la pression statique accompagnant des mouvements verticaux aussi lents que ceux qui sont dus à la marée sont très faibles. Quant au mouvement des lames, la question est plus complexe. On doit réduire suffisamment la section du tube par lequel les pressions se transmettent pour que les variations rapides soient atténuées et qu'on n'enregistre que la moyenne. On démontre, dans la théorie de la houle se propageant dans une eau très profonde, d'une part, que l'amplitude des mouvements d'une molécule d'eau diminue très rapidement et devient insensible à une profondeur relativement faible; d'autre part, qu'à cette profondeur, la pression est bien la pression statique qui existerait si la surface était en repos.

La théorie des lames se propageant dans des petits fonds n'est pas assez avancée pour qu'on puisse se rendre exactement compte de ce qui se passe dans ce cas ; mais il faut remarquer : d'abord qu'aucun marégraphe, même ceux qui enregistrent directement les variations de hauteur de l'eau dans un tube communiquant avec la mer, n'est exempt de cette cause d'erreur; en second lieu, que le nouvel appareil est particulièrement apte, vu la faible masse de ses organes, à servir, avec des modifications appropriées, à élucider certains problèmes d'Hydrodynamique se rapportant aux vagues. Le modèle qui a été construit a été fait pour l'enregistrement des marées normales, mais il serait facile d'augmenter sa sensibilité pour d'autres observations.

THÉORIE DE LA MACHINE DE WIMSHURST;

PAR M. G. PELLISSIER.

La machine de Wimshurst a été inventée vers 1883 et s'est rapidement répandue, grâce à des qualités précieuses : auto-excitation rapide, fonctionnement sûr par tous les temps, absence totale de renversement.

Sa théorie est cependant très peu connue; M. Gariel, dans son *Traité d'électricité,* déclare même qu'il n'est pas actuellement possible de la donner d'une façon satisfaisante.

On peut constater, par expérience, qu'une machine de Wimshurst fonctionne parfaitement lorsque les peignes sont retirés, ainsi que l'excitateur; on doit donc négliger complètement l'action des peignes dans la théorie des effets électriques. Si l'on cherche la distribution sur les plateaux de la machine en marche, on voit qu'elle est celle représentée par les signes sur le diagramme.

M. Wimshurst a construit, pour le démontrer, des appareils spéciaux.

L'un d'eux, l'Étinceleur (*the Sparkling*), qui n'est autre qu'une machine ordinaire simplifiée, se compose de deux plateaux de verre qui portent un grand nombre de secteurs d'étain très rapprochés; ils sont mis en mouvement par les doigts, comme des totons, sur un axe commun tenu à la main; chaque plateau est muni d'un conducteur diamétral. Sitôt que les disques tournent, les secteurs s'entourent d'auréoles, des étincelles éclatent d'un point à un autre et, vu dans l'obscurité, l'ensemble présente un très bel effet.

L'autre appareil ne diffère du type ordinaire que par les plateaux qui sont d'une matière flexible; lorsque la machine est en activité, on voit les plateaux s'attirer dans les quadrants I et III, et se repousser, au contraire, dans les quadrants II et IV.

Dans l'essai suivant, nous avons cherché d'abord à expliquer comment la distribution indiquée sur le diagramme peut s'établir et, ensuite, comment les charges augmentent rapidement d'intensité.

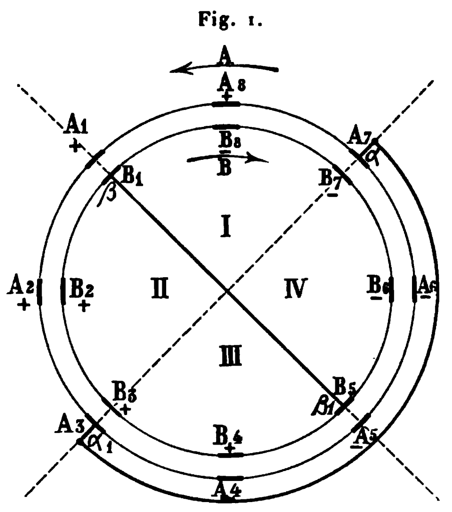
Dans la *fig.* 1, le plateau antérieur est représenté par le cercle intérieur; B_1, B_2, ... sont ses porteurs que nous supposerons au nombre de 8; $\beta\beta_1$ son conducteur diamétral. De même le cercle extérieur représente le plateau postérieur; A_1, A_2, ..., ses porteurs et $\alpha\alpha_1$ son conducteur diamétral.

Le premier tourne de gauche à droite, et le second en sens opposé, avec une vitesse égale.

Considérons un des porteurs I_1 du disque postérieur, au moment où il se trouve en face du conducteur diamétral $\beta\beta_1$ de l'autre plateau; nous admettrons qu'un porteur B_1 du disque d'avant se trouve en ce moment en contact avec la brosse β.

Supposons, sans en rechercher l'origine, que le secteur A_1 ait une faible charge positive; il induira sur B_1 une charge négative, puis s'avancera vers la brosse α_1. Au moment où il atteindra cette position, c'est-à-dire après une rotation de 90°, par suite du mouvement en sens inverses des plateaux, B_1 sera venu en face de la brosse α qui sera en contact avec le secteur A_5; le secteur B_5 sera en face de A_1 en α.

Fig. 1.



La charge de B_1 induira sur A_5 une charge positive; la charge positive de A_1 s'écoulera dans le sol puisque $\alpha\alpha_1$ n'est pas isolé.

Après une nouvelle rotation de 90°, A_5, chargé positivement sera venu prendre la place de A_1 sur le diagramme, B_1 sera en B_5 et B_5 en B_1. La série d'actions que nous venons d'expliquer se reproduirait donc exactemeut et, comme les charges induites sont moindres que les charges initiales, la machine ne tarderait pas à s'éteindre (1).

Mais A_1 n'agit pas seulement sur les porteurs du second plateau; il agit également sur ses voisins A_2, A_3 : lorsqu'ils viendront au

(1) C'est, en effet, ce qui se produit lorsqu'on met des peignes en A_2B_2 et en A_4B_4 et qu'on les réunit à la terre. Si l'on étudie la théorie de la machine dans ces conditions, on voit que la seconde série de phénomènes que nous allons décrire ne se produit plus; les charges diminuent alors en progression géométrique, lorsque les opérations croissent en progression arithmétiques. C'est ce qui a fait croire à l'action des peignes dans les réactions électriques.

contact de la brosse α_1, l'électricité positive s'écoulera dans le sol, et ils quitteront le conducteur diamétral, allant vers la brosse β_1, avec une charge négative. Celle-ci agira par influence sur les porteurs du second plateau qui abandonneront la brosse β_1 dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre avec une charge positive.

Ainsi donc, il suffit que le porteur A_1 ait, au départ, une faible charge positive pour déterminer la distribution électrique représentée sur la figure par les signes : tous les secteurs du plateau postérieur situés sur la gauche entre les brosses α et α_1 sont électrisés positivement ; tous les secteurs opposés du même plateau sont électrisés négativement ; sur le plateau antérieur, tous les secteurs situés en haut entre β et β_1 sont électrisés négativement ; tous les secteurs opposés, situés en bas, sur la figure, sont électrisés positivement.

Dans le quadrant supérieur I, les charges sont donc de signes contraires, elles s'attirent. Il en est de même dans le quadrant inférieur III. Au contraire, dans les quadrants II et IV, les charges sont de mêmes signes, sur les secteurs en regard ; elles se repousseront donc et, si l'on dispose des peignes en ces points, ils recueilleront, l'un, à droite, de l'électricité négative, l'autre, à gauche, de l'électricité positive.

Il nous reste à étudier comment les charges peuvent aller en augmentant.

Pour cela, prenons une position quelconque de la machine et considérons les actions électriques qui s'exercent sur un secteur en contact avec un balai, B_1, par exemple.

Ce porteur est soumis : 1° à l'influence des secteurs négatifs B_8, B_7, B_6 ; 2° à celle des secteurs positifs B_2, B_3, B_4 ; 3° à celle des secteurs positifs A_8, A_1, A_2 du disque postérieur.

Les actions des deux premières séries s'annulent par suite de leur symétrie ; il n'y a donc pas lieu d'en tenir compte, et il ne reste plus que l'action des trois secteurs A_8, A_1, A_2, qui tendent chacun à lui donner une charge à peu près égale à la leur en quantité, mais de signe contraire. La somme de ces actions donnera donc à B_1 une charge environ trois fois plus forte que sa charge précédente.

L'effet est analogue pour les autres secteurs A_3, B_5, B_7 et se renouvelle pour chacun des porteurs successivement.

Les charges iront donc en augmentant, par suite des réactions réciproques, jusqu'à ce que l'état normal fixé par les fuites soit atteint.

Le jeu de la machine étant indépendant de la présence des peignes, la machine continuera à marcher lorsque les branches de l'excitateur seront éloignées au delà de la distance explosive; c'est ce qui explique cette précieuse propriété qu'a la machine de Wimshurst de ne jamais s'éteindre ni s'intervertir comme le font si fréquemment les machines de Holtz et de Voss.

Il convient d'ajouter, aux actions que nous venons d'analyser, les effets produits sur le verre et qui sont loin d'être négligeables: la machine de Wimshurst pourrait, en effet, être construite avec des plateaux de verre unis et des peignes au lieu de brosses aux extrémités des conducteurs diamétraux. L'amorçage au départ devrait être fait à l'aide d'une source étrangère, placée, par exemple, en face de A_1, à l'extérieur [1].

Sous cette forme, la machine de Wimshurst rappelle complètement la machine de Holtz du second genre; le savant allemand avait, en effet, dès 1869, construit un modèle de cet appareil avec deux conducteurs diamétraux disposés en croix, un devant chaque plateau [2]; il ajoutait même [3] que cette machine pouvait être rendue auto-excitatrice, en armant les plateaux de secteurs métalliques, et en remplaçant les peignes des conducteurs diamétraux par des brosses.

Il paraît que M. Wimshurst n'avait pas connaissance de ces travaux de M. Holtz lorsqu'il inventa sa machine.

Le rôle des secteurs métalliques semble être surtout, en effet, de faciliter l'amorçage automatique et de diminuer l'influence de l'humidité atmosphérique.

Plus grand est le nombre des secteurs et plus rapide est l'amorçage; avec huit secteurs, par exemple, sur chaque plateau (ou un moins grand nombre), la machine demande, pour être mise en

---

(1) Dans la machine ordinaire, lorsque les balais ne touchent pas les secteurs, on peut la faire fonctionner en amorçant à l'aide d'un corps électrisé.

(2) *Pogg. Ann.*, t. CXXXVI, p. 171; 1869. *Uppenbarn's Centralblatt f. Elektr.*, p. 683; 1883.

(3) *Götting. Akad.*, mars 1876. *Uppenbarn's Zeitschr. f. angew. Elektr.*, t. III, p. 193; 1881.

marche, une charge étrangère; avec seize ou dix-huit porteurs, l'amorçage se fait rapidement, sous presque toutes les conditions atmosphériques; avec quarante secteurs, l'auto-excitation de la machine est tellement énergique, qu'on ne peut l'éviter que très difficilement et sous les conditions atmosphériques les plus défavorables.

Au bout d'un demi-tour de la manivelle d'entraînement, les machines de Wimshurst sont complètement amorcées.

Un point reste obscur dans la théorie des machines à influence : c'est l'origine de la charge spontanée.

On l'a attribuée :

1° A une charge résiduelle des plateaux;

2° A l'électrisation de ces derniers par le frottement de l'air;

3° A l'électrisation des porteurs métalliques par l'électricité naturelle des différentes couches d'air qui sont à des potentiels inégaux;

4° A l'électricité de contact.

Sans nier que ces différentes causes interviennent, la dernière nous paraît la plus probable; l'amorçage spontané ne se produit, en effet, que dans les machines munies de porteurs métalliques et de brosses de contact : duplicateurs de Bennet, machines de Tœpler, de Voss, de Thomson, de Wimshurst.

Il serait intéressant d'avoir des expériences précises à ce sujet.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY;

T. XLVIII; 2e semestre 1890 (suite).

J.-V. JONES. — Détermination de la résistance spécifique du mercure en valeur absolue, p. 434.

La méthode employée est celle de Lorenz à laquelle l'auteur a fait subir les modifications suivantes :

1° Il a éliminé, par un système de mesures différentielles, les erreurs provenant de la mesure de la résistance d'une colonne de mercure.

2° Il a employé un conducteur étalon fait d'une seule couche de fils et a déterminé le coefficient d'induction mutuelle du fil et de la circonférence du disque en intégrant directement l'expression

$$\int\int \frac{ds\, ds'}{1} \cos \varepsilon$$

pour un cercle et une hélice dont l'axe passe par le centre du cercle.

3° Il a employé une brosse d'une forme spéciale destinée à assurer de bons contacts électriques à la périphérie du disque en rotation.

La moyenne de cinq séries complètes d'expériences a donné comme valeur de la résistance spécifique du mercure à 0° le nombre 94,067 ± 10. Ce résultat peut s'exprimer en disant que l'ohm est égal à la résistance d'une colonne de mercure de 1^{mmq} de section et de $106^{cm},307$ de longueur avec une erreur probable de ± 0,012.

LIVEING et DEWAR. — Propriétés spectroscopiques de la poussière, p. 437.

Les auteurs se sont servis d'une sorte de tube de Plücker terminé à l'une de ses extrémités par une boule creuse. Deux électrodes sont scellées dans cette boule d'où part un tube de verre muni d'un robinet et communiquant avec un récipient plein de gaz. L'autre extrémité du tube communique avec une pompe à air. La poussière employée était celle que produisaient les diverses électrodes scellées dans la boule. A la suite d'une décharge produite entre ces électrodes, la poussière est entraînée dans le tube par un courant plus ou moins rapide d'air ou de tout autre gaz.

On employa successivement de l'air, de l'hydrogène, de l'acide carbonique, de l'oxygène, sous des pressions variables; mais le résultat fut toujours le même : aucune raie, produite en faisant passer l'étincelle dans le tube de Plücker, ne pouvait être attribuée aux poussières produites dans la boule supplémentaire.

Il semble donc que la poussière, si fine qu'elle soit, en suspension dans un gaz, ne se comporte pas comme un gaz et ne présente pas un spectre caractéristique sous l'influence d'une décharge électrique, mais qu'elle soit chassée avec une très grande rapidité hors de la direction de la décharge.

J. JOLY. — Sur les chaleurs spécifiques des gaz à volume constant (Ire Partie : Air, acide carbonique et hydrogène), p. 440.

L'auteur s'est servi du calorimètre à vapeur qu'il a inventé. Il a employé une méthode différentielle dans laquelle on compare, au point de vue thermique, un récipient vide et un récipient qui contient un gaz à haute pression. Les deux récipients ayant approximativement la même capacité calorifique, le résultat doit être théoriquement le même que si le gaz n'était pas contenu dans un récipient.

Les expériences ont été faites sous des pressions allant de 7 à 25 atmosphères.

M. Joly a constaté que les chaleurs spécifiques de l'air, de l'acide carbonique et de l'hydrogène varient avec la densité. La chaleur spécifique de l'air augmente avec la densité. Elle a une valeur moyenne de 0,1721 à la densité absolue de 0,0205, qui correspond à la pression de $19^{atm},51$. A la pression de une atmosphère la chaleur spécifique est égale à 0,1715.

Pour l'acide carbonique, la chaleur spécifique croît plus rapidement avec la densité, comme le montre la formule

$$C_v = 0,2064\,\rho + 0,16577.$$

Pour l'hydrogène, la chaleur spécifique diminue avec l'accroissement de la densité.

J. HOPKINSON. — Magnétisme et récalescence, p. 442.

L'auteur a montré antérieurement [1] que la récalescence et la perte de la faculté d'aimantation se produisent, pour le fer et l'acier, environ à la même température.

Il établit maintenant, par une longue série d'expériences, que la libération et l'absorption de chaleur, auxquelles on a donné le nom de *récalescence*, et les changements d'état magnétique ont lieu à la même température. Pour l'acier à 0,3 pour 100 de carbone les deux températures de libération de chaleur coïncident avec des changements dans l'état magnétique.

---

(1) *Philos. Trans.*, p. 443 ; 1889.

H. VELEY. — Conditions des échanges chimiques entre l'acide azotique et certains métaux, p. 458.

1° Le cuivre, le bismuth et le mercure ne se dissolvent pas dans l'acide azotique à la concentration de 30 pour 100 environ et chauffés à 30° C., pourvu qu'ils ne contiennent pas d'acide azoteux.

2° Si ces métaux se dissolvent, la quantité de métal dissous varie proportionnellement à la quantité d'acide azoteux, pourvu que l'acide azotique soit en grand excès.

3° Lorsque ces métaux se dissolvent, il est probable qu'il se forme d'abord un azotite métallique en même temps que du bioxyde d'azote; l'acide azoteux est mis en liberté par l'acide azotique en excès et se décompose au fur et à mesure.

4° L'acide azoteux est toujours le premier produit de réduction.

BURCH et VELEY. — Variation de la force électromotrice des piles formées de certains métaux, de platine et d'acide azotique, p. 460.

Les auteurs arrivent aux conclusions suivantes :

Lorsqu'on place, dans de l'acide azotique purifié à différents degrés de concentration, du cuivre, de l'argent, du bismuth et du mercure et qu'on forme un couple avec du platine, la force électromotrice de la pile augmente rapidement jusqu'à ce qu'elle ait atteint une valeur constante et, dans la plupart des cas, maximum.

2° La force électromotrice est atteinte immédiatement si l'on a ajouté de l'acide azoteux à l'acide azotique.

3° Plus la température est élevée, plus l'acide est impur et concentré, plus est rapide la dissolution du métal et par conséquent la production d'acide azoteux, ce qui détermine une augmentation proportionnelle de la rapidité d'accroissement de la force électromotrice.

4° Si l'on ajoute au liquide des substances qui, comme l'urée, tendent à détruire l'acide azoteux, l'accroissement de force électromotrice devient très lent. René Paillot.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Tome XXII, année 1890; nos 1-5 (1).

A. COLLEY. — Appareil pour l'observation des oscillations électriques lentes, p. 97.

On observe une sinusoïde produite par la combinaison d'un mouvement alternatif régulier vertical, et des oscillations du miroir galvanométrique causées par le courant à mesurer.

R. COLLEY. — Contribution à la théorie de la bobine de Ruhmkorff, p. 98-102.

Les équations différentielles, représentant le mouvement de l'électricité dans les spires d'un appareil d'induction, se simplifient, si l'on suppose nulle la réaction du circuit secondaire sur le primaire; l'intégration devient possible, et l'intensité du courant J s'exprime par la somme de deux fonctions exponentielles du temps, dont l'une est périodique et l'autre ne l'est pas

$$J = a\left(-e^{-\frac{R}{L}t} + e^{-\alpha\tau} C s \beta t\right),$$

si l'on nomme R la résistance du circuit secondaire, L son coefficient de self-induction, τ la période d'oscillation de l'interrupteur $\beta = 2\pi\tau$, $\alpha = \frac{r}{2}l$, r et l étant la résistance et le coefficient de self-induction du circuit primaire, a, s, C des constantes.

---

(1) Le commencement de l'année 1890 a été signalé par le Congrès des naturalistes et médecins russes, réunis à l'Université de Saint-Pétersbourg. La section de Physique a eu neuf séances, pendant lesquelles 43 communications ont été faites. Les deux dernières séances ont été consacrées aux expériences, entre autres à la répétition des expériences de Hertz, organisées en grand par M. Egoroff. Une petite exposition d'appareils de Physique (130 numéros) a été organisée à cette occasion au laboratoire de Physique de l'Université : elle était formée d'appareils plus ou moins originaux, qui ont été l'objet de Communications aux séances de la Société Physico-Chimique russe pendant les dix dernières années, et d'une collection rétrospective d'instruments pour les mesures galvaniques, contenant les appareils originaux qui ont servi aux travaux classiques de Lentz, Jacobi, Newander, ainsi que les instruments les plus modernes.

Toutes les Communications qui suivent, sauf les quatre dernières, se rapportent à ce Congrès.

L'expérience, à l'aide d'un tube de Geissler et d'un miroir tournant, a confirmé le résultat du calcul.

A. STOLETOFF. — Recherches actino-électriques (¹).

Après avoir répété devant l'auditoire plusieurs de ses expériences, déjà décrites, l'auteur parle de ses recherches nouvelles. Il a constaté que la surface du zinc amalgamé est influencée par les rayons qui ont traversé le verre, et que l'hydrogène bien pur ne présente aucune anomalie, contrairement aux observations d'Estler et Geitel.

A. CHIMKOFF. — Recherches générales sur les causes de la production et de l'entretien des courants électriques, p. 102-106.

L'auteur cherche à faire ressortir que, dans tous les cas, la force électromotrice produisant la séparation des électricités est distincte de la cause qui les met en mouvement en fournissant l'énergie nécessaire.

C. SWIETOWIDOFF. — Esquisse d'une théorie cinétique de l'électricité et du magnétisme, p. 106-109.

L'auteur établit les équations fondamentales d'une théorie magnétique de l'électricité et du magnétisme, fondée sur la conception d'un éther fluide et incompressible et des atomes-tourbillons de W. Thomson, ainsi que sur la supposition que l'énergie magnétique est celle du mouvement progressif de l'éther et l'énergie électrique celle de son mouvement angulaire.

E. SPATSCHINSKY. — Sur les systèmes magnétiques symétriques et leur emploi dans les appareils de Physique.

Un système d'aimants étoilé est appliqué par l'auteur à la construction : 1° d'un galvanomètre à rotations proportionnelles à l'intensité du courant; 2° d'un transformateur de courant et 3° d'une machine dynamo-électrique sans collecteur.

(¹) Voir *Journal de la Société Physico-Chimique russe*, t. XXI, p. 159-206.

A. POLECHKO. — Expériences sur la dynamo-disque de l'auteur, p. 135-137.

La machine est fondée sur le principe du disque de Faraday. Un disque épais en cuivre est profondément entaillé suivant la direction de ses rayons et divisé ainsi en 320 secteurs; les fentes sont remplies de fibre vulcanisée.

La partie moyenne de la périphérie du disque est recouverte par un anneau en acier, isolé du cuivre par de la fibre vulcanisée et destiné à retenir les parties du disque. Deux paires de collecteurs glissent sur la surface libre de la périphérie du disque, en la touchant aux extrémités de son diamètre horizontal. Le champ magnétique est fourni par deux électro-aimants en fer à cheval verticaux munis d'appendices polaires concentrant le champ le long du diamètre horizontal du disque.

L'exemplaire exécuté donne, à 1500 tours à la minute, 25 volts; il est capable de développer 2000 ampères ou 100 chevaux-vapeur et pèse 1120^{kg}. L'intensité du champ magnétique n'est que de 6500 unités, à cause d'une mauvaise qualité de la fonte, de sorte qu'on pourrait doubler le rendement en choisissant des matériaux meilleurs.

O. CHWOLSON et N. HESEHUS. — Sur la nécessité de l'introduction générale du système métrique.

La proposition est adoptée unanimement par la section.

P. GOLOUBITSKY. — Sur les téléphones de son système.

L'auteur a démontré la dernière forme de ses téléphones bien connus et en a expliqué les particularités.

N. SCHILLER. — Sur les formes possibles des équations de l'état gazeux, conformes aux résultats des expériences sur l'abaissement de température pendant l'écoulement des gaz, p. 110-115.

Les calculs de M. Bouty sur le refroidissement des gaz produit par le travail des forces intérieures (1) ont incité l'auteur à appli-

(1) Voir *Journal de Physique*, janvier 1889.

quer au même but les résultats des expériences de Thomson et Joule et de celles, plus récentes, de M. Natanson.

En introduisant dans l'expression générale la relation entre la température θ et la pression des gaz p

$$\partial\theta = \frac{n}{\theta^2}\partial p,$$

trouvée par Thomson et Joule et en intégrant, l'auteur obtient l'expression

$$v = \frac{R\theta}{p} - \frac{nC_0}{3A}\frac{1}{\theta^2},$$

presque identique par sa valeur à l'expression

$$v = \frac{R\theta}{p} - \frac{b}{R\theta^2} + \alpha,$$

tirée de l'équation connue de Clausius.

Les expériences de M. Natanson ayant donné la relation

$$\partial\theta = \frac{a + bp}{\theta^2}\partial t,$$

l'expression finale devient

$$v = \frac{R\theta}{p} - \frac{(a+bp)C_0}{BA\theta^2} + \gamma\theta.$$

N. MYCHKINE. — Observations actinométriques, faites à la station de l'Académie d'Agriculture à Petrowsko-Rasoumowskoë (près Moscou) pendant l'été 1889, p. 138-140.

Les observations ont été faites à l'aide d'un actinomètre enregistreur de Richard, pour lequel la valeur du degré a été trouvée égale à $0^{\text{gr-cal}},20063$, par comparaison avec le pyrhéliomètre. 1^{cq} du sol a reçu en juin $17364^{\text{cal}},9$, en juillet $20148^{\text{cal}},9$, en août $17191^{\text{cal}},8$ et en septembre $7555^{\text{cal}},5$; en somme $62261^{\text{cal}},1$ pendant les quatre mois. En hiver, l'actinomètre de Richard ne peut pas fonctionner dans le climat de Moscou.

R. SAVELIEFF. — Résultats des observations actinométriques de l'auteur, faites à Kieff.

A midi, chaque centimètre carré de la surface de la Terre reçoit de $0^{cal},32$ en décembre à $1^{cal},15$ en mai. La transparence de l'air au sud de la Russie est considérable.

J. BORGMAN. — Expériences sur les actions mécaniques des courants alternatifs, p. 130-132, 170-171 et 221.

La reproduction des expériences intéressantes de Elihu Thomson sur les actions mécaniques des courants alternatifs est possible même avec des moyens très restreints. Si l'on suspend le conducteur au fléau d'une balance, on peut constater la répulsion produite par un courant de $0^{amp},5$ seulement. En continuant ces recherches, l'auteur a observé plusieurs faits nouveaux.

Le courant alternatif n'est pas indispensable; les mêmes phénomènes se produisent avec une intensité moindre, quand on emploie un courant simplement intermittent, sans changement de direction; la présence du noyau de fer dans la bobine augmente notablement l'intensité des réactions, sans changer leur caractère.

Si l'on place sur une bobine verticale, traversée par un courant alternatif ou intermittent, une cuvette cylindrique en verre contenant une mince couche de mercure saupoudrée de lycopode, on observe sur la surface du mercure deux tourbillons, de sens contraire, formant un courant diamétral commun, dont la position est déterminée par la dissymétrie de la balance. On peut produire un nombre voulu de tourbillons en interposant, sous la cuvette, un disque de cuivre entaillé convenablement. Une solution de sulfate de cuivre présente des phénomènes semblables. A l'aide d'un téléphone, on peut constater l'existence des courants galvaniques dans le mercure en mouvement et l'existence des points de même potentiel. Si l'on fait passer un courant alternatif par le mercure de la cuvette, du centre à la circonférence, on observe un mouvement rotatoire de toute la masse du liquide autour du centre. En saupoudrant le mercure de lycopode, on rend l'appareil si sensible que l'on peut observer la rotation sous l'influence du champ magnétique terrestre et du courant fourni par un élément Grenet.

W. TSCHEGLIAEFF. — Emploi du bolomètre pour l'observation des oscillations électriques rapides et pour la détermination des constantes diélectriques, p. 115-117.

L'auteur remarque qu'un bolomètre compensé pour un courant fermé quelconque doit accuser de nouveau un courant dans son galvanomètre, si un courant indépendant vient à traverser ce bolomètre et à l'échauffer.

En substituant un bolomètre au tube de Geissler dans les expériences de Hertz, on peut, de la sorte mesurer des courants plus faibles, qui ne produisent plus de lumière dans le tube. L'expérience confirme les prévisions de l'auteur. La même méthode a été appliquée avec succès à la détermination de la constante diélectrique, à l'aide de la méthode du condensateur.

G. DE METZ. — Expériences sur la compressibilité des huiles et des colloïdes, p. 121-130.

L'auteur s'est proposé de constater s'il y a une relation entre l'élasticité des liquides et l'effet optique de Kundt; le résultat a été négatif. Les expériences ont été faites par la méthode de Jamin, l'appareil de Cailletet servait de piézomètre et un manomètre à air comprimé mesurait les pressions. Voici les résultats numériques :

Ier Groupe. — *Huiles.*

Nos.	Noms des substances.	Densité.	*t*°.	K.	*t*°.
1.	Huile de ricin	0,9629	18,6	0,000047234	14,94
2.	Huile de lin	0,928	22,5	51825	14,78
3.	Huile de morue	0,925	18,3	53404	14,82
4.	Huile d'amandes	0,914	22,5	53473	14,75
5.	Huile d'olives avec 5,5 pour 100 de paraffine.	0,908	18,3	54476	14,75
6.	Huile d'olives avec 6,9 pour 100 de paraffine.	»	»	54788	14,91
7.	Huile d'olives	0,9145	16,8	56266	14,78
8.	Huile d'olives (1 p.) avec le benzol (1 p.)...	»	»	64496	14.77

IIe Groupe. — *Colloïdes.*

Nos.	Noms des substances.	Densité.	*t*°.	K.	*t*°.
9.	Gélatine (ne se prenant pas en gelée)	1,0529	14,8	44337	12,18
10.	Gomme arabique	1,0414	14,0	44593	14.87
11.	Gélatine (normale)	1,0055	18,2	48488	11,67
12.	Baume du Canada (avec benzol)	0,9500	15,0	57205	14,90
3.	Collodion	0,8075	15,0	0,000097433	14,85

III° GROUPE. — *Sans double réfraction.*

Nos.	Noms des substances.	Densité.	t°.	K.	t°.
14.	Paraffine	0,8602	16,0	0,000062685	14,84
15.	Benzol	0,8816	18,2	74690	14,77
16.	Eau	»	»	47662	12,60
17.	Glycérine	1,2453	16,5	22128	14,92
18.	Acide métaphosphorique	1,5454	13,5	19663	14,68
19.	Solution de sucre	1,3504	13,5	20827	14,80
20.	Verre soluble (à la soude)	1,3455	14,5	25509	14,64
21.	Verre. Piézomètre A	»	»	16184	14,75
22.	Verre. Piézomètre B	»	»	0,000015728	14,75

O. CHWOLSON. — **Relation entre la conductibilité thermique et la température.**

Les expériences de l'auteur confirment à peu près les vues de M. Lorentz; pour le laiton, le coefficient de conductibilité thermique croît de 0,00025 pour chaque degré de température.

O. CHWOLSON. — Sur la distribution de la chaleur dans un cylindre.

L'auteur a trouvé une solution de l'équation déterminant la distribution de la chaleur pour le cas où le produit du rayon du cylindre par le quotient des conductibilités extérieure et intérieure est donné.

N. PETROFF. — **Sur le frottement intérieur des liquides.**

L'auteur a déterminé le frottement intérieur pour vingt huiles différentes, à des températures variant de 5° à 80° C. Le frottement intérieur est très petit en comparaison du frottement extérieur, et diminue quand la température s'élève.

Les résultats des expériences de l'auteur sont exposés sous la forme d'un tableau graphique donnant le moyen de résoudre facilement divers problèmes posés par la pratique.

D. GOLDHAMMER. — **Étude sur la théorie de la lumière.**

L'auteur essaye d'appliquer les idées de M. Thomson sur les

propriétés de l'éther à l'explication des phénomènes de la dispersion, de l'absorption sélective et de la rotation du plan de polarisation de la lumière.

TH. PETROUSCHEWSKY. — Contribution à l'histoire du galvanomètre.

A propos du galvanomètre de Nervander, faisant partie de l'exposition historique grâce à l'obligeance du professeur Lemström qui a bien voulu l'expédier de Helsingfors, M. Petrouschewsky remarque qu'il faut considérer cet instrument comme le plus ancien galvanomètre de précision. Il a été décrit pour la première fois dans les *Annales de Chimie et de Physique* en 1833.

M. PREOBRAJENSKY. — Nouveau voluménomètre.

Pour faciliter ses recherches sur les matériaux employés en chirurgie moderne pour effectuer les pansements, l'auteur a modifié le voluménomètre de Regnault, de manière qu'on doit mesurer le volume du mercure déversé au lieu de la hauteur de la colonne.

N. JOUKOWSKI. — Contribution à la théorie du vol, p. 3-10.

En appliquant les formules de l'Hydrodynamique moderne à un corps soumis à l'action de forces intérieures qui impriment à ses parties un mouvement périodique, et placé dans un milieu liquide et incompressible, l'auteur a trouvé que le travail de la force de traction est nulle pour la période complète du mouvement. Mais il en est bien autrement si le fluide est doué de frottement intérieur et si des mouvements cycloniques s'y forment. Dans ces cas, une force considérable de traction peut se développer.

Pour contrôler les résultats du calcul, une expérience a été faite avec deux tourniquets à ailes, horizontaux, parallèles, tournant en sens inverse, à l'aide d'un faisceau de fils de caoutchouc tordu. Placé sur le plateau d'une balance, ce système accusa une diminution de poids sensible pendant son mouvement.

P. SILOFF. — Sur la réfrangibilité des solutions.

A l'aide du réfractomètre de Pulfrich, l'auteur a vérifié pour des solutions de naphtaline dans du benzol, dans du toluol et du cymol, la loi de Walter : les variations de l'indice de réfraction sont proportionnelles à la concentration des solutions, calculées par rapport à la masse.

N. JOUKOWSKY. — Note sur la théorie des veines liquides de Helmholtz.

L'auteur généralise cette théorie et la rend applicable au cas d'un nombre arbitraire de points critiques.

W. TSCHEGLIAEFF. — De l'action du champ magnétique sur les décharges des tubes de Geissler, p. 117-118.

Quelques expériences, faites dans des conditions parfaitement déterminées, permettent à l'auteur de formuler une explication des changements d'aspect des stratifications de la lumière du tube sous l'influence d'un champ électrique ou magnétique, fondée sur la théorie des tourbillons électromagnétiques de Maxwell.

B. STANKEWITSCH. — Un théorème sur le choc des corps solides, élastiques ou imparfaitement élastiques, p. 118-120.

Article purement mathématique, concernant la théorie dynamique des gaz.

J. BLUDSTEIN. — Généralisation de la loi de Kirchhoff.

L'auteur démontre que, dans un système de courants linéaires, la somme de tous les courants, coupés par une courbe fermée, est nulle.

S. KOWALEWSKY. — Mouvements au milieu des électrolytes.

L'auteur démontre un grand nombre de phénomènes plus ou moins compliqués, du genre de ceux des anneaux de Nobili, des

figures équipotentielles de M. Guébhard et des mouvements électrocapillaires, qu'il étudie depuis plusieurs années.

G. IMCHENETZKY. — Sur son élément galvanique, p. 132-135.

L'élément est formé de graphite, mêlé de paraffine et fixé par compression sur les deux surfaces d'une toile métallique, dans une solution d'acide chromique, et de zinc dans une solution d'hyposulfite de soude. Les liquides ne se mêlent pas du tout à travers le diaphragme poreux de l'élément : au contact il se forme dans la masse du diaphragme une pellicule imperméable, mais conductrice. La force électromotrice de l'élément est égale à $2^{volts},15$ et sa résistance varie entre $0^{ohm},04$ et $0^{ohm},07$, selon la qualité du diaphragme. Dans une expérience, l'élément a fourni pendant vingt heures un travail de 150 volts, et sa force électromotrice restait encore égale à 2 volts.

L'élément peut aussi fonctionner avec deux électrodes en graphite, mais il donne, dans ce cas, $0^{volt},8$ et possède une résistance presque dix fois plus grande. Pendant l'action, l'hyposulfite est transformé en sulfate, avec précipitation du soufre, et l'acide chromique en oxyde de chrome.

J. KOWONOGOFF. — Expression du volume du formiate de méthyle en fonction de la température.

La température d'ébullition du composé étant $+32^\circ$C., et sa température critique $210^\circ,1$ C., l'auteur a trouvé, par la méthode de M. Avenarius, l'expression suivante pour le volume à pression constante

$$v_1 = 240,35 - 60,43 \log(210,1 - t),$$

et, pour le volume à pression variable,

$$v_2 = 254,68 - 66,60 \log(210,1 - t).$$

A. SALOUGOWSKI. — Hygromètre médical.

L'appareil est basé sur l'emploi d'un tissu végétal naturel.

J. KLEIBER. — Sur la distribution des pressions barométriques à la surface de la Terre.

L'auteur montre deux cartes nouvelles de la distribution des gradients barométriques, qu'il a établies.

M. PANTSCHENKO. — La statistique des orages au sud-ouest de la Russie.

Le maximum des orages de cette contrée a lieu entre midi et 6^h du soir, et correspond au vent de sud-ouest. Les observations du barographe et les cartes synoptiques confirment la supposition de M. Klossowsky, que ces orages sont des cyclones d'ordre supérieur qui se forment aux limites des grands cyclones, principalement entre les isobares de 750^{mm} et de 760^{mm}.

A. KLOSSOWSKY. — Sur la distribution des orages à la surface du globe.

En Europe, le nombre maximum des orages se produit sur la côte orientale de la mer Noire et sur la côte nord-est de l'Adriatique. Mais le vrai foyer d'orages est situé aux îles de la Sonde et dans la partie septentrionale de l'Amérique du Sud.

Ensuite, M. Klossowski propose à la section de formuler des remerciements à MM. Savelieff et Blisnine pour leurs travaux d'organisation des observations météorologiques au sud de la Russie. La proposition est adoptée à l'unanimité.

N. PILTSCHIKOFF. — Nouvelle construction de la boussole d'inclinaison.

L'aimant y est suspendu à l'aide d'un fil de soie horizontal; deux amortisseurs puissants rendent les observations promptes et faciles.

J. KLEIBER. — Sur les formules empiriques, p. 11-43.

Le but des recherches de l'auteur a été de faciliter le calcul, d'après la méthode des moindres carrés, des coefficients des formules qui doivent représenter une fonction, dont une série de valeurs numériques est donnée. Il ne traite que le cas le plus simple, quand les poids de toutes les valeurs données sont égaux et quand

elles correspondent à un égal accroissement de la variable indépendante.

Les premières tables donnent les coefficients de la formule parabolique

$$y = a + bx + cx^2,$$

pour un nombre d'ordonnées ne dépassant pas 21, et calculés en fonction de ces coordonnées elles-mêmes ou en fonction de leurs différences du premier et du deuxième ordre.

Ensuite l'auteur déduit une formule d'interpolation de forme différente : elle est déterminée de manière que chaque coefficient est fonction de toutes les valeurs numériques données, mais est indépendant du nombre des membres de la formule d'interpolation. De la sorte, on peut ajouter, à la formule déjà calculée, des membres d'ordres supérieurs sans refaire le calcul des coefficients d'ordres inférieurs. Deux tables d'une page chacune contiennent les données pour calculer les coefficients pour un nombre d'ordonnées ne dépassant pas 100.

N. KHAMANTOFF. — Photographie d'une veine liquide, p. 84.

L'auteur a obtenu une belle photographie instantanée d'une veine liquide de la manière suivante : une forte étincelle de la machine électrique projetait l'ombre de la veine liquide sur un papier sensible Ilford, placé à proximité. Après développement, on obtient une image nette de la veine. Une veine de poudre de lycopode donne une image semblable, formée aussi de gouttes distinctes, mais de forme moins régulière que celles d'un fluide.

N. PIROGOFF. — Sur la loi de Boltzmann, p. 44-83.

Principes de la Thermodynamique, p. 173-220.

A propos de la loi de Boltzmann, l'auteur discute les principes fondamentaux de la théorie cinétique des gaz et sa connexion avec le problème de Lagrange, ainsi que les fondements de la Thermodynamique.

W. LERMANTOFF.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXXII; juillet 1891.

G.-S. Swinburne. — *Quelques points concernant l'électrolyse*, p. 1.

A. Schuster. — *Notes électriques*, p. 9.

Sp. Umfreville Pickering. — *Théorie de la dissociation en ions; conséquences*, p. 20.

G. Gore. — *Changement d'énergie électrique des alliages pendant la fusion*, p. 27.

W. Sutherland. — *Théorie cinétique des solides, avec une introduction*, p. 31.

W.-C. Dampier Whetham. — *Note sur la théorie de Kohlrausch relative à la vitesse des ions*, 43.

J. Mac Cowan. — *Sur l'onde solitaire*, p. 45.

S. Tolver Preston. — *Thermomètre acoustique*, p. 58.

R.-A. Lehfeld. — *Forme modifiée du pont de Wheatstone*, p. 60.

J. Perry. — *Indicateur pour machines à vapeur à grandes vitesses*, p. 63.

R.-T. Glazebrook. — *Valeur de quelques étalons de résistance en mercure*, p. 70.

J.-E. Trevor. — *Solubilité mutuelle des sels dans l'eau*, p. 75.

S. Skinner. — *Appareil pour la mesure de la compressibilité des liquides*, p. 79.

F.-T. Trouton. — *Influence que la grandeur du réflecteur exerce dans les expériences de Hertz*, p. 80.

Sp. Umfreville Pickering. — *Méthode de Sydney Lupton pour réduire les résultats des expériences*, p. 90.

E.-H. Hayes. — *Considérations sur les objections élevées par M. Lupton aux méthodes de Pickering pour réduire les résultats des expériences*, p. 99.

H.-L. Callendar. — *Sur la construction des thermomètres en platine*, p. 104.

E. Obach. — *Sur une relation probable entre le pouvoir inducteur spécifique et la chaleur latente de vaporisation*, p. 113.

F.-J. Smith. — *Instrument pour la mesure des tracés chronographiques*, p. 126.

Wiedemann's Annalen.

T. XLIII, n° 6; 1891.

J. Elster et H. Geitel. — *Relation entre la déperdition d'électricité produite par la lumière et la nature de la surface éclairée*, p. 225.

F. Streintz. — *Contribution à la théorie de l'élément secondaire*, p. 241.

C. Fromme. — *Recherches expérimentales sur le magnétisme*, p. 256.

H. Jahn. — *Rotation électrique du plan de polarisation dans les liquides, en particulier dans les dissolutions salines*, p. 280.

H. Jahn. — *Thermochimie des acides tartriques droit et gauche*, p. 306.

A. Heydweiller. — *Sur le passage de l'électricité à travers les gaz. 3. Décharge par étincelle des condensateurs dans l'air*, p. 310.

E. Cohn et F. Heerwagen. — *Sur la période des oscillations électriques très rapides*, p. 343.

F. Kolacek. — *Théorie des oscillations électriques*, p. 371.

H. Kayser et C. Runge. — *Sur les spectres des éléments du second groupe de Mendeleeff*, p. 385.

W. Voigt. — *Sur la théorie de la lumière*, p. 410.

N. v. Klobukow. — *Expérience de cours pour la démonstration de l'action des couleurs complémentaires et des mélanges de couleurs par l'emploi de substances colorantes dissoutes*, p. 438.

P. Glan. — *Spectrosaccharimètre*, p. 444.

T. XLIII, n° 7; 1891.

E. Vogel. — *Position des bandes d'absorption et sensibilité actinique des substances colorantes organiques*, p. 449.

E. Lommel. — *Calcul du mélange des couleurs*, p. 473.

A. Hussel. — *Sur la rotation des rayons infra-rouges dans le quartz*, p. 498.

G. Kümmell. — *Dispersion rotatoire des tartrates*, p. 509.

O. Lehmann. — *Gouttes limitées seulement d'un côté*, p. 516.

J. Russner. — *Variation de l'élasticité du caoutchouc avec la température*, p. 533.

H. Kayser. — *Diffusion et absorption par le caoutchouc*, p. 544.

J. Müller. — *Diffusion de l'ammoniaque à travers l'eau et l'alcool*, p. 554.

F. Paschen. — *Forces électromotrices*, p. 568.

E. Hagenbach et L. Zehnder. — *Nature de l'étincelle dans les oscillations électriques de Hertz*, p. 610.

A. Raps. — *Machine pneumatique à mercure automatique*, p. 629.

K. Prytz. — *Méthode pour la mesure absolue des vitesses de rotation*, p. 638.

K. Prytz. — *Mesure du rapport entre la vitesse de rotation d'un axe et la durée de vibration d'un diapason*, p. 652.

C.-L. Weber. — *Mesure de l'inclinaison magnétique*, p. 659.

SEPTEMBRE 1891.

TABLE DES MATIÈRES.

SEPTEMBRE 1891.

(*Voir* la suite à la page 3.)

16059 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE,
B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN,
DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ,
GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ,
JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN,
J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON,
RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — OCTOBRE 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Le Journal de Physique théorique et appliquée paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale	15 fr.
Autres pays	17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

LE TRAITÉ DES CORPS FLOTTANTS D'ARCHIMÈDE

(Περὶ ὀχουμένων),

TRADUCTION NOUVELLE

PAR M. ADRIEN LEGRAND.

INTRODUCTION.

Le *Traité des Corps flottants* n'est pas inédit. Il a même été déjà traduit une fois en français ([1]), par Peyrard (dans son Archimède complet, Paris, in-4°, 1807). Mais on ne savait pas, jusqu'à ces dernières années, d'où provenait le texte des traductions latines ou française, s'il était bien celui du géomètre grec, et par quelles voies il avait été transmis de l'antiquité aux modernes qui en ont tant profité.

Ces questions d'origine ont été récemment débrouillées ([2]). De là l'occasion et l'intérêt de la présente publication.

On sait maintenant qu'en 1269 de notre ère, un traducteur qui avait sous les yeux, en grec, tous les traités d'Archimède connus, en rédigea en latin une traduction complète, d'ailleurs littérale et fidèle jusqu'à la servilité. Après quoi, par je ne sais quelle mauvaise fortune, le plus précieux peut-être de ces Ouvrages, celui qui nous occupe, disparut à tout jamais dans les siècles d'indifférence scientifique qui suivirent. Il ne sera sans doute plus retrouvé maintenant.

Mais la traduction de 1269 restait, conservée dans les bibliothèques de prélats ou de grands seigneurs, communiquée, quand tel était leur bon plaisir, à des savants, aux précepteurs de leurs enfants.

Lors du grand mouvement de renaissance scientifique en Italie, au XVIe siècle, les deux savants Gauricus et Tartaglia qui, entre autres monuments de l'antiquité, voulurent connaître Archimède, le lurent dans cette traduction. C'est elle-même, à peine modifiée, qu'ils livrèrent partiellement à l'impression en 1503 et 1543.

Pour ce qui est des *Corps flottants,* Tartaglia n'osa point convenir devant le public, pour le bien duquel il tirait de la nuit cet opuscule de si haute portée, qu'*il n'en connaissait point l'original grec.* Sans s'expliquer autrement sur l'authenticité de l'œuvre ou sur le mode de transmission qui l'avait fait parvenir entre ses mains, il la donna telle qu'il la trouvait ... et fit bien. La forme énigmatique, incorrecte, sous laquelle il la présentait était en somme suffisante pour en faire deviner la valeur à

([1]) Mais traduit *du latin,* non du grec.

([2]) Voir *Deutsche Litteraturzeitung,* 1884, p. 211, Berlin; et *Zeitschrift für Mathematik und Physik,* Supplément, 1890, p. 1-84; Leipzig.

des esprits pénétrants. Les conséquences qu'en ont su tirer Galilée, Stevin, Pascal, l'ont bien fait voir.

D'ailleurs un professeur soigneux et bon écrivain, Commandin de Bologne, sans disposer de ressources nouvelles, avait donné (1) de ce même latin de 1269 une transcription ou une rédaction claire et correcte, mais sans s'interdire de remplacer par des développements personnels les lacunes ou les parties de raisonnement trop obscures. Avec quelque tact et quelque finesse qu'il ait rempli sa tâche, il lui arrive parfois de mener le lecteur où l'aurait conduit le texte même d'Archimède, mais par des chemins qui passent à côté.

Jusqu'en 1890, il a bien fallu faire fond, pour connaître dans sa forme première le fameux théorème d'Hydrostatique, sur les publications précieuses en leur temps, mais si peu méthodiques de Tartaglia et de Commandin. Peyrard les combinait de son mieux pour en donner une traduction. Charles Thurot, mon regretté maître, signalait leurs incertitudes de détail, sans les discuter à fond, dans ses remarquables *Études sur le principe d'Archimède* (Paris, 1869). En 1881, M. Heiberg de Copenhague, l'exact et savant éditeur d'Archimède, arrivé à cet endroit difficile de sa publication (2), s'appuyait principalement sur Tartaglia, tout en le nuançant à doses discrètes de Commandin. Bref, on allait forcément à tâtons.

Une découverte fortuite faite en 1881 par M. V. Rose de Berlin à la Bibliothèque du Vatican a jeté la lumière sur ces obscures questions d'authenticité.

Dans un manuscrit contenant différents autres ouvrages de Science, M. Rose a retrouvé le texte même de la vieille traduction de 1269, perdue dans les archives papales depuis trois siècles. Volontairement, sans doute, les premiers éditeurs de notre Traité avaient rendu à l'oubli ce précieux document. Ils auront craint de nuire à la réputation de l'œuvre qu'ils mettaient en lumière, s'ils avouaient n'en avoir pas traduit ni même vu l'original. A cette époque, où le progrès des esprits et l'enthousiasme pour l'antiquité portaient, comme à leur envers, le mépris profond du moyen âge, quel crédit se fût attaché à la simple publication d'une copie archimédéenne en latin vieux de trois cents ans?

Tel qu'il est, ce latin du moyen âge est jusqu'à nouvel ordre l'intermédiaire unique et direct entre Archimède et nous (3). Il n'est point

---

(1) En 1565.

(2) *Archimedis opera, latine vertit* J.-L. Heiberg. Leipzig. Collection Teubner, 3 in-12; 1881.

(3) Divers indices irrécusables montrent que le traducteur de 1269 avait bien sous les yeux (point capital pour nous) *un exemplaire grec d'Archimède.* Il le mentionne; il s'y réfère; et, — ce qui porte à croire que nous tenons le brouillon même de son travail —, dans le cas, assez fréquent encore, où une lacune interrompt son latin, il note alors en marge des mots, qu'il laisse *en grec,* parcelles de phrase dont la lecture lui paraissait douteuse, ou le sens par trop obscur. Ainsi, dans la Proposition VI.

d'autre base sur laquelle doive être établie une traduction du *Traité des corps flottants*. Tartaglia ou Commandin ne doivent plus être consultés qu'à titre de renseignements. C'est ainsi que j'ai procédé pour le présent travail. — Pourtant, je me suis aussi servi, pour contrôler l'état du texte, d'une source tout à fait indépendante de celle-là : les énoncés (sans démonstration) des propositions du premier Livre, traduits directement sur un manuscrit grec par le mathématicien arabe Amed-ben-Mohammed-ben-Abd-Adjalil-Alsidjzî ([1]) en 969 de notre ère. M. Houdas, professeur d'arabe à l'École des langues orientales a bien voulu les mettre en français pour moi, et c'est un grand service qu'il m'a rendu.

Revenons à la vieille traduction latine. On croit en connaître l'auteur. Ce serait un prêtre italien, malgré son nom batave, Guillaume de Moerbek, qui, au temps de l'éphémère empire latin de Constantinople, vers 1230, fut desservant d'une église à Thèbes. Il y apprit le grec, et, revenu en Italie, à Viterbe, se servit de ses connaissances acquises pour traduire les moins connus des monuments antiques.

Il semble que ce n'ait pas été un mathématicien, et que, se désintéressant pour lui-même du sens, il ait voulu donner à ceux qui chercheraient non la facilité de la lecture mais l'exactitude du fond, les mêmes mots que dans le texte, en même nombre tout au moins, avec les mêmes tournures. De là la physionomie bizarre, au premier coup d'œil, de son travail, moins traduit que calqué sur le grec. Les alliances de mots, les constructions ignorées du latin y sont reproduites avec une véritable candeur. Un seul exemple fera sentir l'exagération de ce système. L'*article* n'existant pas en latin, Guillaume a détourné de son usage propre le genre de mots qui y ressemble le plus, le pronom relatif, et, sans crainte d'écrire des phrases qu'un Romain n'eût pas entendues, a mis presque autant de relatifs latins qu'il rencontrait d'articles grecs.

Les défauts apparents de ce document en font, pour nous, le prix. Guillaume, qui appliqua le même système de traduction brutale à des Ouvrages scientifiques d'Aristote, fit bien de violer plutôt le génie de la langue latine que de s'exposer à altérer le sens et la suite des idées archimédéennes. Cette conscience ou cette absence de scrupules nous a valu un latin incorrect mais transparent, sous lequel, d'ordinaire, nous apercevons aisément les vraies expressions grecques.

Aussi n'ai-je point, comme mes prédécesseurs, tâché d'amender le manuscrit latin, quand il était fautif. J'ai cherché plutôt de quelle ressemblance exagérée avec le grec la faute peut provenir.

M. Heiberg avait fait mieux : il a remis en grec ce latin tout hellénique. Il fallait, pour cela, la profonde connaissance de la langue archimédéenne qu'il a acquise, en éditant avec tant de soin les autres traités qui nous sont parvenus en grec. Les curieux liront sa *restitution* dans les *Mélanges* publiés à Paris, en 1883, en l'honneur de *Charles Graux*. A dé-

([1]) Voir *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, t. XIV, p. 664.

faut de ce plaisir de haut goût, il m'a semblé que tous les physiciens aimeraient à lire une traduction précise et serrée des *Corps flottants*, en sachant sur quelles bases le traducteur aurait travaillé (1).

Il ne m'a pas été donné d'aller lire à la Vaticane le manuscrit de Guillaume de Moerbek, mais M. Heiberg, à qui les lecteurs futurs d'Archimède devront tout, à qui, pour ce travail, je dois beaucoup moi-même, a collationné fort scrupuleusement ce manuscrit avec le texte de son édition. Je me suis servi de cette collation insérée à la suite de sa remarquable étude sur Guillaume de Moerbek, publiée comme il a été dit plus haut (2) à Leipzig en 1890.

Voici donc, à part de légères différences purement verbales, la forme même sous laquelle Archimède a vu et présenté aux quelques savants du IIIe siècle avant notre ère sa précieuse découverte. C'est ainsi qu'il a, selon le mot de Pascal parlant de son grand prédécesseur (3) « éclaté aux esprits! »

La partie la plus intéressante de ce petit Traité, celle au moins qui sollicitait le plus la curiosité, est peut-être l'hypothèse ou postulat initial qui sert ensuite dans presque tous les théorèmes. Toujours est-il que c'est ce qu'il était le moins facile de comprendre et de traduire. J'ai exposé dans les notes les difficultés que ces quelques lignes soulevaient et qu'il me semble avoir aplanies.

Dès qu'il tient pour accordés le glissement des molécules liquides et la direction de ce mouvement, Archimède explique aisément, sinon avec une absolue rigueur, du moins avec une admirable clarté d'évidence, comment se comportent dans les divers cas possibles, les solides flottants dans un liquide.

Il est vrai que sa théorie semble quelque peu éparse et comme émiettée : il ne la rattache pas tout entière à un principe unique, simple et compréhensif, centre autour duquel le reste ne soit plus qu'un rayonnement de corollaires. Il ne faut pas s'en étonner. C'est là la manière de procéder de l'esprit grec, au moins pour l'exposition de la pensée scientifique. Elle avance pas à pas; les vérités arrivent une à une, sans que les plus importantes paraissent dominer les autres.

Par exemple, la notion du *poids spécifique* dont nul avant Archimède (4) n'avait eu la moindre idée, n'est pas énoncée à part et mise au rang qui lui convenait. Elle arrive, presque incidemment, au troisième théorème. Mais

(1) N'étant pas bien sûr d'avoir affaire à de l'Archimède pur, Peyrard ne s'est pas imposé une exactitude rigoureuse. De bons juges, entre autres Ch. Thurot (*Recherches*, p. 13 et 15), trouvent sa traduction tantôt obscure, tantôt inexacte. J'ai pu faire profiter la mienne des ameliorations proposées par Ch. Thurot dans ce même travail.

(2) Note 2, p. 437.

(3) *Pensées*. Édition Havet, t. II, p. 16.

(4) Pas même Aristote, quoiqu'il ait touché à ces questions.

elle est formulée en termes explicites et qui ne laissent aucune place à l'hésitation. Et ceci vaut la peine d'être noté. Car, Archimède n'ayant pas créé de mot spécial qui correspondît à cette notion nouvelle, on a paru dire qu'il n'avait pas cherché à en exprimer nettement l'idée. Or il l'a rendue, à défaut d'un mot unique, au moins par une des tournures que lui offrait la langue parlée autour de lui, par une alliance de mots qu'on rencontre quatre fois la même dans le premier Livre du Traité. Je me suis expliqué là-dessus dans les Notes. Un des mérites d'Archimède est d'avoir distingué ce qu'on confondait jusqu'à lui : l'épaisseur ou viscosité des liquides et leur poids *relatif à leur volume*. Il a introduit dans la science la notion de poids spécifique. Il importe qu'on ne se méprenne pas sur cette preuve de sa grande originalité d'esprit.

Sur la *pression* que reçoit et transmet le liquide il n'a pas eu des vues aussi précises que sur le poids spécifique. Il n'a pas défini ces pressions; il n'en a pas donné une théorie. Examinant ce qui se passe en des points différents d'une même couche liquide horizontale (c'est là son procédé constant de recherche), il constate, sans plus, que la pression sera plus grande ici, plus faible là. Il ne l'étudie pas autrement; pour aucun des divers cas qui se présentent, il ne la mesure. Comme l'a fait remarquer Ch. Thurot (ouvrage cité), il ignore ce que Pascal saura le premier, « qu'un liquide transmet *en tous sens* la pression exercée en vertu de la pesanteur par ses couches supérieures sur les inférieures ». De là ce défaut de rigueur absolue, sensible en divers points de sa théorie. Il n'a envisagé la pression que comme s'exerçant de façon vague sur les couches liquides, non comme agissant sur un élément de surface, et proportionnellement à la surface. Par suite, il n'a pu établir scientifiquement ce qu'implique son hypothèse première, que tous les points d'une même couche liquide horizontale reçoivent la même pression, et qu'elle est la même *en tous sens* autour d'un même point.

Après tout, ce qui importait, c'était de mesurer la *poussée* de bas en haut que subit tout solide qui plonge dans un liquide. Archimède en formule la mesure, et cette formule, il l'appuie sur un raisonnement vraiment démonstratif (la sixième proposition). Quant au point *d'application* de cette poussée (le centre de gravité du liquide déplacé), il l'indique nettement, mais sous la forme d'un *postulatum*, où il demande qu'on lui accorde aussi la *direction verticale* de cette même force; c'est là sa seconde hypothèse. — Somme toute, ce qu'il était malaisé de voir est vu, et le principal est dit.

Nous ne pousserons pas plus loin cet examen où notre compétence de simple grammairien est trop limitée aux connaissances que nous venons d'acquérir pour les besoins de la cause. Aussi bien n'avons-nous donné entier et avec des commentaires que le premier Livre, le seul qui soit d'un intérêt général. Le second établit les conditions d'équilibre des conoïdes. C'est, au jugement de Lagrange, « un des plus beaux monuments du génie d'Archimède; il renferme une théorie de la stabilité des corps flottants à

aquelle les modernes ont peu ajouté. » J'en ai traduit tous les énoncés.

Au lieu de comparer les propositions d'Archimède avec les mêmes théories traitées par les méthodes ingénieusement exactes d'aujourd'hui, si on réfléchit qu'elles ont surgi du milieu d'une ignorance profonde sur tous ces sujets et d'une confusion pire que l'ignorance même, on sera saisi d'admiration. Nous avons dit que la rigueur des explications n'était pas toujours satisfaisante. Mais le peu d'avancement, l'inexistence même des théories connexes à celles-ci, resserraient le génie d'Archimède au point que sa précision ne pouvait égaler sa pénétration. Celle-ci est prodigieuse. C'est en plein inconnu qu'elle faisait sa première démarche. Ainsi dénuée de toute aide, elle ne pouvait rapporter à leur véritable cause physique les conditions d'équilibre de tout corps flottant; elle les a du moins formulées avec une remarquable justesse.

Je ne puis terminer sans remercier vivement mon ami M. Marcel Brillouin qui m'a donné l'idée de ces recherches historiques, en s'adressant à moi pour quelques éclaircissements sur les sources du texte traduit par Peyrard. Il m'a d'abord rendu service en me questionnant sur Archimède, et, au cours de mon travail, il m'a appris infiniment plus de choses qu'il n'a jamais pu m'en demander. A. L.

DES CORPS FLOTTANTS.

PREMIER LIVRE.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE.

Supposons que tout liquide soit de telle nature que, si l'on considère les parties de même niveau ([1]) et continues, la moins

([1]) De même niveau et continues. — Les mêmes expressions se trouveront dans les propositions II, III, IV, V et VII. Elles y ont une importance capitale. Le mode de démonstration employé par Archimède consiste à examiner ce qui se passe, pour chacun des cas qu'il envisage, dans une même couche horizontale. La seconde proposition va définir avec précision le niveau ou l'horizontalité d'une couche liquide. Dès lors ces mots auront une signification rigoureusement déterminée qu'ils n'ont pas encore dans cette première hypothèse. Ils n'y désignent que l'horizontalité apparente de l'eau calme. Ch. Thurot (*Recherches sur le principe d'Archimède*, p. 13) traduit prudemment les mots latins *ex æquo jacentibus* par « également situées », sans préciser l'égalité dont il s'agit et qui ne peut être qu'une égalité de symétrie (autour d'un point qu'on n'indique pas). Le grec que reflètent ces trois mots est évidemment ἐξ ἴσου κειμένων. C'est une des périphrases par lesquelles le langage ordinaire désignait la direction hori-

poussée cède à celle qui l'est plus. Disons encore que chacune des parties est poussée par le liquide qui est au-dessus d'elle suivant la verticale [et cela (¹), lorsque le liquide descend dans quelque chose et supporte quelque autre chose].

Proposition I.

Une surface étant coupée par un plan qui passe par un point déterminé (²), si la section est une circonférence ayant ce point pour centre, la surface sera sphérique.

Soit une surface coupée par un plan passant en x de façon que l'intersection soit toujours une circonférence ayant pour centre x. Supposons que ce ne soit pas une surface de sphère. Toutes les lignes allant du centre de la circonférence à la surface ne seront point égales entre elles.

Soient donc les points $\alpha\beta\gamma\delta$ sur la surface, et supposons αx, $x\beta$ inégales entre elles. Par $x\alpha$, $x\beta$ faisons passer un plan dont la section avec la surface soit la ligne $\alpha\beta\gamma\delta$. Cette ligne sera une circonférence ayant pour centre x, puisque telle a été notre supposition sur la nature de la surface en question.

---

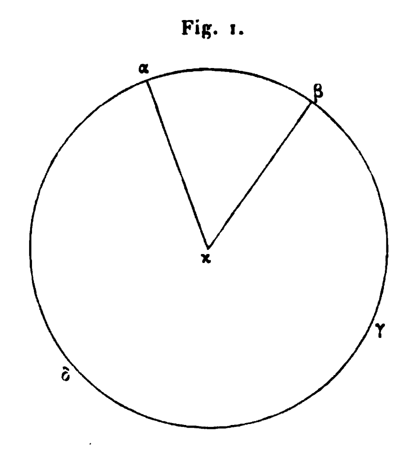
zontale, ne possédant aucun mot unique et spécial pour exprimer cette idée. Au reste, voici tout ce passage tel que le donne la vieille traduction latine : « Supponatur humidum habens talem naturam ut partibus ipsius ex æquo jacentibus et existentibus continuis expellatur minus pulsa a magis pulsa, et unaquæque autem partium ipsius pellitur humido quod suprà ipsius existente secundum perpendicularem [si humidum sit descendens in aliquo et ab alio aliquo pressum]. Voici le grec que, selon les conjectures les plus probables, le traducteur a pu avoir sous les yeux : Ὑποκείσθω τὸ ὑγρὸν ἔχον τοιαύτην φύσιν ὥστε τῶν μερῶν αὐτοῦ ἐξ ἴσου κειμένων καὶ ὄντων συνεχῶν ἐξωθεῖσθαι τὸ ὠθούμενον ἧττον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον. Καὶ ἕκαστον δὲ τῶν μερῶν αὐτοῦ ὤθειται ὑγρῷ τῷ ὑπὲρ αὐτοῦ κατὰ κάθετον.

(¹) Et cela lorsque, etc. — Ces mots sont inutiles à l'intelligence de ce qui précède. Ils n'y ajoutent rien. Ils ne figurent pas dans la traduction en arabe de 969 (*voir* l'introduction) et il est permis de croire que Mohammed ne les trouvait pas dans son texte grec. Ils paraissent n'être qu'une de ces gloses soi-disant explicatives, mais réellement oiseuses, qui, dans les transcriptions de manuscrits, passent souvent de la marge au texte. M. Heiberg a montré que ces interpolations ne sont que trop fréquentes dans le grec d'Archimède. — Peyrard traduit (librement) : « Soit que le fluide descende quelque part, soit qu'il soit chassé d'un lieu dans un autre ».

(²) Déterminé. — Mot à mot : par un point toujours le même.

Donc les lignes $x\alpha$, $x\beta$ ne sont point inégales, et, nécessairement, la surface en question est sphérique.

Fig. 1.



Proposition II.

Si un liquide est en état d'équilibre et d'immobilité, la forme de sa surface est celle d'une sphère ayant pour centre le centre de la Terre.

En effet, supposons le liquide en état d'équilibre et d'immobilité. Coupons sa surface avec un plan passant par le centre de la Terre. Soit x le centre de la Terre. Soit $\alpha\beta\gamma\delta$ l'intersection de la surface du liquide avec ce plan.

Fig. 2.

Je dis donc que la ligne $\alpha\beta\gamma\delta$ est une circonférence, dont le centre est x. En effet, s'il n'en est pas ainsi, les droites menées de x à la ligne $\alpha\beta\gamma\delta$ ne seront pas égales. Prenons donc une

droite qui, comparée à celles qui vont vers αβγδ, soit plus grande que les unes, plus petite que les autres. Avec cette ligne pour rayon, en prenant x comme centre, décrivons une circonférence. Cette circonférence passera en partie au delà, en partie en deçà de αβγδ, puisque son rayon est plus grand que certaines des droites menées jusqu'à αβγδ, plus petit que certaines autres. Soit ζβε la circonférence ainsi décrite. Menons la droite xβ et les droites xζ et xελ formant des angles égaux (1). Décrivons encore, en prenant x pour centre, une circonférence ξοπ dans le même plan et dans le liquide.

Les parties de liquide, situées sur la circonférence ξοπ, sont *de même niveau et continues entre elles* (2). Celles qui sont situées en ξο sont poussées par le liquide ξοβζ sous βζ; celles en οπ par le liquide ποβε sous βε. Ainsi les parties du liquide, situées sur l'arc de cercle ξο, ne sont pas poussées comme celles situées en οπ. Par conséquent, les moins poussées céderont aux plus poussées; nous n'avons donc pas affaire à un liquide en équilibre.

Or, nous l'avions supposé en état d'équilibre et d'immobilité. Il faut donc nécessairement que la ligne αβγδ soit une circonférence ayant pour centre x.

On démontrera de même que, de quelque façon que l'on coupe la surface du liquide par un plan passant au centre de la Terre, l'intersection sera une circonférence ayant pour centre celui de la Terre. Il est donc évident que la surface d'un liquide en équilibre a la forme d'une sphère ayant le même centre que la Terre, puisque cette surface est telle que, coupée d'un plan par un point fixe, elle donne pour section une circonférence ayant pour centre le point par lequel est mené le plan dont on la coupe.

---

(1) Formant des angles égaux de part et d'autre de xβ. Je ne sais pourquoi, dans la figure de Tartaglia, reproduite par Heiberg, ces deux angles sont inégaux. D'autre part les *lettres* qui se rapportent aux points de la figure sont légèrement interverties, ce semble, dans les traductions de 1269, tout à fait mêlées dans Tartaglia; si bien qu'on ne peut plus suivre la démonstration. Sans changer un mot du texte, je les ai rétablies d'après le sens de l'ensemble, qui est on ne peut plus clair. Partout j'ai restitué les lettres *grecques* qui, d'après divers indices, doivent avoir été celles de l'original lui-même.

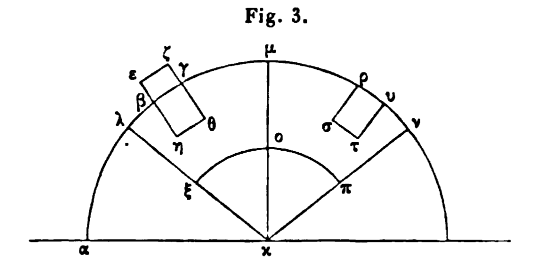
(2) *Voir* note de la page 442.

Proposition III.

Un solide *de même volume et de même poids* (¹) que le liquide, dans lequel il est abandonné, y enfoncera de façon à n'émerger nullement au-dessus de la surface, mais (²) à ne pas descendre encore plus bas.

En effet, supposons qu'un solide de même poids que le liquide y soit abandonné, et, si toutefois cela se peut, qu'il émerge au-dessus de la surface. Supposons le liquide en équilibre et immo-

Fig. 3.



bile. Imaginons un plan qui passe par le centre commun de la Terre et du liquide et par le solide. Soit $\alpha\beta\gamma$ son intersection avec la surface du liquide, $\varepsilon\zeta\eta\theta$ le corps flottant (³), x le centre

(¹) De même volume et de même poids. — C'est-à-dire de même densité : « Archimède, dit Thurot (*Recherches*, p. 13), démontre facilement qu'un corps de même pesanteur que le liquide où il est abandonné plongera tout entier.... A *pesanteur* il faut ajouter *spécifique*, expression à laquelle rien ne répond dans Archimède. » Ch. Thurot est sévère. La langue n'avait pas de mot unique et spécial pour exprimer cette notion. Mais nous trouvons ici *æqualis molis et æqualis ponderis*, plus bas *magnitudine æquale et æquè grave supponitur solidum cum humido*, expressions que nous serions en droit de traduire par *le même poids* sous *le même volume*. Ces périphrases dont nous soulignerons la traduction, chaque fois qu'elles se rencontreront, ne laissent rien à désirer pour la clarté.

(²) Mais à ne pas descendre encore plus bas. — Cette seconde assertion n'est pas justifiée ici. L'équilibre du solide pour les déplacements vers le bas n'est physiquement stable que si l'on tient compte de *l'augmentation de la densité* du liquide *avec la profondeur*. Or c'est une condition à laquelle on ne voit pas qu'Archimède ait songé. — Cette seconde partie de l'énoncé manque chez le traducteur arabe de 969. Peut-être ne la trouvait-il pas dans son manuscrit.

(³) $\varepsilon\zeta\eta\theta$ le corps flottant. — Le traducteur de 1269 écrit : *solidæ magnitudinis insidentia* (*sic*) et avertit en marge qu'il avait dans son texte grec ὄχημα, (synonyme évident du participe ὀχούμενον qu'on lit au titre de ce traité) et qui n'était connu qu'avec le sens de *véhicule* (ou rarement de *bateau*).

de la Terre. Soit $\beta\gamma\eta\theta$ la partie du solide immergée, $\beta\varepsilon\zeta\gamma$ celle qui émerge.

Représentons-nous le solide comme compris dans une pyramide, dont la base est un parallélogramme à la surface du liquide et dont le sommet est le centre de la Terre. Disons que l'intersection $\alpha\beta\gamma$ est une circonférence et que celles des faces de la pyramide avec le plan sont $\varkappa\lambda$, $\varkappa\mu$. Décrivons dans le liquide, autour de $\varkappa$ pris pour centre, une autre surface de sphère sous $\varepsilon\zeta\eta\theta$, ce sera $\xi o\pi$; et supposons-la coupée (suivant cette ligne $\xi o\pi$) par la surface du plan. Supposons une autre pyramide semblable, égale et contiguë à celle qui contient le solide. Soient $\varkappa\mu$, $\varkappa\nu$ les sections de ses faces par le plan. Envisageons, dans le liquide, un volume de ce liquide même, soit $\rho\sigma\tau\upsilon$ égal et identique à la partie $\beta\eta\gamma\theta$ du solide qui se trouve immergée.

Les parties de liquide qui sont dans la première pyramide sous la surface coupée en ξo et celles de la seconde sous $o\pi$ sont *de même niveau et continues*. Or [1] elles ne sont pas également poussées. En effet, celles qui sont en ξo sont poussées : 1° par le solide $\varepsilon\zeta\eta\theta$, 2° par le liquide situé entre les surfaces $\lambda\mu$, ξo et les faces de la pyramide; celles en $o\pi$ le sont : 1° par le solide $\rho\sigma\tau\upsilon$ et le liquide situé entre les surfaces $\mu\nu$, $o\pi$ et les faces de la pyramide. Mais le poids du liquide $\mu\nu o\pi$ sera moindre que celui du liquide $\lambda\mu\xi o$. En effet, la partie liquide $\rho\sigma\tau\upsilon$ est moindre que le solide $\varepsilon\zeta\eta\theta$, puisqu'elle est égale à la partie $\eta\beta\gamma\theta$ et qu'on a supposé le solide *de même poids et de même dimension* que le liquide. Le reste des parties liquides est égal de part et d'autre.

Il est donc évident que le liquide, situé en $o\pi$, cédera à celui qui est situé en $o\xi$ et qu'il ne sera pas en équilibre. Or on l'a supposé immobile [2].

Donc, aucune partie du solide en question n'émergera. Et le

---

[1] Ajoutons, pour la clarté : *de la façon que nous avons supposé les choses,* elles ne sont pas également poussées.

[2] Thurot résume ainsi cette longue démonstration : « Archimède démontre que le corps plongera tout entier, en établissant que si (le liquide étant supposé immobile) une portion du corps restait au-dessus de la surface, la portion du liquide placée sous le corps serait plus pressée que celle qui est à côté, et le liquide ne serait pas immobile ».

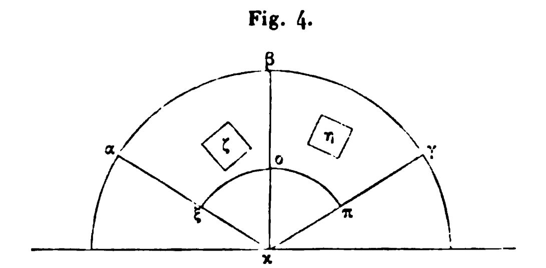
solide immergé ne descendra pas au fond, car toutes les parties du liquide, situées au même niveau, seront également poussées, puisque le solide est de même poids que le liquide ([1]).

Proposition IV.

Tout corps solide plus léger que le liquide où il est abandonné ne sera pas complètement immergé, mais restera en partie au-dessus de la surface liquide.

En effet, supposons un corps plus léger que le liquide et qui y est abandonné. Supposons, si toutefois la chose est possible, qu'il y soit totalement immergé sans qu'aucune partie s'élève au-dessus de la surface; que d'ailleurs ([2]) le liquide reste immobile.

Fig. 4.



Imaginons maintenant un plan mené par le centre de la Terre, le liquide et le solide. Soit $\alpha\beta\gamma$ la circonférence suivant laquelle ce plan coupe la surface du liquide; la section du solide est représentée par la figure en ζ, le centre de la Terre par x. Imaginons, comme précédemment, une pyramide comprenant ζ et ayant pour sommet le point x; ses faces seront coupées par le plan $\alpha\beta\gamma$ suivant αx, $x\beta$. Admettons une autre pyramide égale et sem-

([1]) La première partie du raisonnement montre que l'équilibre est impossible si le solide n'est pas entièrement immergé; la seconde que l'équilibre est atteint dès qu'il cesse d'émerger. Mais, d'après le même raisonnement, l'équilibre subsistera à quelque profondeur que ce solide soit plongé. On s'étonne donc de trouver ici cette démonstration accessoire qui ne démontre pas. Est-elle de la même main que ce qui précède? *Voir* la Note 2, page 446.

([2]) Que d'ailleurs. — Ajoutons, pour la clarté : *dans ces conditions*, ...

blable, dont les faces sont coupées par le plan αβγ suivant κβ, κγ. Décrivons ensuite dans le liquide une autre surface de sphère située sous le solide et ayant κ pour centre; elle sera coupée par le même plan suivant ξοπ.

Que l'on se représente, dans la seconde pyramide, un volume de liquide η (1) égal au solide ζ. Les parties liquides de la première pyramide, situées sous les deux surfaces en ξο et celles de la seconde, situées également sous les deux surfaces en οπ, sont *de même niveau et continues entre elles.* Mais elles ne peuvent être également poussées. Car celles de la première pyramide le sont par le solide en ζ et par le liquide qui l'entoure et qui occupe la partie de pyramide αβοξ. Celles de la seconde sont poussées par le liquide en η et le liquide qui l'entoure et qui occupe la partie de pyramide ποβγ. Mais le poids de ce qui est en ζ est moindre que celui de ce qui est en η, puisque nous supposons le solide *égal en volume au liquide, mais plus léger* (2). Quant au liquide qui entoure ζ et η, son poids est égal dans les deux parties de pyramides qui sont égales entre elles (3). Donc, la portion de liquide située sous les deux surfaces (4) suivant l'arc de cercle οπ est la plus poussée des deux. Elle chassera donc la moins poussée et le liquide ne peut dès lors rester immobile. Donc, le solide ne sera pas entièrement immergé; une portion en restera au-dessus de la surface du liquide (5).

Proposition V.

Un solide plus léger que le liquide dans lequel on l'abandonne

(1) « Peyrard, dit Thurot, est encore ici très inexact, en traduisant (p. 374) *un solide* H *qui soit composé du fluide.* Archimède ne suppose nulle part la solidification d'une partie du liquide. »

(2) Égal en volume mais plus léger. — *Voir* note 1, p. 446.

(3) Ici le texte paraît altéré, déparé par une lacune; le sens est évident.

(4) Ces trois mots, inutiles à tout prendre, manquent de clarté. Le texte grec paraît avoir été mal lu par le traducteur latin.

(5) « Logiquement, dit Thurot, cette démonstration indirecte et négative serait irréprochable. Mais elle ne nous montre pas *physiquement* comment le corps spécifiquement plus léger que le liquide est poussé en haut. Aussi Archimède, avant de traiter de l'équilibre des conoïdes est-il forcé de demander qu'on lui accorde un second postulat. » *Voir,* plus loin, Hypothèse II.

y enfonce de telle façon qu'un volume de liquide égal à la partie immergée ait le même poids que le solide entier (voir *fig.* 3).

Faisons les mêmes constructions que ci-dessus, et supposons le liquide immobile. Soit un solide $\varepsilon\zeta\eta\theta$ plus léger que le liquide. Pour que le liquide soit immobile, il faut que *les parties de même niveau* soient également poussées. Par conséquent, le liquide sera également poussé sous les surfaces déterminées par les arcs de cercle ξo et $o\pi$. Les poids qui les pressent seront donc égaux.

Mais le poids du liquide dans la première pyramide, diminution faite du solide $\beta\eta\theta\gamma'$ est égal au poids du liquide de la seconde moins la partie $\pi\sigma\tau\upsilon$. Donc, il est évident que le poids $\varepsilon\zeta\eta\theta$ est égal à celui du liquide $\pi\sigma\tau\upsilon$. Donc, un volume de liquide égal à la partie immergée pèse autant que le solide entier.

Proposition VI.

Lorsqu'un corps est plus léger que le liquide où on l'enfonce et remonte à la surface, la force (¹) qui pousse en haut ce corps a pour mesure la différence entre le poids d'un égal volume de liquide et le poids même du corps.

En effet, soit un corps A plus léger (²) que le liquide. Soit β le poids de ce corps, et $\beta\gamma$ le poids d'un volume de liquide égal à A. Il s'agit de démontrer que le corps A, enfoncé de force dans le liquide, remontera avec une force égale à γ.

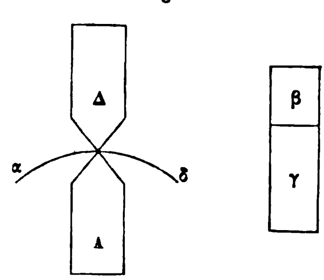
Prenons un corps Δ, dont le poids soit égal à γ. L'ensemble composé des corps A et Δ sera *plus léger* (²) que le liquide. Car, le poids des deux réunis est $\beta\gamma$, mais le poids du liquide égal en volume à AΔ, serait supérieur à $\beta\gamma$ qui est seulement ce que pèse un volume de liquide égal à A.

(¹) La force qui pousse en haut ce corps. — « Peyrard, dit Ch. Thurot, traduit inexactement *vi* par *vitesse* dans le texte de la démonstration. » Voici comment Thurot traduit cet énoncé difficile à formuler brièvement : « Un corps plus léger que le liquide où il est enfoncé de force se relève et est porté en haut avec une force égale à la quantité dont le poids d'une portion de liquide égale au corps surpasse le poids du corps. »

(²) Plus léger. — Spécifiquement. Il faut ici sous-entendre cette idée complémentaire, qui n'est rendue d'aucune façon.

Donc, abandonnons dans le liquide l'ensemble composé des corps A et Δ. Il y enfoncera jusqu'à ce que le volume de liquide égal à la partie immergée ait le même poids que le corps tout entier. C'est, en effet, ce qu'on vient de démontrer ([1]).

Fig. 5.



[Soit αδ la circonférence formant la surface du liquide.] Puisqu'un volume de liquide égal à A a le même poids que AΔ, il est clair que la partie immergée sera A, que l'autre partie, c'est-à-dire Δ, émergera tout entière. [Cela étant démontré, le reste de la proposition l'est ([2])]. Il est évident que la force qui pousse A vers le haut est égale à celle qui pousse en bas la partie supérieure Δ, puisqu'aucune des deux parties n'entraîne l'autre avec elle.

Mais la pesée de Δ vers le bas est précisément le poids γ; car nous avons supposé le poids de Δ égal à γ. Ce qu'il fallait démontrer est donc évident.

Proposition VII.

Un corps plus lourd que le liquide où on l'abandonne descendra au fond, et son poids, dans le liquide, diminuera d'une quantité mesurée par ce que pèse un volume de liquide égal à celui du corps.

D'abord, il est évident que le corps descendra au fond. Car les

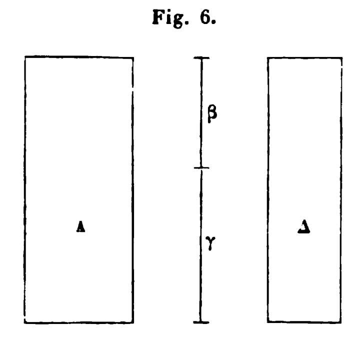
([1]) Ce qu'on vient de démontrer. — Dans la proposition précédente dont celle-ci n'est qu'un corollaire.

([2]) Cette parenthèse dont nous donnons le sens probable est formée de quelques mots grecs lus de façon incertaine par le traducteur et transcrits tels quels à la marge de son exemplaire, sans qu'il ait tenté de les faire passer en latin.

parties de liquide qui se trouvent sous lui sont plus pressées que *celles qui sont à son niveau* (¹), puisque le solide est supposé plus lourd que le liquide. Démontrons maintenant que son poids y diminuera de la quantité que nous avons dite.

Soit en effet un corps A plus lourd que le liquide, et soient $\beta\gamma$ le poids de A, β le poids du liquide égal en volume à A. Il s'agit de démontrer que le corps A, plongé dans le liquide, aura précisément pour poids γ. Prenons un autre corps Δ *plus léger à égalité de volume que le liquide* (²), ayant d'ailleurs pour poids β; conve-

Fig. 6.



nons qu'un volume de liquide égal à Δ, aurait pour poids $\beta\gamma$. L'ensemble composé des corps A et Δ sera aussi pesant que le liquide. Car le poids des deux réunis est égal à $\beta\gamma + \beta$; mais le poids du volume équivalent de liquide est égal à cette même somme. Par conséquent, si l'on jette et qu'on abandonne ces deux corps réunis dans le liquide, ils y seront en équilibre et ne remonteront ni ne descendront; car, le corps A, étant plus lourd que le liquide, sera porté en bas, mais ramené aussi en haut, exactement avec la même force par le corps Δ. Mais le corps Δ, plus léger que le liquide,

(¹) Celles qui sont à son niveau. — « La traduction de Peyrard (p. 376) qui a suivi le texte de Commandin n'est pas claire : « Les parties du fluide qui sont » au-dessous sont plus pressées que les parties qui *leur sont adjacentes*. » Archimède veut dire : « qui sont à la même distance qu'elles du centre de la Terre ». Note de Ch. Thurot (*Recherches*, p. 14).

(²) Plus léger, à égalité de volume, que le liquide. — Levior humido molis æqualis cum ipsa. Probablement : κουφότερον ὑγροῦ τοῦ ἰσομεγέθους αὐτῷ. La notion de poids spécifique est exprimée ici par une périphrase, mais de la façon la plus explicite.

et porté en haut par une force égale à γ. Car il a été démontré [1] que les corps solides plus légers que le liquide où on les enfonce remontent à la surface avec une force égale à la différence entre le poids du volume de liquide égal au leur et leur propre poids. Or, le volume de liquide égal à Δ est plus lourd que Δ d'une quantité égale à γ. D'où il résulte que, le corps A est porté en bas par un poids égal à γ.

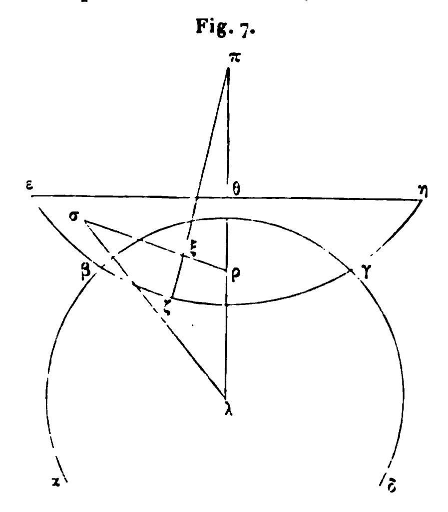
SECONDE HYPOTHÈSE.

Supposons que tout corps qui, plongé dans le liquide, remonte, est poussé en haut suivant la verticale qui passe par son centre de gravité.

Proposition VIII.

Si un corps solide, ayant la forme d'un segment de sphère, est abandonné dans un liquide, et si la base du segment ne touche pas le liquide, le corps se tiendra droit, et l'axe du segment sera

Fig. 7.



vertical. Et si l'on dérange le solide, de façon à faire toucher le liquide par la base du segment, la figure, dès qu'on l'abandonne de nouveau, ne reste pas penchée, mais reprend sa situation droite.

(1) Il a été démontré. — Par la Proposition VI.

[Note marginale du traducteur latin de 1269 :

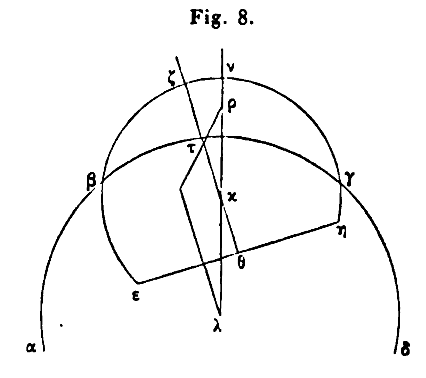
« Il y avait un demi-feuillet blanc. La démonstration de ce théorème manquait dans mon exemplaire grec ; c'était la fin d'un cahier, et au commencement du cahier suivant se trouvaient des figures qui sont, selon moi, celles de ce théorème. »]

Proposition IX (¹).

Par conséquent, si le corps est plus léger que le liquide, et si, quand on l'y abandonne, sa base y plonge tout entière, ce solide se tiendra droit et la direction de son axe sera verticale.

Envisageons un corps, tel qu'on vient de le définir, abandonné dans le liquide. Imaginons aussi un plan mené par la flèche du segment et par le centre de la terre. Soit $\alpha\beta\gamma\delta$ la circonférence que

Fig. 8.



forme l'intersection de ce plan avec la surface du liquide, $\varepsilon\zeta\eta$ le contour de notre fragment sphérique, et enfin la droite $\varepsilon\eta$.

La flèche du segment étant $\zeta\theta$, admettons, si toutefois la chose est possible, que $\zeta\theta$ ne soit pas verticale. Il faut montrer que la figure ne gardera pas sa situation, et se redressera.

Le centre de la sphère est sur $\zeta\theta$. D'abord, supposons le segment plus grand que la demi-sphère. S'il était égal à la demi-

(¹) Proposition IX. — Ce titre ne se trouve pas dans la traduction latine. Peut-être cette proposition suivait-elle, dans le texte grec, la huitième comme une simple conséquence.

sphère ([1]), le centre serait en θ, en π s'il est plus petit, en κ s'il est plus grand.

Par κ et le centre de la terre λ, menons la droite κλ. La figure située au-dessus du liquide a son axe sur la verticale qui passe en κ. Pour les mêmes raisons, son centre de gravité est sur la ligne νκ, soit en ρ. Mais le centre de gravité de tout le segment est sur la ligne ζθ, entre κ et ζ, soit en τ. Par conséquent, le centre de l'autre partie de la figure, celle qui plonge dans le liquide, sera sur la droite τρ prolongée ([2])... sera avec τρ dans le même rapport où le poids de la portion de la figure qui émerge est avec celui de la portion immergée. Soit ο le centre de la portion immergée. Par ο, menons la verticale ολ. Le poids de la portion qui émerge se portera en bas suivant la droite ρο; celui de la portion immergée en haut suivant la droite ολ. Donc la figure ne reste pas dans sa position. Mais les parties situées du côté de η descendent, celles situées vers ε montent, et cela continue jusqu'à ce que la ligne ζθ se trouve verticale.

SECOND LIVRE.

(ÉNONCÉS.)

I. Si un corps est plus léger que le liquide où on l'abandonne, il y aura entre son poids et le poids d'un volume de liquide égal à celui de ce corps le même rapport qu'entre la partie immergée et le corps tout entier.

II. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire dont la flèche (ne) dépasse (pas) en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe ([3]), quel que soit le rapport de son poids avec celui du liquide, si on

---

([1]) S'il était égal à la demi-sphère. — On voit que le texte, tel que nous le donne le traducteur latin, promet l'examen de trois cas et n'en examine qu'un seul. Encore cette démonstration n'est-elle pas très nette. Du reste, une lacune la dépare.

([2]) La droite prolongée.... — Ici une lacune de huit lettres dans la vieille traduction latine. Sans doute : *d'une longueur telle qu'elle sera....*

([3]) Le *conoïde rectangulaire* est le solide engendré par la révolution d'une parabole autour de son axe. On sait qu'Archimède considère la parabole *dans le cône droit,* et comme étant une section de ce solide faite parallèlement à une génératrice. — Quant à cette *ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe,* c'est, selon

l'y abandonne de façon que sa base ne touche pas à ce liquide, et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse. (J'appelle redressement la position où la base ou section est parallèle à la surface du liquide).

III. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire dont la flèche (ne) dépasse (pas) en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe; quel que soit le rapport de son poids avec celui du liquide, si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base tout entière soit immergée, et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse de façon que son axe soit vertical.

IV. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe; étant donné que *le rapport de* [1] son poids spécifique [2] *avec* le poids du liquide *n'est pas plus petit que celui du* carré de l'excès de la flèche sur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, *avec* le carré de la flèche; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base ne touche pas ce liquide et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse.

V. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire, plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe; étant donné que *le rapport de* son poids *avec* le poids du liquide *n'est pas plus grand que celui de* la différence entre le carré de la flèche et le carré de l'excès de la flèche sur une fois et demie la ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe *avec* le carré de la flèche; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base y soit immergée tout entière et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse de façon que son axe soit vertical.

VI. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais soit trop petit pour être avec cette ligne

---

Peyrard, la distance entre le sommet du cône droit et le point par où la section parallèle est faite (et où aboutit l'axe de la parabole ou du conoïde, ou, autrement dit, la *flèche* du segment droit). Il explique que cette distance est égale à la moitié du paramètre de la parabole. Archimède étudie dans ce second livre les différentes positions que prendra dans un liquide un segment droit de conoïde, suivant diverses conditions, entre autres le rapport de la flèche au paramètre.

(1) Pour faciliter un peu la lecture, on a mis partout *en italique* les mots qui servent à établir les rapports eux-mêmes, laissant en caractère romain ceux qui énoncent les termes de ces rapports.

(2) Ad humidum *æquæ molis* proportio. Probablement ὁ ποτὶ ὑγρὸν ἰσομέγεθες λόγος. La notion de poids *spécifique* est ici nettement énoncée. Partout elle est sous-entendue.

dans le rapport de 15 à 4; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base touche ce liquide, — il ne restera jamais dans une position inclinée telle que sa base touche le liquide même en seul point.

VII. Soit un segment droit d'un conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais soit trop petite pour être avec cette ligne dans le rapport de 15 à 4; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base y soit plongée tout entière, — jamais il ne se placera de façon que sa base touche à la superficie du liquide, mais toujours dans une position telle qu'elle soit tout entière dans le liquide sans en toucher la superficie en un seul point.

VIII. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire ayant sa flèche plus longue qu'une fois et demie la-droite-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais trop petite pourtant pour être avec cette ligne dans le rapport de 15 à 4; étant donné que *le rapport de* son poids (spécifique) *avec* le poids du liquide *est plus petit que celui du* carré de l'excès de la flèche sur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe *avec* le carré de la flèche; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base n'y touche pas, — il ne se redressera pas complètement; mais il ne restera incliné que si son axe fait avec la superficie du liquide un angle dont la grandeur va être déterminée.

IX. Soit un segment droit d'un conoïde rectangulaire ayant sa flèche plus longue qu'une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais trop petite pour être avec cette ligne dans la proportion de 15 à 4; étant donné que *le rapport de* son poids (spécifique) *avec* le poids du liquide *est plus grand que celui de* l'excès du carré de la flèche sur le carré de la différence entre la flèche et une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe *avec* le carré de la flèche, si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base y soit plongée tout entière, et en l'inclinant; — il ne se redressera pas assez pour que l'axe devienne vertical; mais il ne gardera pas la position inclinée, si ce n'est dans le cas où l'axe ferait avec la superficie du liquide un angle égal à celui dont il a été parlé précédemment.

X. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche soit trop grande pour être avec la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, dans la proportion de 15 à 4, si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base n'y touche pas, — tantôt il se tiendra droit et tantôt incliné de façon que sa base touche au liquide en un point unique, et cela dans deux cas; et sa position sera inclinée tantôt de telle sorte que sa base soit mouillée sur un espace plus étendu, tantôt de telle sorte qu'elle ne touche même pas en un point unique à la surface du liquide. Le rapport entre le poids du corps et celui du liquide pour chaque cas sera indiqué au fur et à mesure.

FIN.

SUR L'APPLICATION DES CONDUCTIBILITÉS ÉLECTRIQUES A L'ÉTUDE DE LA NEUTRALISATION DES ACIDES;

PAR M. DANIEL BERTHELOT.

L'étude de la constitution et des équilibres des composés chimiques en dissolution réclame l'emploi de méthodes fondées sur les propriétés physiques des systèmes : propriétés thermiques, optiques, électriques, etc. Les mesures calorimétriques, qui fournissent une évaluation directe de l'énergie mise en jeu dans les phénomènes, ont été les plus employées jusqu'ici.

Les mesures de résistances électrolytiques sont de date plus récente, leur emploi se recommande dans nombre de circonstances : elles permettent de suivre les phénomènes jusque dans des liqueurs extrêmement étendues et, par suite, d'opérer avec des solutions diluées, avantage précieux dans le cas de corps peu solubles dans l'eau ou de substances rares dont on ne possède que de petites quantités.

De nombreux Mémoires ont été publiés depuis quelques années sur les conductibilités des électrolytes. Mais l'idée d'appliquer ces mesures à l'étude des réactions chimiques est toute récente. M. Bouty a proposé cette application comme conséquence de ses recherches sur des mélanges de sels dissous et en a donné plusieurs exemples pour les sels minéraux.

M. Foussereau avait montré antérieurement comment, dans le cas des réactions lentes, la variation de résistance permet de suivre l'altération progressive de la liqueur.

Je me suis proposé d'étudier, par cette méthode, la neutralisation des acides et particulièrement des acides organiques en dissolution et les problèmes de Mécanique chimique qui s'y rattachent, tels que formation des sels neutres, acides et basiques pour les acides monobasiques et polybasiques, dissociation et recomposition progressive de ces composés sous l'action d'un excès d'eau, d'acide ou de base; influence des fonctions différentes (alcool, phénol, alcali) jointes à la fonction acide, analogies et différences des isomères, etc.

Toutes les mesures ont été faites au moyen de l'électromètre capillaire, avec les dispositifs décrits par M. Bouty ([1]).

Tandis que les travaux antérieurs, relatifs aux conductibilités, portent presque tous sur les électrolytes isolés, il s'agit surtout ici des équilibres entre plusieurs électrolytes en présence.

La méthode consiste essentiellement à ajouter à un acide des quantités croissantes d'alcali au même titre : ces liqueurs contiennent d'abord un excès d'acide; au moment où les proportions sont égales, elles sont chimiquement neutres; ensuite elles contiennent un excès d'alcali.

La marche du phénomène de la neutralisation peut être traduite aux yeux par une représentation graphique dans laquelle on prend comme abscisses les conductibilités, comme ordonnées les proportions relatives de l'un des corps, l'alcali par exemple. On obtient ainsi les *courbes de neutralisation*.

L'aspect de ces courbes diffère suivant les cas qui se présentent : neutralisation d'un acide fort par une base forte, d'un acide fort par une base faible, etc.

On sait, en effet, qu'il existe, entre les affinités chimiques des acides et des bases et leurs conductibilités électriques, un parallélisme remarquable qui permet de répartir les électrolytes en deux groupes.

Dans un premier groupe se rangent les acides forts, les bases fortes et tous les sels neutres. Tous ces corps sont bons conducteurs même en solutions concentrées; leur conductibilité moléculaire varie peu avec la dilution. La loi de variation est représentée par la formule

$$\frac{1}{v}\left(\frac{m}{1-m}\right)^3 = k,$$

k étant une constante caractéristique pour chaque corps.

Voici la signification de ces lettres et de celles qui seront employées dans le cours de ce travail : je désigne par c la conductibilité spécifique d'un corps, par μ sa conductibilité moléculaire, c'est-à-dire le quotient de sa conductibilité spécifique par le nombre de molécules contenues dans un litre; si v est le volume

([1]) Jamin et Bouty, *Cours de Physique*, 4e édition, t. IV, p. 201.

de liqueur dans lequel est dissoute une molécule, on a

$$\mu = ev.$$

L'expérience prouve que la conductibilité moléculaire de tous les électrolytes augmente avec la dilution et tend vers une limite μ_∞; m désigne le rapport $\frac{\mu}{\mu_\infty}$ qui tend vers l'unité quand la dilution augmente indéfiniment.

Un second groupe comprend les acides faibles (presque tous les acides organiques) et les bases faibles (ammoniaques et ammoniaques composées par exemple). En solutions concentrées, ils conduisent fort mal, mais, en solutions très diluées, ils finissent par conduire presque aussi bien que les électrolytes du premier groupe. Leur conductibilité moléculaire varie rapidement avec la dilution; la loi de variation est exprimée par la formule

$$\frac{1}{v}\frac{m^2}{1-m} = k.$$

Soit maintenant à calculer la conductibilité x d'un mélange de deux électrolytes de même concentration moléculaire.

Si les deux électrolytes appartiennent au premier groupe, leur conductibilité se calcule par une simple règle de proportionnalité. Soit une première solution de v litres contenant en tout n_1 molécules d'un corps A; soit c_1 sa conductibilité spécifique, μ_1 sa conductibilité moléculaire; soient v_2, n_2, c_2, μ_2 les quantités correspondantes relatives à un second corps B

$$(1) \qquad x = \frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + v_2} = \frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2}{v_1 + v_2}.$$

Il résulte de là ([1]) que, si l'on fait une série de mélanges en proportions variables de ces deux corps, et si l'on a recours à la représentation graphique indiquée plus haut, le phénomène est représenté par une ligne droite.

Si, au contraire, l'un ou l'autre des deux électrolytes appartient au second groupe, on a recours à un calcul plus compliqué fondé

([1]) Cette formule a été donnée par M. Bouty (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. XIV, p. 61 et *Journal de Physique*).

sur les considérations suivantes, développées par MM. Bouty et Arrhenius.

La conductibilité moléculaire de tout électrolyte tendant vers une limite $\mu\infty$, on admet qu'une solution à un titre donné de cet électrolyte contient un nombre de molécules électrolytiques représenté par le rapport de sa conductibilité actuelle à cette conductibilité limite, c'est-à-dire par *m*. Or la formule (1) n'est applicable que si les deux solutions contiennent le même nombre de molécules électrolytiques par litre. Dès lors, ces solutions A et B étant données, on suppose que l'on enlève une partie de l'eau dans laquelle est dissous le corps A pour l'ajouter à celle dans laquelle est dissous le corps B jusqu'à ce que les deux solutions contiennent le même nombre de molécules électrolytiques par litre. Par suite de cette opération, le corps B se trouve plus dilué; il occupe un volume $v'_2 > v_2$; sa conductibilité moléculaire a augmenté : $\mu'_2 > \mu_2$.

Le corps A est plus concentré, il occupe un volume, $v'_1 < v_1$; sa conductibilité moléculaire a diminué $\mu'_1 < \mu$. La conductibilité du mélange est

$$(2) \qquad x_1 = \frac{n_1\mu'_1 + n_2\mu'_2}{v'_1 + v'_2},$$

la somme $v'_1 + v'_2$ étant égale à $v_1 + v_2$.

Si l'on fait une série de mélanges en proportions variables d'un électrolyte du premier groupe avec un électrolyte du second et si l'on a recours à la représentation graphique indiquée plus haut, le phénomène n'est plus représenté par une droite, mais par une courbe plus ou moins compliquée.

Les formules (1) et (2) ne sont d'ailleurs pas distinctes : la formule (1) n'est qu'un cas particulier de la formule (2), remarquable par sa simplicité et son importance pratique.

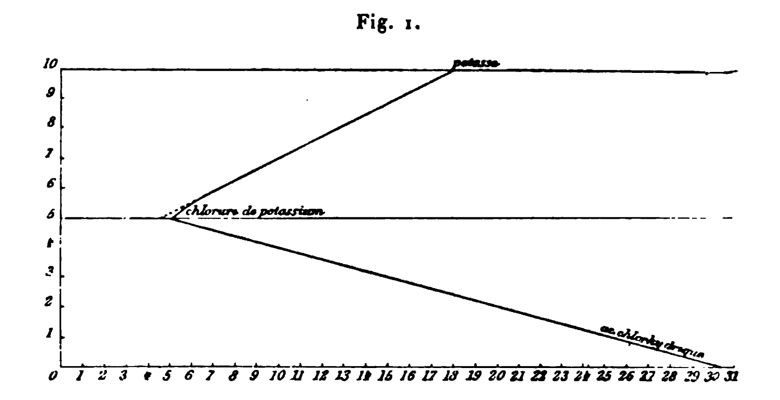
Dans tous les cas, on voit que l'on peut calculer la conductibilité du mélange de deux électrolytes en supposant qu'il n'y a pas d'action chimique; toute différence entre ce nombre et la conductibilité réelle est l'indice d'une réaction.

Ceci posé, considérons la neutralisation *d'un acide fort par une base forte* (c'est-à-dire de deux électrolytes du premier groupe), de l'acide chlorhydrique par la potasse tous deux à $\frac{1}{100}$

d'équivalent par litre, par exemple. Prenons d'abord l'acide seul, et augmentons progressivement la quantité d'alcali. La liqueur se trouve d'abord acide; pour le mélange à proportions égales, elle est neutre et renferme du chlorure de potassium à $\frac{1}{200}$ d'équivalent par litre; ensuite elle devient alcaline.

La courbe de neutralisation (*fig.* 1) se compose de deux lignes

Fig. 1.



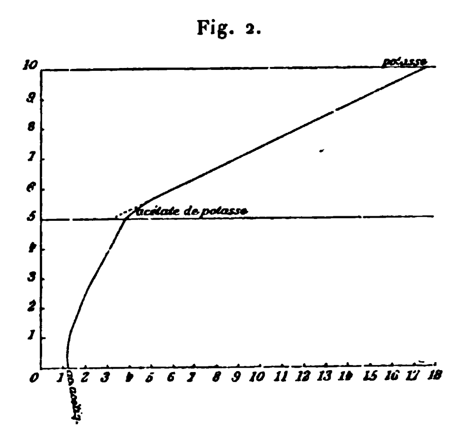
droites faisant entre elles un angle aigu : la première, au-dessous de $y = 0,5$, se rapporte aux liqueurs acides; elle est déterminée par les conductibilités de l'acide chlorhydrique et du chlorure de potassium; la seconde, au-dessus de $y = 0,5$, se rapporte aux liqueurs alcalines; elle est déterminée par les conductibilités du chlorure de potassium et de la potasse. Toutes les liqueurs acides peuvent être envisagées comme des mélanges d'acide et de sel neutre; toutes les liqueurs alcalines comme des mélanges de sel neutre et de potasse.

Considérons maintenant la *neutralisation d'un acide faible* (électrolyte du second groupe) *par une base forte* (électrolyte du premier groupe). Soient (*fig.* 2), par exemple, deux solutions, l'une d'acide acétique à $\frac{1}{100}$ d'équivalent par litre, l'autre de potasse au même titre. Au-dessous de $y = 0,5$ les liqueurs sont acides et peuvent être envisagées comme des mélanges d'acide acétique et de sel neutre : l'acide acétique étant un électrolyte du second groupe, le phénomène n'est plus représenté par une droite, mais par une courbe tournant sa convexité vers Oy. Au-dessus de $y = 0,5$ les liqueurs sont alcalines et peuvent être regardées

comme des mélanges de sel neutre et de potasse, c'est-à-dire de deux électrolytes du premier groupe : le phénomène est représenté par une droite.

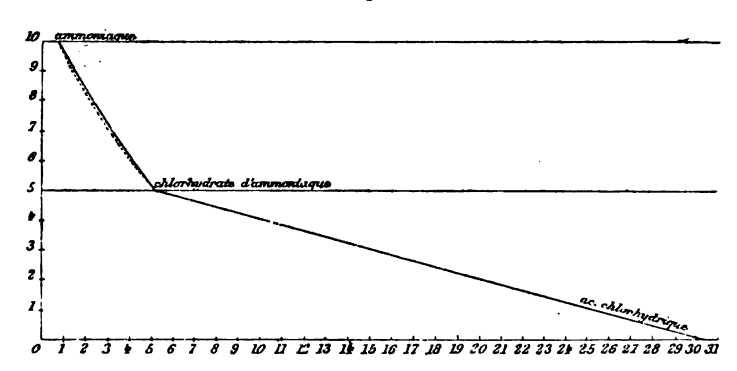
Examinons, en troisième lieu, la *neutralisation d'une base*

Fig. 2.



faible (ammoniaque par exemple) *par un acide fort* (acide chlorhydrique). Le cas est tout à fait analogue au précédent : seulement les rôles des deux électrolytes sont intervertis. La *fig.* 3 montre la chose d'une façon suffisamment claire.

Fig. 3.

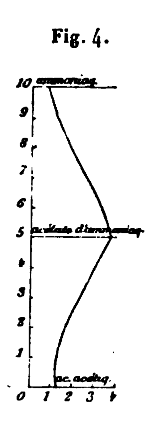


Enfin, la *neutralisation d'un acide faible* (acide acétique) *par une base faible* est représentée par la *fig.* 4.

Dans les exemples précédents, il y a changement brusque dans

l'allure de la courbe pour $y = 0,5$, c'est-à-dire au moment de la neutralisation. La combinaison de l'acide et de la base pour donner le sel neutre peut être regardée comme une combinaison à peu près intégrale et complète.

Fig. 4.



Il n'en est plus de même dans la neutralisation de l'ammoniaque (base faible, médiocrement conductrice) par le phénol, corps non conducteur, dont la fonction alcoolique est analogue à la fonction acide, mais encore plus faible. La courbe de neutralisation n'offre plus pour $y = 0,5$ de point anguleux; ses deux portions se raccordent exactement, et elle présente dans son ensemble une concavité tournée vers Oy. Dans ce cas, en effet, l'union du phénol et de l'alcali à équivalents égaux ne donne qu'une combinaison en très grande partie dissociée par l'eau, et qui tend à se compléter peu à peu par l'addition d'excès croissants, soit de phénol, soit d'ammoniaque.

La neutralisation de l'acide acétique (acide faible, médiocrement conducteur) par l'aniline (base très faible, non conductrice) offre un cas tout à fait analogue avec interversion des rôles des électrolytes.

Les exemples précédents sont relatifs à la neutralisation des acides monobasiques. Si *l'acide est bibasique* (acide sulfurique, oxalique, etc.), outre le sel neutre qui répond au mélange de l'acide et de l'alcali à équivalents égaux, il se forme un sel acide qui répond au mélange de deux équivalents d'acide pour un de base.

La courbe se compose de trois portions à peu près rectilignes déterminées par l'acide oxalique, l'oxalate acide, l'oxalate neutre et la potasse. On doit remarquer que les deux portions de la courbe situées au-dessous de $y = 0,5$ ne sont pas rigoureusement des droites : en effet, l'oxalate acide est partiellement dissocié en solution aqueuse et l'addition d'un excès d'alcali ou d'acide détertermine la recomposition partielle de ce corps.

Si l'acide bibasique était un acide faible (acide succinique par exemple) les droites comprises entre $y = 0,500$ et $y = 0,333$ d'une part; $y = 0,333$ et $y = 0$, d'autre part, seraient remplacées par deux portions de courbe se raccordant plus ou moins et tournant leur convexité vers Oy.

Les *acides isomères* présentent des particularités intéressantes; on constate, en effet, que, tandis que leurs conductibilités diffèrent, celles des sels neutres isomères sont les mêmes. Il en résulte que les courbes relatives à deux acides isomères, tels que les acides maléique et fumarique, diffèrent entre $y = 0$ et $y = 0,5$, c'est-à-dire jusqu'au point correspondant à la neutralisation et se confondent ensuite.

Les courbes relatives aux *acides à fonction complexe* offrent également des caractères spéciaux. Considérons, par exemple, les courbes des trois acides oxybenzoïques (acides-phénols). Les conductibilités des trois acides étant différentes, les trois courbes pour $y = 0$ partent de trois points différents; mais se rapprochent de plus en plus jusqu'à se confondre presque pour $y = 0,5$, ordonnée correspondant aux sels neutres; mais, au lieu de rester confondues à partir de ce point, comme il arrive pour les acides isomères à fonction simple, elles se séparent de nouveau; la courbe de l'acide salicylique se dirigeant presque en ligne droite vers le point correspondant à la potasse, tandis que les deux courbes relatives aux acides méta et para s'en écartent d'abord pour prendre cette nouvelle allure à partir de $y = 0,666$. On en conclut que la fonction phénol ne joue qu'un rôle très effacé dans l'acide salicylique; tandis qu'elle subsiste dans les acides méta et para à côté de la fonction acide et détermine la formation de sels polybasiques.

Les quelques exemples précédents suffisent à prouver que la représentation graphique donne du premier coup d'œil l'idée gé-

nérale et qualitative du phénomène. Pour aller plus loin, il faut rapprocher des nombres observés les nombres calculés : la concordance ou la divergence de ces nombres permet seule une évaluation quantitative.

Je ne pousserai pas plus loin cet exposé, dont le détail est de nature à intéresser plutôt les chimistes que les physiciens et dont j'ai donné ailleurs les conclusions (¹) : il me suffit d'avoir montré ici quelles ressources peuvent présenter les mesures de conductibilités électriques pour l'étude d'un grand nombre de problèmes de Mécanique chimique.

APPAREILS D'ÉLECTRICITÉ STATIQUE;

PAR M. BOUDRÉAUX.

Les appareils d'électricité statique que je vais décrire peuvent fonctionner par les temps les plus humides, sans qu'il soit nécessaire d'user de la chaleur ou de l'acide sulfurique pour rendre les supports suffisamment isolants. Ce sont les suivants :

Électroscope à feuilles d'or, à isolateur en paraffine et à cage de verre conductrice. — La tige métallique qui supporte les feuilles d'or est isolée par un épais et large bouchon de paraffine qui ferme le col d'un flacon dont le verre est bon conducteur de l'électricité à la température ordinaire. On s'en assure facilement en provoquant un écart des lames d'or assez grand pour qu'elles aillent toucher les parois : on les voit aussitôt retomber dans la verticale.

Pour maintenir l'appareil en bon état, la paraffine doit être mise à l'abri des poussières de l'air. A cet effet, l'appareil est muni d'un couvercle métallique qui sert à le protéger, une fois les expériences terminées.

L'isolement est si parfait que, après douze heures, l'appareil conserve encore des traces de la charge qu'on lui a donnée. Muni de son couvercle, il constitue une enveloppe conductrice complète-

---

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XXIII, p. 5; mai 1891.

ment fermée et il peut, dans ces conditions, présenter encore des traces de sa charge après plusieurs mois. Ces expériences réussissent fort bien, même quand les feuilles d'or sont dans une atmosphère de vapeur d'eau.

La vapeur d'eau est donc aussi bon isolateur que l'air sec.

Cet électroscope peut rendre les plus grands services dans un cours élémentaire.

Il est, par exemple, facile de faire voir que les métaux peuvent s'électriser par le frottement. Cette expérience réussit sans difficulté quand le métal est supporté par une tige de paraffine tenue à la main, mais alors il faut le frapper d'un coup *rapide*, avec une excellente peau de chat. L'appareil approché du bouton de l'électroscope imprime aux feuilles une grande divergence.

Tabourets à pieds de paraffine. — Ce sont des tabourets électriques ordinaires dont les pieds de verre sont remplacés par des pieds de paraffine. Là encore, la paraffine doit être mise à l'abri des poussières : chaque pied a son couvercle métallique.

Ces tabourets peuvent servir à montrer, au moyen de l'électroscope, que le corps humain est bon conducteur de l'électricité et que, frappé par une peau de chat, il se charge négativement comme un métal. Ils peuvent servir aussi à répéter l'expérience de conductibilité que Gray faisait avec un long fil métallique. On peut, en effet, faire une expérience analogue avec une chaîne humaine formée de plus de trente personnes montées chacune sur un tabouret isolé par la paraffine. Un seul coup vigoureux de peau de chat, donné sur la main de la personne qui forme une des extrémités de la chaîne, suffit pour charger l'électroscope dont le bouton est touché par la personne qui occupe l'autre extrémité.

On peut encore faire une expérience analogue à celle de Wilcke et montrer l'équivalence des électricités contraires d'une manière parfaite. Il suffit pour cela de faire monter deux personnes de même taille ou de tailles différentes sur des tabourets électriques. Chacune d'elles touche le bouton d'un électroscope à feuilles d'or. L'une frappe l'autre, d'un coup *rapide*, avec une *bonne* peau de chat; on voit les deux électroscopes diverger. Il est facile de s'assurer qu'ils sont chargés d'électricités contraires. Si maintenant

les deux personnes viennent à se toucher par la main restée libre de tout mouvement, on voit les feuilles d'or des deux électroscopes retomber dans la verticale.

Électrophore à gâteau et à manche de paraffine. — Le plateau est pourvu d'un manche en paraffine protégé contre les poussières atmosphériques par un tube métallique que l'on enlève au moment ou l'on veut se servir de l'appareil. Le gâteau est formé d'un mélange de paraffine, de gomme laque et de colophane. Pour cette raison, il ne se fendille jamais. La matière est coulée dans un moule métallique jusqu'à cinq millimètres des bords environ. De la sorte, les personnes sensibles aux étincelles électriques n'ont qu'à glisser le plateau sur le gâteau, préalablement battu avec la peau de chat, jusqu'au contact de son bord métallique : la communication avec le sol est ainsi établie. On ramène ensuite le plateau au milieu du gâteau, puis on l'enlève par *l'extrémité* du manche isolant. Cet appareil fonctionne par tous les temps et donne toujours assez d'électricité pour les expériences de cours; il peut même, par les temps les plus défavorables, conserver sa charge pendant longtemps quand on a soin de laisser reposer le plateau sur le gâteau.

Quand on n'a besoin que d'une très faible charge, on n'utilise que celle qu'on obtient par influence du gâteau sur le plateau suffisamment *éloigné*. On peut ainsi charger par contact un électroscope à un aussi faible potentiel que l'on veut.

On peut se servir du gâteau pour obtenir une charge constante d'électricité : il suffira de poser un plan d'épreuve à manche de paraffine sur un point de la surface du gâteau facile à reconnaître, de toucher avec le doigt le disque métallique, de retirer le doigt, puis d'enlever le plan d'épreuve. On peut constater à l'électroscope que cette charge est sensiblement constante. On pourra s'en servir pour faire passer à la surface d'un cylindre métallique creux isolé un certain nombre de ces charges égales. Chacune d'elles, même, peut être prise momentanément pour *unité,* ce qui est fort avantageux pour faire comprendre ce qu'on doit entendre par capacité électrique, pour étudier la condensation électrique, faire une détermination suffisamment approchée de la force condensante devant les élèves et, enfin, réaliser dans un cours la détermination suivante :

Appareil pour donner, dans un cours élémentaire, une idée de la mesure des capacités électriques. — Cet appareil comprend deux sphères dont les diamètres sont dans le rapport de 1 à 2, un cylindre de Faraday isolé, un électroscope à feuilles d'or, une lampe à gaz ou à pétrole pour projeter, au moyen d'une lentille, l'image des feuilles d'or sur un écran. Le cylindre est relié à l'électroscope par un fil fin et long de 2^m environ, qui touche vers le milieu de sa longueur la petite sphère.

Supposons qu'on charge intérieurement le cylindre de dix *unités* pour obtenir sur l'écran une déviation conventionnelle des feuilles d'or, égale à 9 par exemple; enlevons la sphère, déchargeons-la, puis remettons-la en place. Il faudra peut-être ajouter trois nouvelles unités dans le cylindre pour retrouver la déviation 9. On peut donc dire que la capacité de la petite sphère est 3.

On trouverait de même que celle de la grande est 6.

Par un procédé analogue on pourra déterminer la capacité du cylindre lui-même, celle du fil (de $0^{mm},2$ de diamètre par exemple), celle de l'électroscope et celle du corps humain. On verra alors que, contrairement à ce que l'on serait porté à supposer, la capacité du fil et celle de l'électroscope sont loin d'être négligeables devant celle des sphères et cylindres ordinairement en usage dans les cabinets de Physique.

Appareil pour l'étude de l'influence électrique. — Cet appareil consiste en un cylindre métallique vertical soutenu par un support horizontal en paraffine et le long duquel se trouvent huit petits pendules d'une grande légèreté, formés par du papier très mince et métallisé.

Pour éviter la flexion de la paraffine sous l'action du poids du cylindre, ce dernier est, de plus, soutenu par une tige d'ébonite *complètement englobée* dans la paraffine.

Soustraite ainsi à l'action de l'air, l'ébonite ne s'altère pas et reste mauvaise conductrice.

Quand l'appareil n'est pas en expérience, la paraffine doit être rentrée dans son tube protecteur.

On s'assure que l'appareil est en bon état, en chargeant le cylindre par contact avec le plateau de l'électrophore; les pendules

doivent garder pendant plus d'un quart d'heure une divergence constante voisine de 90°.

Si l'on prend, comme source électrique, le gâteau de l'électrophore, on peut, en l'approchant graduellement de l'extrémité inférieure du cylindre, déterminer des phénomènes d'influence de plus en plus marqués.

Si l'on prend comme source un gâteau de paraffine pure, ce dernier peut être approché de l'extrémité inférieure du cylindre sans qu'il cède rien par contact au conducteur, s'il vient à le toucher. Mais ce résultat n'est acquis qu'à une condition, c'est que la surface de la paraffine ait été mise soigneusement à l'abri de la poussière.

Condensateur d'Œpinus. — Imaginons que, dans l'appareil pour l'influence décrit précédemment, le cylindre soit remplacé par un plateau métallique vertical. Concevons maintenant l'ensemble de deux appareils identiques à celui que l'on vient d'obtenir ainsi, on aura un condensateur d'Œpinus.

Placés en face l'un de l'autre, en vue d'une expérience, les deux plateaux pourront être rapprochés ou éloignés, au gré de l'opérateur. Il suffira de faire glisser dans les tubes protecteurs horizontaux les manches de paraffine qui isolent les plateaux.

Rien n'est plus simple que de faire dans un cours une détermination de force condensante.

Joignons en effet par un fil métallique fin le plateau collecteur à un électroscope et à un cylindre de Faraday isolé, pendant que le plateau condensateur est en communication avec le sol; il sera facile, en suivant les indications données précédemment, de déterminer le nombre d'*unités* de charge, sept par exemple, qu'il faudra pour donner aux feuilles d'or la déviation conventionnelle 9, le plateau condensateur étant éloigné. La capacité de l'appareil, constitué par le cylindre, le plateau collecteur et l'électroscope, est donc 7. On rapprochera ensuite le plateau condensateur, jusqu'à ce que les plateaux soient à une distance de quelques millimètres seulement. On verra les feuilles d'or se rapprocher notablement. Pour les ramener à la déviation 9, il faudra ajouter quatorze autres unités de charge, par exemple, dans le cylindre. La nouvelle capacité est donc 14 + 7 ou 21 : c'est-à-dire qu'elle est égale à trois

fois l'ancienne. Si l'on éloigne maintenant le plateau condensateur, les feuilles d'or s'écartent d'un angle considérable, le potentiel devenant trois fois plus grand sur l'appareil formé par le cylindre, le plateau collecteur et l'électroscope.

Électromètre condensateur. — Cet appareil est à larges plateaux. Son plateau inférieur est isolé par un cylindre de paraffine, qu'une enveloppe métallique peut mettre à l'abri des poussières. Avant de se servir de l'appareil, il est important de ne pas oublier de dégager la paraffine en descendant son cylindre protecteur.

Avec cet appareil on met très nettement en évidence la différence de potentiel que présentent les pôles d'un élément cuivre-zinc-eau ordinaire. En touchant, en effet, les deux plateaux avec les extrémités des rhéophores de l'élément en question, enlevant simultanément les fils, puis soulevant le plateau supérieur, on observera que les feuilles d'or divergent d'un angle de 20° environ.

Il est bon que les fils soient recouverts d'une matière isolante comme la gutta-percha, par laquelle on les saisit.

Cette notable divergence tient à la surface des plateaux et aux soins qui ont été apportés dans leur dressage et leur vernissage. Aussi peut-on, avec cet appareil, mettre en évidence une différence de potentiel d'un quart de volt.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

Tome XIX; 1890.

H. LESCŒUR. — Recherches sur la dissociation des hydrates salins et des composés analogues, p. 35-67 (2e Mémoire).

L'auteur applique la méthode décrite dans son premier Mémoire ([1]) à l'étude de la dissociation des hydrates formés par les acides iodique, borique, arsénique, oxalique ainsi que par les oxydes de baryum et de strontium.

Les composés examinés se partagent en deux groupes :

([1]) *Annales de Chimie et de Physique,* 6e série, t. XVI, p. 378; 1889. — *Journal de Physique,* 2e série, t. IX, p. 391.

I. Ceux qui possèdent, à la température ordinaire, une tension de dissociation voisine de la tension maximum de la vapeur d'eau. Ils sont, par suite, efflorescents. Ils cessent d'exister lorsque la température s'élève. Ce sont :

L'hydrate borique.............	$Bo^2(3+x)H^2O$
L'hydrate oxalique............	$C^2H^2O^4(2+x)H^2O$
L'hydrate de baryte...........	$BaO(9+x)H^2O$
L'hydrate de strontiane	$SrO(9+x)H^2O$

II. Ceux qui ont, à la température ordinaire, des tensions relativement faibles. Ils ne s'effleurissent pas. Ils se divisent en deux classes :

1° Les uns possèdent, à 100°, des tensions de dissociation plus ou moins fortes, mais sensibles. Cette classe comprend :

L'hydrate oxalique	$C^2H^2O^4, 2H^2O$
Les hydrates de baryte.............	$BaO, 9H^2O$ et $BaO, 2H^2O$
Les hydrates de strontiane.........	$SrO, 9H^2O$ et $SrO, 2H^2O$
L'acide iodique hydraté............	$I^2O^6, 2H^2O$
L'acide borique ordinaire	$Bo^2O^3, 3H^2O$

2° Les autres ne commencent à s'effleurir qu'à des températures supérieures. Ce sont :

L'hydrate de baryte.......................	BaO, H^2O
L'hydrate de strontiane....................	SrO, H^2O
L'acide borique monohydraté..............	Bo^2O^3, H^2O
L'hydrate arsénique..................	$As^2O^5, \frac{3}{2}H^2O$

E. BICHAT et A. GUNTZ. — Étude sur la production de l'ozone par les décharges électriques, p. 131-144.

MM. Bichat et Güntz ont étudié soigneusement les diverses circonstances qui influent sur la production de l'ozone par les décharges disruptives.

I. On fait passer un courant lent d'oxygène sous pression constante dans un appareil formé d'un fil de platine de $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre tendu suivant l'axe d'un cylindre de même métal. Le fil est réuni à l'un des pôles d'une machine de Holtz et avec un électromètre absolu ; le cylindre est mis en communication

avec la Terre par l'intermédiaire d'un galvanomètre; enfin un *trop-plein* de M. Mascart permet d'obtenir un débit constant.

L'ozone était dosé en le faisant barboter dans une solution titrée formée par un mélange d'arsénite de soude, d'iodure de potassium et d'un excès de bicarbonate de soude. L'ozone est absorbé instantanément; il suffisait alors de titrer l'acide arsénieux restant en dissolution par une solution d'iode équivalente en présence de l'empois d'amidon.

On a obtenu les résultats suivants :

	Effluve			
	positif.		négatif.	
Déviation galvanométrique.	Potentiel (C.G.S.).	Ozone produit.	Potentiel (C.G.S.).	Ozone produit.
20..........	14,6	$0^{mm},2$	12,68	$2^{mm},05$

On voit donc que, pour un même *débit,* l'effluve négatif fournit une quantité d'ozone dix fois plus grande que l'effluve positif.

On obtient un résultat analogue en faisant agir sur l'oxygène l'effluve produit entre une pointe de platine et un disque du même métal. La différence entre les poids d'ozone produits quand la pointe est successivement positive et négative est moins grande que dans le cas du fil, mais elle est encore très nette; elle augmente d'ailleurs avec la distance de la pointe au disque.

Si l'on admet que la production de l'ozone est due à une élévation de température produite par l'effluve, et non au passage dans l'oxygène d'une certaine quantité d'électricité, ce résultat s'explique : l'effluve négatif est en effet plus chaud que l'effluve positif.

Si, dans cet appareil simple, on fait varier le débit ou le potentiel, on constate que le poids d'ozone formé, par une même vitesse de courant d'oxygène, augmente avec le débit et le potentiel; mais il n'y a aucune relation simple entre ces divers éléments. Ce poids d'ozone varie d'abord proportionnellement au carré du potentiel, mais cette loi n'est vraie que pour des potentiels inférieurs à 20 (C.G.S.). La loi de Faraday, en particulier, n'est pas applicable.

II. En employant un appareil plus complexe, celui de M. Berthelot, par exemple, dans lequel deux diélectriques, le verre et l'oxygène, séparent les conducteurs entre lesquels doit se produire la décharge disruptive, on constate qu'il y a, à chaque décharge, illumination de l'appareil pourvu que l'étincelle soit suffisamment longue. Il se produit, dans l'oxygène, entre les deux surfaces vitreuses en regard, une infinité d'étincelles constituant le phénomène connu sous le nom de *pluie de feu*. Elles sont d'autant plus brillantes que la résistance du circuit est plus faible. On constate en même temps que le poids d'ozone produit varie avec cette résistance et qu'il est d'autant plus faible que l'étincelle est moins lumineuse ou moins chaude.

Si, entre les deux armatures d'un tube à ozone de M. Berthelot, reliées à une machine de Holtz, on maintient une différence de potentiel constante, on n'obtient que des traces d'ozone. En même temps, on constate dans l'obscurité qu'il ne se produit que de maigres étincelles, d'une manière fort irrégulière et à de rares intervalles.

En réunissant les armatures du même tube, à un excitateur muni de boules de 1^{cm} de diamètre, on ne commence à apercevoir la pluie de feu que si la distance explosive est supérieure à $1^{mm},75$. C'est la valeur en air de l'intervalle qui sépare les armatures, en admettant le nombre 6 comme pouvoir inducteur spécifique du verre par rapport à l'air. Tant que les étincelles ne sont pas visibles dans l'appareil, il ne se produit pas d'ozone. Donc la production d'ozone n'est pas due à la polarisation du diélectrique oxygène ou à l'état de déformation qui l'accompagne.

Enfin de nombreuses expériences faites avec l'appareil de M. Berthelot ont montré qu'il n'y a aucune relation simple entre le poids d'ozone formé et la différence de potentiel aux armatures.

Ces résultats montrent que la formation de l'ozone est surtout liée à l'élévation plus ou moins considérable de la température de l'oxygène sous l'action des décharges électriques.

L'oxygène se trouve placé dans des conditions analogues à celles que l'on obtient dans le tube chaud-froid de M. H. Sainte-Claire Deville. MM. Troost et Hautefeuille ont montré, en effet, qu'en employant cet ingénieux appareil, on pouvait obtenir de l'ozone sans faire intervenir l'électricité en aucune façon.

III. Les mesures électriques, faites dans le cas de l'appareil simple (pointe et disque), permettaient d'évaluer en valeur absolue l'énergie mise en jeu. Le galvanomètre mesure le débit, l'électromètre donne le potentiel. D'autre part, du poids d'ozone obtenu, on pouvait déduire la chaleur absorbée par sa formation. Des mesures calorimétriques ont montré que, sur 250 petites calories fournies par les décharges, sous un potentiel correspondant à une distance explosive d'environ 9^{mm}, une seule était employée à produire de l'ozone. Le rendement de l'appareil est donc très faible.

Il n'en est pas de même avec l'appareil de M. Berthelot. En mesurant la capacité d'un tube à ozone et en s'arrangeant de manière que les décharges se produisent comme précédemment pour une distance explosive de 9^{mm}, on trouve un rendement considérable. Ainsi, dans un tube de 37^{cc} de capacité, sur 29 petites calories fournies par les décharges, 26 sont employées à produire l'ozone, l'expérience étant faite à — 20°.

L.-F. NILSON et O. PETTERSSON. — Sur le poids moléculaire du chlorure d'aluminium, p. 145-171.

C. FRIEDEL. — Remarques à l'occasion du Mémoire précédent, p. 171-173.

MM. Nilson et Pettersson ont étudié la vapeur du chlorure d'aluminium aux températures élevées à l'aide du procédé Dulong et aux températures basses à l'aide du procédé Dumas.

Ces auteurs tirent de leurs expériences les conclusions suivantes :

1° A partir du point d'ébullition, le chlorure d'aluminium se trouve en continuelle dissociation avec la température croissante et n'atteint l'état gazeux parfait qu'au delà de 800° C., où le poids spécifique de sa vapeur $\sigma = 4,55$ correspond parfaitement à la formule moléculaire $AlCl^3 = 133,15$ ($\sigma = 4,6$) et n'en diffère que très légèrement, même aux températures les plus hautes que l'on puisse produire.

2° Il faut considérer l'aluminium comme un élément actuellement trivalent.

M. Friedel fait observer que ces conclusions sont trop absolues et que, selon toutes probabilités, le chlorure d'aluminium a une

densité de vapeur correspondant à la formule Al^2Cl^6 entre 200° et 400°; il en a une deuxième correspondant à la formule $AlCl^3$ au-dessus de 800°.

M. MASCART. — Sur la mesure du champ magnétique terrestre, p. 289-305.

M. Mascart examine dans tous ses détails la méthode de Gauss généralement en usage pour l'étude du magnétisme terrestre et les corrections qu'elle comporte.

L'auteur a montré, dans un précédent Mémoire (¹), que l'aimantation induite par le champ terrestre sur les barreaux qui servent aux observations apporte, dans la mesure du champ, une incertitude qui affecte le chiffre des millièmes.

Il montre, dans le Mémoire actuel, que la détermination expérimentale du second terme dans la formule de Gauss

$$\tang \delta = \frac{2M}{HR^3}(1 + p + p_1 + \ldots)$$

entraîne également une cause d'erreur qui affecte le chiffre des millièmes. Ces causes d'erreur paraissent échapper à la précision des observations.

Quand on tient compte, en outre, de l'aimantation induite sur le barreau dans la mesure des oscillations, on voit finalement que l'emploi des aimants ne permet pas de connaître sûrement la valeur du champ terrestre avec quatre chiffres exacts.

J. VIOLLE et TH. VAUTHIER. — Sur la propagation du son à l'intérieur d'un tuyau cylindrique, p. 306-345.

Les auteurs, utilisant une conduite souterraine destinée à amener dans la ville de Grenoble les eaux de Rochefort, ont repris l'étude de la propagation du son dans un tuyau cylindrique. Ils ont considéré particulièrement les points omis ou laissés en litige par Regnault.

La portion utilisée de la conduite se composait de deux tuyaux parallèles de $0^m,70$ de diamètre, présentant en ligne droite une

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XVIII, p. 35; 1889.

longueur de $6^{km},375$ environ. Ces deux tuyaux pouvaient être employés isolément, ouverts ou fermés; on pouvait aussi les réunir à leurs extrémités par un coude demi-circulaire de même diamètre intérieur que les tuyaux

MM. Violle et Vauthier ont employé les appareils qui avaient servi autrefois à Regnault; ils n'ont changé que les membranes qu'ils ont prises beaucoup plus minces et plus sensibles. Ils ont aussi employé avantageusement les tambours manométriques de M. Marey. Enfin l'oreille leur a permis diverses constatations.

L'onde sonore a été produite au moyen de pistolets ou d'instruments de musique.

Ces expériences ont permis d'établir les faits suivants :

1° Quelle que soit la nature de l'ébranlement initial, l'onde sonore, par le fait même de sa propagation, tend vers une forme simple, déterminée.

2° Cette forme une fois atteinte, les différentes parties de l'onde se propagent avec une même vitesse uniforme qui doit être regardée comme la vitesse normale de propagation du son.

3° L'ébranlement provoqué par un coup de pistolet présente d'abord une forme complexe, et les diverses parties se transportent avec des vitesses différentes; mais le sommet de l'onde prend promptement la vitesse normale, tandis que le front, parti avec une vitesse trop grande, ralentit progressivement son allure, en tendant vers cette même vitesse normale.

4° L'intensité du son du pistolet n'a aucune action sur la vitesse normale; mais l'excès de vitesse du front croît avec l'intensité.

5° Dans les limites entre lesquelles varie habituellement l'intensité des sons musicaux, elle ne modifie en rien leur vitesse de propagation, laquelle atteint très vite la valeur normale.

6° Les différences de hauteur des sons musicaux sont également sans influence sur leur vitesse de propagation.

7° Dans un tuyau de $0^{m},7$, le coup d'un pistolet chargé à 3^{gr} de poudre s'entend à plus de 13^{km}, le chant d'une flûte de 16^{pi} frappe encore l'oreille à 6^{km}; mais l'un et l'autre disparaissent comme son quand l'ébranlement initial s'est fondu en une onde unique, que les membranes suivent aisément au delà de 50^{km}.

8° La vitesse de propagation du son à l'air libre est plus grande

que dans un tuyau, où l'influence des parois amène un retard en raison inverse du diamètre et dépassant $0^m,46$ pour le son du pistolet transmis dans un tuyau de 1^m de diamètre.

9° La vitesse normale de propagation du son dans l'air libre sec et à 0° est par seconde

$$331^m,10,$$

l'erreur probable étant inférieure à $0^m,10$.

H. LESCOEUR. — Recherches sur la dissociation des hydrates salins et des composés analogues (3e Mémoire), p. 533-556.

Dans ce Mémoire, l'auteur a étudié les hydrates formés par les chlorures de calcium, strontium, baryum, manganèse, nickel, cobalt et par les bromures de sodium et de strontium.

Les combinaisons de ces haloïdes avec l'eau appartient aux types

$$RCl^2, H^2O, \quad RCl^2, 4H^2O, \quad RBr^2, 4H^2O.$$
$$RCl^2, 2H^2O, \quad RCl^2, 6H^2O, \quad RBr^2, 6H^2O.$$

On n'a pas rencontré les hydrates avec trois ou cinq molécules d'eau de cristallisation.

Les chlorures offrent normalement le type RCl^2 avec 1, 2 et 6 H^2O; le type $RCl^2, 4H^2O$ se produit dans des conditions moins générales. Plus la température à laquelle a lieu la cristallisation est basse, plus les hydrates qui prennent naissance sont riches en eau de cristallisation.

Les hydrates des sels haloïdes peuvent être classés à peu près comme il suit par rapport à leur dissociation :

	Tension de dissociation	
	à + 20°.	à + 100°.
	mm	
$NaBr, 4H^2O$	7,65	»
$SrCl^2, 6H^2O$	5,6	»
$NiCl^2, 6H^2O$	4,6	»
$MnCl^2, 4H^2O$	3,8	»
$BaCl^2, 6H^2O$	»	623mm
$SrCl^2, 6H^2O$	»	409
$CaCl^2, 6H^2O$	2,3	»
$BaCl^2, H^2O$	»	271
$SrCl^2, 2H^2O$	1,8	235
$MgCl^2, 6H^2O$	»	74
$CaCl^2, 2H^2O$	»	60
$SrBr^2, 6H^2O$	1,7	»

Tous les hydrates à une molécule d'eau, à l'exception de $BaCl^2,H^2O$ ne se dissocient qu'au-dessus de 100°. Plusieurs perdent de l'acide chlorhydrique en même temps que leur dernière molécule d'eau.

Les haloïdes se dissolvent dans l'eau en donnant une solution saturée de tension maximum variable. Quand cette tension est faible, ils sont déliquescents.

Voici classés, suivant leurs grandeurs décroissantes, les tensions maxima à + 20° des solutions saturées d'un certain nombre de ces composés. C'est leur échelle de déliquescence.

	Tension maximum à + 20°.
	mm
Chlorure de baryum	15,45
» potassium	13,55
» d'ammonium	13,14
Bromure de potassium	13,1
Chlorure de strontium	11,5
Iodure de potassium	11,2
Bromure de sodium	9,75
» strontium	9,1
Chlorure de nickel	8,6
» manganèse	8,0
» magnésium	5,75
» calcium ($CaCl^2$, $6H^2O$)	5,4

Tome XX, 1890.

BERTHELOT et P. PETIT. — Recherches thermiques sur les camphres nitrés isomériques et sur le camphre cyané, p. 5-12.

Pour le *camphre nitré* dit α, deux combustions dans la bombe calorimétrique ont fourni pour 1 molécule : $1370^{cal},5$ à volume constant et $1371^{cal},4$ à pression constante. On a donc pour sa chaleur de formation à partir de ses éléments : $+89^{cal},1$. L'action de l'acide nitrique sur le camphre avec production de ce dérivé α développe $+7^{cal},3$.

Ce nombre est de l'ordre de grandeur de la chaleur de formation des éthers nitriques : soit $+6^{cal},2$ pour l'éther nitrique ordinaire, $+4^{cal},7 + 3$ pour la nitroglycérine. Il fait prévoir l'aptitude explosive dans le composé. En fait, ce composé, projeté en

gouttelettes fines dans le fond d'un tube de verre préalablement chauffé au rouge, détone aussitôt. Le camphre nitré α, broyé avec une solution de soude étendue, se dissout intégralement. La chaleur dégagée a été trouvée égale à $+7^{cal},46$ à 23°. Elle représente la chaleur de neutralisation diminuée de la chaleur de dissolution, chacune de ces chaleurs étant d'ailleurs inconnue.

Le *nitrocamphre phénol* forme un hydrate à une molécule d'eau et la chaleur de combustion moléculaire de ce composé est $1332^{cal},8$ à volume constant, $1334^{cal},3$ à pression constante. La chaleur de formation est égale à $+195^{cal},2$.

La chaleur de dissolution de l'hydrate est $-2^{cal},76$, celle du composé anhydre $-1^{cal},80$. Il en résulte que la chaleur d'hydratation est $+0^{cal},96$, que la chaleur de combustion du composé anhydre est $1333^{cal},8$ à volume constant, $1335^{cal},3$ à pression constante et que sa chaleur de formation est $+135^{cal},2$.

L'action de l'acide nitrique sur le camphre avec formation de ce dérivé développe $+43^{cal},4$, nombre qui se rapproche de la chaleur de formation des dérivés nitrés aromatiques.

Il existe donc entre les deux camphres nitrés isomères la même différence qu'entre un corps nitré et un éther nitrique.

Il en résulte encore que le camphre nitré phénol doit être moins explosif que son isomère. C'est ce que l'expérience vérifie.

Traité par une solution alcaline (soude) étendue, le dégagement de chaleur $+12^{cal},7$ est comparable à la chaleur de formation des benzoates. L'addition d'un excès d'alcali ne donne pas lieu à un nouveau dégagement de chaleur. Le camphre phénol nitré se comporte donc sous ce rapport comme le trinitro-phénol; c'est un acide bien caractérisé.

Le *camphre cyané* a une chaleur de combustion moléculaire de $+1494^{cal},8$ à pression constante et $1496^{cal},3$ à volume constant; sa chaleur de formation est $+58^{cal},5$.

Un excès de soude étendue le dissout entièrement à 23° avec absorption de $-1^{cal},24$. Le phénomène thermique est ici la différence entre la dissolution et la neutralisation; mais on peut en induire que la chaleur de neutralisation doit être faible.

BERTHELOT et P. PETIT. — Sur la chaleur animale et sur les chaleurs de formation et de combustion de l'urée, p. 13-20.

La combustion de l'urée eut lieu facilement dans la bombe calorimétrique; la chaleur de combustion pour 1^{gr} fut $2530^{cal},1$, soit

$CO(AzH^2)^2 + O^3 = CO^2$ gaz $+ Az^2$ gaz $+ 2H^2O$ liquide. $+151^{cal},8$ à v. c.
$CO(AzH^2)^2 + O^3 = CO^2$ gaz $+ Az^2$ gaz $+ 2H^2O$ liquide. $+151^{cal},5$ à p. c.

La formation de l'urée solide en partant du carbone (diamant) et de ses constituants gazeux dégage $+80^{cal},8$. La chaleur de dissolution vers 11° est $-3^{cal},58$; on en déduit que la chaleur de formation de l'urée dissoute dans l'eau est $+77^{cal},2$ et que sa chaleur de combustion est $+160^{cal},9$.

La formation d'urée solide et d'eau liquide en partant de l'anhydride carbonique et de l'ammoniaque dégage $+31^{cal},1$ et la formation de l'urée dissoute en partant de l'acide carbonique dissous et de l'ammoniaque dégage $+4^{cal},3$.

La formation de l'urée en partant du carbonate d'ammoniaque dissous absorbe de $-6^{cal},4$ à $-8^{cal},0$, ce qui explique pourquoi elle n'a pas lieu directement. Au contraire, la transformation de l'urée en carbonate d'ammoniaque dissous dégage $+6^{cal},4$ à $+8^{cal},0$; aussi a-t-elle lieu aisément sous l'influence de ferments spéciaux.

La transformation isomérique du cyanate d'ammoniaque en urée dégage environ $+7^{cal},1$.

L'oxydation complète de l'urée dégage une quantité de chaleur inférieure de $11^{cal},8$ à celle de ses éléments combustibles supposés libres; mais cette oxydation complète n'a lieu que dans des circonstances exceptionnelles.

Il semble que l'azote amidé qui a concouru à constituer les principes immédiats des êtres vivants est brûlé bien plus difficilement que leur carbone et leur hydrogène. Cet azote est susceptible d'être converti en ammoniaque et, lorsqu'il est introduit dans l'organisme par les aliments, il est éliminé avec une perte très faible de son énergie.

BERTHELOT et PETIT. — Sur les différents états des carbones graphites et sur les dérivés chimiques qui leur correspondent, p. 20-45.

Les graphites obtenus par différents procédés ont été convertis en les oxydes graphitiques correspondants d'après la méthode décrite antérieurement ([1]).

I. Graphite de la fonte. — *L'oxyde graphitique* a la composition suivante : C, 62,7; H, 1,3; O, 36,0 qui correspond à la formule empirique $C^7H^2O^3$ ou son multiple $C^{28}H^8O^{12}$ employée comme terme de comparaison. La saturation au moyen de l'eau de baryte indique la monobasicité pour la formule empirique ou la tétrabasicité pour la formule rationnelle.

Ce composé déflagre subitement lorsqu'il est porté à une certaine température. Sa décomposition, effectuée dans un tube scellé, par un échauffement régulier, produit de l'eau, de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone; ces deux derniers dans le rapport de deux volumes du premier gaz pour trois du second.

L'oxyde pyrographitique est noir. — Il a fourni à l'analyse (cendres déduites) : C, 86,55; H, 0,70; O, 12,75. Il peut être représenté par la formule $C^{16}H^6O^5$.

II. Graphite amorphe ou plombagine. — L'oxyde graphitique a la composition suivante : C, 56,2; H, 1,5; O, 42,1; Az, 0,1 qui correspond à la formule $C^{56}H^{22}O^{31}$ ou $C^{22}H^8O^{12}$. La décomposition en vase scellé a fourni de l'eau, de l'acide carbonique, de l'oxyde de carbone, dans des rapports voisins de 3 : 2. L'*acide pyrographitique* contenait : C, 83,85; H, 0,72; O, 15,43 pour 100; il peut être représenté par la formule $C^{44}H^6O^6$.

III. Graphite électrique. — Le carbone converti en graphite dans l'arc électrique fournit un *oxyde graphitique* de composition C, 51,95; H, 1,55; O, 46,35; Az, 0,25 correspondant à la formule $C^{28}H^8O^{19}$ ou $C^{16}H^6O^{11}$.

La différence entre les trois oxydes graphitiques s'explique si

([1]) *Ann. de Chim. et de Physique*, 4ᵉ série, t. XIX, p. 409.

l'on regarde l'hydrogène comme existant à l'état d'eau et le carbone comme existant à la même dose dans tous les cas. On obtient ainsi :

Oxyde de la fonte	$C^{56}O^{16} + 4H^2O$
Oxyde de la plombagine....	$C^{56}O^{20} + 5H^2O$ ou $C^{44}O^{16} + 4H^2O$
Oxyde électrique	$C^{56}O^{28} + 5H^2O$ ou $C^{32}O^{16} + 3H^2O$

Les comparaisons peuvent être faites aisément en admettant qu'une même dose d'oxygène est unie, dans ces trois corps, à des carbones différemment condensés, à savoir C^{56} dans le premier, C^{44} dans le deuxième et C^{32} dans le troisième oxyde, ces condensations croissant suivant une progression régulière.

Les oxydes graphitiques et pyrographitiques furent brûlés dans l'oxygène comprimé à 25^{atm}, au sein de la bombe calorimétrique.

Oxyde graphitique de la fonte. — La chaleur de combustion moléculaire fut $2530^{cal},0$ à volume constant et $2527^{cal},7$ à pression constante.

Chaleur de formation à partir du carbone diamant	$+388^{cal},7$
Chaleur de formation à partir du carbone graphite....	$+412^{cal},7$

La chaleur de combustion moléculaire de l'*oxyde pyrographitique* fut $4479^{cal},4$ à volume constant et $4478^{cal},8$ à pression constante. La chaleur de formation est

Depuis le carbone diamant	$+66^{cal},0$
Depuis le carbone graphite.............	$+89^{cal},0$

Ces chiffres ne donnent pas une idée exacte du phénomène, une portion de l'oxygène du composé ayant été fixée sous forme d'eau, au moment de sa formation, et, par conséquent, répondant à une perte d'énergie qu'on ne peut évaluer exactement. Mais, si l'on déduit la valeur maxima de cette perte, on voit que la chaleur développée pour chaque atome d'oxygène qui entre en combinaison est seulement $+15^{cal},3$, chiffre inférieur à la chaleur de formation de l'oxyde de carbone et, *a fortiori*, à celle de l'acide carbonique. Ce fait explique comment l'oxyde graphitique peut dégager de la chaleur en produisant de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone, par sa transformation pyrogénée, et même pourquoi l'excès d'énergie ainsi développé s'emmagasine en partie

dans l'oxyde pyrographitique de façon à en former un composé endothermique.

La conversion de l'oxyde graphitique en oxyde pyrographitique dégage $+162^{cal},6$. Si l'on prend 0,25 pour la chaleur spécifique moyenne des produits de la réaction, la température de décomposition est environ 600°.

Oxyde graphitique de la plombagine. — Chaleur de combustion moléculaire : $2637^{cal},7$ à volume constant; $2633^{cal},8$ à pression constante.

Chaleur de formation depuis le diamant, $+351^{cal},6$; depuis le graphite, $+365^{cal},6$.

Oxyde pyrographitique de la plombagine. — Chaleur de combustion à volume constant, $4157^{cal},0$; à pression constante, $4156^{cal},1$.

Chaleur de formation depuis le diamant, $+200^{cal},1$; depuis le graphite, $+222^{cal},1$.

Oxyde du graphite électrique. — Chaleur de combustion à volume constant, $2606^{cal},03$; à pression constante, $2602^{cal},0$.

Chaleur de formation depuis le diamant, $+383^{cal}$; depuis le graphite, $+397^{cal}$.

Les chaleurs de formation des oxydes graphitiques sont très différentes et caractérisent les différentes espèces. Ces chaleurs de formation rapportées à un même poids de carbone sont représentées par les nombres respectifs : 13,9, 12,5, 13,7; nombres fort voisins malgré la différence considérable des doses d'oxygène fixées, lesquelles varient comme les nombres 4,5 et 7. Cette similitude dans la chaleur dégagée par des oxydations aussi inégales caractérise plus profondément la spécialité des divers radicaux graphites et celle des oxydes qui en dérivent.

BERTHELOT. — Sur la chaleur animale. Chaleur dégagée par l'action de l'oxygène sur le sang, p. 177-202.

Les expériences furent faites avec du sang de mouton défibriné recueilli dans un flacon qui a été complètement rempli et clos aussitôt. On l'a laissé reposer vingt-quatre heures. Ce sang, rutilant au moment où on l'a recueilli, a pris au bout des vingt-quatre

heures, la teinte brune du sang veineux. Sa densité était 1,057 à 9° et sa chaleur spécifique 0,872.

Le sang fut placé dans un calorimètre et l'on y fit passer pendant quinze minutes un courant d'azote saturé d'humidité. On fait ensuite passer un courant d'oxygène sec en observant la température à des intervalles très rapprochés. Avant de peser le calorimètre, on chasse l'oxygène contenu dans l'espace vide au moyen d'un courant d'azote.

Dans une expérience, 100 volumes de sang ont absorbé $20^{vol},2$ d'oxygène; dans une autre, $18^{vol},5$. La chaleur dégagée pour 32^{gr} d'oxygène était $14^{cal},63$ dans le premier cas, $14^{cal},9$ dans le second; en moyenne $14^{cal},77$. La formation de l'oxyde d'argent développe $+14^{cal},0$; celle du bioxyde de baryum, $24^{cal},2$; celle du bioxyde de plomb, $24^{cal},5$ pour 32^{gr} d'oxygène. On voit donc que la chaleur dégagée dans la formation de l'oxyhémoglobine est du même ordre de grandeur que la chaleur de formation de plusieurs oxydes véritables.

La combinaison de l'oxyde de carbone avec l'hémoglobine développe $+18^{cal},0$ et $19^{cal},4$, en moyenne $+18^{cal},7$ pour 28^{gr}. Ce chiffre est du même ordre que celui observé avec l'oxygène, mais un peu plus grand.

La chaleur développée par l'action de l'oxygène sur le sang est à peu près le $\frac{1}{7}$ de la chaleur d'oxydation du carbone par le même poids d'oxygène; il en résulte que la chaleur animale peut être décomposée en deux parties : une première portion, le $\frac{1}{7}$ environ, se dégagerait dans le poumon même, par la fixation de l'oxygène; tandis que les $\frac{6}{7}$ restants se développeraient au sein de l'économie, par les réactions proprement dites d'*oxydation* et d'*hydratation*.

Le développement de chaleur dans les poumons est presque exactement compensé par l'absorption de chaleur due à la réduction de l'acide carbonique à l'état gazeux et à celle de la vapeur d'eau. Le sang peut être tantôt refroidi, tantôt réchauffé dans le poumon, suivant les conditions de température et d'état hygrométrique du milieu ambiant, et, sans doute aussi, suivant les conditions normales ou pathologiques du milieu intérieur; mais ces échauffements, aussi bien que ces refroidissements, ne sauraient, dans l'état normal, s'écarter beaucoup de $\frac{1}{10}$ de degré.

P. HAUTEFEUILLE et J. MARGOTTET. — Sur la décomposition de la vapeur d'eau; Sur la synthèse simultanée de l'eau et de l'acide chlorhydrique, p. 416-432.

Les auteurs se sont proposé de préciser les circonstances susceptibles de modifier la décomposition de la vapeur d'eau par les corps simples et de faire connaître les données numériques qui permettent d'exprimer la loi du phénomène dans chaque cas particulier.

Des mélanges d'oxygène et d'hydrogène en proportions exigées pour la formation de l'eau et contenant des proportions variables de chlore, ainsi que des mélanges d'hydrogène et de chlore en proportions exigées pour former de l'acide chlorhydrique avec des quantités variables d'oxygène furent soumis à l'action de l'étincelle électrique et le chlore résiduel dosé au moyen d'une solution titrée d'arsénite de soude. Si p représente la totalité de l'hydrogène qui entre en combinaison, p' la quantité qui se combine au chlore, le rapport $\frac{p-p'}{p'}$ est indépendant de la pression initiale et de la nature de l'étincelle. Il est toujours plus petit que l'unité si le volume de chlore est supérieur à la moitié de l'hydrogène contenu dans le mélange et il diminue rapidement à mesure que la proportion de chlore augmente. Lorsque le volume de chlore est double de celui de l'hydrogène, la proportion d'eau déterminée par le passage de l'étincelle cesse d'être appréciable. Ces résultats sont en contradiction avec la loi de Bunsen.

Avec des volumes égaux d'hydrogène et de chlore et des proportions variables d'oxygène, le rapport $\frac{p-p'}{p'}$ est toujours plus petit que l'unité et ne varie que dans des limites très restreintes lorsque l'on fait croître le rapport des volumes de l'oxygène et de l'hydrogène de 0,25 à 3.

Avec des volumes égaux des trois gaz, l'équilibre peut être représenté par la formule suivante

$$5Cl^2 + 5H^2 + 5O^2 = 8HCl + H^2O + Cl^2 + 4O^2.$$

A. CROVA. — Sur l'analyse de la lumière diffusée par le ciel, p. 480-504.

L'auteur a comparé, à l'aide d'un spectrophotomètre, pour

cinq longueurs d'onde différentes, l'intensité de la lumière diffusée par le ciel avec l'intensité de la lumière d'un carcel. Les mesures furent faites à des époques différentes, soit au sommet du mont Ventoux, soit à Montpellier, en se bornant à l'étude de la lumière zénithale. Ces mesures montrent clairement la prépondérance des rayons bleus dans la lumière du ciel. Si l'on représente par 100 l'intensité pour la longueur d'onde $0^{\mu},565$, on trouve, pour l'intensité de la lumière diffusée par le ciel :

	$\lambda = 0^{\mu},600$.	$\lambda = 0^{\mu},530$.
Au mont Ventoux............	57	200
A Montpellier................	65	167
A la lumière directe du Soleil..	74	147

Cette prépondérance des rayons bleus diminue à partir du matin jusqu'à midi, puis augmente de nouveau sans toutefois atteindre, l'après-midi, une valeur aussi grande que dans la matinée. Ces valeurs diffèrent d'ailleurs beaucoup d'une journée à l'autre.

Tome XXI, 1890.

CROVA et HOUDAILLE. — *Observations faites au sommet du mont Ventoux, sur l'intensité calorifique de la radiation solaire*, p. 188-205.

Les observations ont été faites simultanément au sommet du mont Ventoux à 1900^{m} d'altitude, au village de Bedoin dont l'altitude est de 300^{m} et la distance horizontale au sommet du Ventoux de 10^{km} et enfin à Montpellier. Les auteurs se sont servis de l'actinomètre enregistreur de Crova légèrement modifié.

Les courbes obtenues ont montré que :

1° Les oscillations continuelles de la courbe solaire, déjà observées à Montpellier, se produisent aussi au sommet du Ventoux, mais avec une amplitude moindre, et sans synchronisme avec elles.

2° La dépression de midi, observée presque constamment à Montpellier, s'accuse très nettement au Ventoux où elle est au moins aussi prononcée qu'à Montpellier; il est donc évident qu'elle est bien due à la migration verticale diurne de la vapeur d'eau, et non à l'influence du voisinage de la mer.

3° La constante solaire peut atteindre, à l'altitude de 1900^m, une valeur très voisine de 3^{cal}, à laquelle conduisent les travaux de M. Langley sur le mont Whitney. Il y a lieu de croire que, à des altitudes plus grandes, la méthode de l'enregistrement pourrait donner des valeurs un peu supérieures même à 3^{cal}.

4° Le degré de polarisation de la lumière diffusée par le ciel paraît augmenter avec la constante solaire, avec la pureté du ciel et la transparence calorifique de l'atmosphère.

5° La transmissibilité des radiations à travers l'atmosphère varie en sens inverse de l'absorption qu'elle a déjà subie; elle diminue quand la constante solaire augmente, et est moindre à de grandes altitudes qu'au niveau de la mer.

BERTHELOT et ENGEL. — Recherches thermiques sur les états allotropiques de l'arsenic, p. 284-288.

De l'arsenic cristallisé et de l'arsenic amorphe obtenus par la réduction de l'acide arsénieux au moyen de l'acide hypophosphoreux furent dissous dans de l'eau de brome placée dans un calorimètre. Les quantités de chaleur développées à 7° ($A_s = 75^{gr}$) furent :

Arsenic cristallisé......................	$+83^{cal},0$
Arsenic amorphe	$+84^{cal},1$

Ces chiffres ne s'écartent guère du nombre $+83^{cal},7$ observé par Thomsen à 18°.

Les deux variétés d'arsenic dégagent donc des quantités de chaleur presque identiques, en formant une même combinaison. Ces relations sont du même ordre que celles qui existent entre le graphite et le diamant, le soufre cristallisé et le soufre amorphe.

H. LESCŒUR. — Recherches sur la dissociation des hydrates salins et des composés analogues (4e Mémoire), p. 511-565.

L'auteur étudie la dissociation des hydrates des sels suivants : carbonate neutre de soude, nitrate de chaux, sulfates de soude, de chaux, de magnésie, de zinc, de cuivre, phosphate, arséniate et acétate de soude.

Un petit nombre seulement d'hydrates salins ne présentent pas de dissociation notable à 100°. Ce sont :

Le sulfate de chaux...............	$SO^4Ca, \frac{1}{2}H^2O$
Le sulfate de zinc................	SO^4Zn, H^2O
Le sulfate de cuivre..............	SO^4Cu, H^2O
Le phosphate de soude............	$Ph^2O^5, 2Na^2O, H^2O$
L'arséniate de soude..............	$As^2O^5, 2Na^2O, H^2O$

Tous les autres émettent partiellement ou totalement leur vapeur d'eau au-dessous de 100°, et quelques-uns dès la température ordinaire. Ceux dont la tension de dissociation est supérieure à la force élastique moyenne de l'humidité atmosphérique sont dits *efflorescents :*

L'arséniate de soude................	au maximum d'hydratation
Le phosphate de soude.............	au maximum d'hydratation
Le sulfate de soude................	$SO^4Na^2, 10H^2O$
Le carbonate de soude..............	$CO^3Na^2, 10H^2O$
Le sulfate de magnésie.............	$SO^4Mg(7+x)H^2O$

M. Lescœur signale des *hydrates anormaux* ou *accidentels,* caractérisés par la propriété qu'ils possèdent de fournir des solutions saturées qui se trouvent en sursaturation, par rapport aux poussières de l'air et aux hydrates normaux. Ce groupe paraît nombreux. L'auteur a seulement examiné :

Le sulfate de soude de M. Lœwel............	$SO^4Na^2, 7H^2O$
Le nitrate de chaux de M. Gernez...........	$(AzO^3)^2Ca, 3H^2O$
Le nitrate de chaux........................	$(AzO^3)^2Ca, 2H^2O$
L'acétate de soude de M. Gernez............	$C^2H^3O^2Na, 3H^2O$

Tous ces composés et les solutions saturées qu'ils forment offrent une tension de dissociation ou une tension maximum inférieures aux tensions correspondantes des hydrates normaux ou de leurs solutions saturées. René Paillot.

C.-V. BOYS, A.-E. BRISCOE et W. WATSON. — On the measurement of electromagnetic radiation (Sur la mesure de la radiation électromagnétique); *Phil. Mag.*, t. XXXI, p. 44-64; 1891.

Deux méthodes ont été employées pour obtenir expérimentalement le moyen carré de l'intensité des courants ondulatoires

développés dans un résonateur rectiligne par un excitateur voisin. Nous ne dirons rien de la première méthode, qui repose sur des idées théoriques fort contestables et qui n'a donné que des résultats négatifs ou en contradiction avec les conséquences de la théorie lui servant de base.

Dans la seconde méthode, la quantité mesurée est la chaleur développée dans le résonateur par les courants qui y circulent. Les difficultés de la mesure ont été heureusement surmontées à l'aide de l'appareil suivant : un tube de verre fermé de 120^{cm} de long, disposé verticalement, est divisé en deux parties, dans le sens de sa longueur, par une cloison de carton passant par son axe; cette cloison s'arrête à 15^{cm} de l'extrémité inférieure du tube et est percée d'une ouverture circulaire à 12^{cm} de l'extrémité supérieure. Dans cette ouverture se trouve un miroir d'un diamètre légèrement plus petit, fixé à une extrémité d'une petite tige horizontale dont l'autre extrémité porte un contrepoids; un fil de soie vertical soutient la tige. Un excès de température d'un côté de la cloison provoque un courant d'air qui fait dévier le miroir vers le côté froid; ces déviations sont observées par la méthode de Poggendorff. La sensibilité de l'appareil est telle que le rayonnement inégal des corps environnants produit une oscillation continuelle du miroir. Pour éviter cet inconvénient, le tube contenant le miroir est entouré d'un second tube animé d'un mouvement de rotation continu; si une portion de ce *tube de garde* vient à s'échauffer, elle échauffe à son tour uniformément le tube intérieur et cet échauffement n'a plus d'effet sur le miroir.

Le résonateur, formé de deux fils de platine verticaux réunis par leurs parties supérieures, est placé dans le tube central d'un côté de la cloison. A 30^{cm} environ est disposé l'excitateur constitué par deux tiges de cuivre verticales, dans le prolongement l'une de l'autre et communiquant respectivement avec les pôles d'une puissante bobine de Ruhmkorff. Pour faire une mesure on fait fonctionner l'excitateur et l'on note la déviation permanente du miroir, à laquelle correspond une quantité inconnue q de chaleur développée en une seconde dans les fils du résonateur. Ensuite, on arrête l'excitateur et on fait passer dans ces fils un courant d'intensité connue que l'on modifie jusqu'à ce que la déviation du miroir soit la même que précédemment; la loi de Joule permet

alors de calculer q, quantité dont la valeur était, dans une expérience, 0,000685 petites calories.

Le carré moyen de l'intensité du courant est ensuite donné par l'expression $\frac{Jq}{R'}$, où J désigne l'équivalent mécanique de la chaleur et R' la résistance du fil du résonateur pour les courants oscillatoires. Cette résistance est calculée par la formule de Lord Rayleigh

$$R' = \sqrt{\tfrac{1}{2}pl\mu R},$$

où R est la résistance pour les courants continus; p le produit par 2π du nombre d'oscillations en une seconde, l la longueur du fil et μ la perméabilité magnétique du métal dont il est formé. Les auteurs ont trouvé que le carré moyen de l'intensité était de $0^{amp},000049$; il en résulte que l'intensité maximum du courant ondulatoire est à peu près $0^{amp},01$. J. BLONDIN.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXIV; septembre 1891.

DANIEL BERTHELOT. — *Étude sur la neutralisation des acides et des bases par la méthode des conductibilités électriques*, p. 5.

Octobre 1891.

GOUY. — *Sur la propagation anormale des ondes*, p. 145.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXII; août 1891.

W. OSTWALD. — *Action chimique à distance*, p. 145.

G. GORE. — *Relation de la force électromotrice voltaïque à la chaleur latente, au poids spécifique, etc., des électrolytes*, p. 157.

J. PERRY. — *Étude des transformateurs*, p. 168.

J. PARKER. — *De la théorie du magnétisme et de l'absurdité de la polarité diamagnétique*, p. 192.

J. PERRY. — *Méthode de Blakesley pour mesurer le pouvoir des transformateurs*, p. 185.

W.-E. AYRTON et W.-E. SUMPNER. — *Analogies entre les méthodes de mesure de la puissance fondées sur la détermination des intensités et des différences de potentiel alternatives*, p. 204.

W. SUTHERLAND. — *Théorie cinétique des solides, avec une introduction expérimentale*, p. 215.

Septembre 1891.

C. CHREE. — *Quelques applications de la Physique et des Mathématiques à la Géologie* (1re Partie), p. 233.

PARKER. — *La théorie du magnétisme et l'absurdité de la polarité diamagnétique*, p. 253.

RICHARDSON. — *Application de la dilatation du chlore par la chaleur à la mesure de l'intensité des rayons de grande réfrangibilité*, p. 277.

CHATTOCK. — *Sur l'électrisation de pointes d'aiguilles d'acier dans l'air*, p. 285.

RUCKER. — *Sur la relation entre la densité et la composition de l'acide sulfurique étendu*, p. 304.

SIR G. STOKES. — *Note sur la théorie de l'onde solitaire*, p. 314.

Wiedemann's Annalen.

T. XLIII, n° 8; 1891.

TH. DES CONDRES. — *Propriétés thermo-électriques du mercure et des amalgames très dilués*, p. 673.

J. ROSENTHAL. — *Conductibilité électrique des électrolytes solides à diverses températures*, p. 700.

P. BACHMETIEFF. — *Influence de l'aimantation sur les propriétés thermo-électriques du fer et du nickel*, p. 723.

O. KNOBLAUCH. — *Analyse, par les spectres d'absorption, de dissolutions très étendues*, p. 738.

W. BÖHLENDORFF. — *Remarques sur le Mémoire de M. B. Walter :* Preuve du dédoublement des groupes moléculaires dans les dissolutions par les phénomènes de fluorescence et les spectres d'absorption, p. 784.

H. ÉBERT. — *Influence exercée sur les phénomènes d'interférence par l'éclat inégal des raies spectrales*, p. 790.

P. VON BJERKÉN. — *Étude de la double réfraction produite par la traction ou la pression dans le caoutchouc et les gelées*, p. 808.

P. VON BJERKÉN. — *Analogie entre le caoutchouc et les gelées au point de vue de l'élasticité et de la chaleur*, p. 817.

W. VOIGT. — *Appareil simple pour évaluer la dilatation thermique des corps solides et en particulier des cristaux*, p. 831.

R. LAMPRECHT. — *Sur les équations de la force électromagnétique*, p. 835.

K. HARTWIG. — *Conductibilité moléculaire de quelques membres de la série grasse dans l'eau et dans quelques alcools, ainsi que de l'acide oxalique dans l'alcool éthylique*, p. 839.

TABLE DES MATIÈRES.

OCTOBRE 1891.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT, BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE, B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN, DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ, GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ, JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN, J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT, MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON, RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — NOVEMBRE 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18 à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le Journal de Physique théorique et appliquée paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les dix-neuf premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890 se vendent séparément.. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............. 15 fr.
Autres pays.. 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

SUR LA DISTRIBUTION DANS L'ESPACE DE L'ÉNERGIE D'UNE MASSE EN MOUVEMENT;

PAR M. THÉODORE SCHWEDOFF.

1. De toutes les forces de la nature, seule l'attraction universelle est inhérente à la matière et, seule, elle paraît se propager dans l'espace avec une vitesse infinie. Quant aux autres agents de la nature, leur liaison avec la matière est passagère, et l'on observe, en même temps, qu'une certaine durée est toujours nécessaire pour en faire sentir l'action à une distance suffisamment grande. Cette propriété de propagation est bien connue pour le son et la lumière, est admise pour la chaleur rayonnante, est démontrée pour les courants électriques, vient d'être prouvée par les expériences de M. Hertz pour l'induction électromagnétique et doit être soupçonnée pour l'induction électrostatique.

On connaît bien les lois de distribution dans l'espace de l'énergie, quand la masse active reste en repos. Mais que deviennent ces lois lors du mouvement de cette masse? Que deviennent alors les surfaces d'ondes et les surfaces équipotentielles, les rayons et les lignes de force, le potentiel et la force, quand la vitesse de translation du centre actif devient comparable à la vitesse de propagation de l'action dans l'espace?

2. Pour fixer les idées, je m'arrête à une masse électrique e positive ou négative, et je pose en principe que l'action électrostatique d'une masse pareille se propage dans l'espace avec une vitesse finie c. En adoptant le langage figuratif de la Physique moderne, on peut traduire ce principe en ces termes : Si une masse e apparaît à un certain moment dans l'espace, les lignes de force qui en émanent ne surgissent pas instantanément dans toute l'étendue de l'univers, jusqu'à ses extrêmes limites, mais partent de la masse au moment de son apparition, s'allongent graduellement et percent, pour ainsi dire, l'espace avec une vitesse finie, quoique extrêmement grande. Il en est de même des surfaces équipotentielles, lesquelles apparaissent partout où surgissent les lignes de forces.

Du principe que je viens d'énoncer, il résulte qu'une existence très courte d'une masse e à un point donné engendre dans l'espace une couche très mince de surfaces équipotentielles, laquelle couche se propage dans l'espace avec la vitesse c, à l'instar d'une onde.

En effet, l'action de courte durée d'une masse positive peut être ramenée à la coexistence au même point d'une masse $+e$ pendant un temps $t+dt$ et d'une masse $-e$ pendant le temps t. Or la première action a rempli de surfaces équipotentielles positives le volume d'une sphère de rayon $r_1 = c(t+dt)$, et la deuxième, le volume de rayon $r = ct$. Et puisque ces deux actions se neutralisent partout, où elles se superposent, il n'en restera d'efficace que la couche infiniment mince ayant $dr = c\,dt$ pour épaisseur et $r = ct$ pour rayon. Je l'appellerai *couche élémentaire* de surfaces de niveau.

Le potentiel de cette couche est celui des surfaces de niveau qui la constituent. Donc il est

$$V = \frac{e}{r}. \tag{1}$$

La force de cette couche est la force mécanique nécessaire pour maintenir en état d'équilibre une masse unité qui se trouve dans l'épaisseur de la couche. Elle est

$$f = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{e}{r^2}. \tag{1a}$$

Le travail nécessaire à la masse unité pour percer l'épaisseur de la couche est

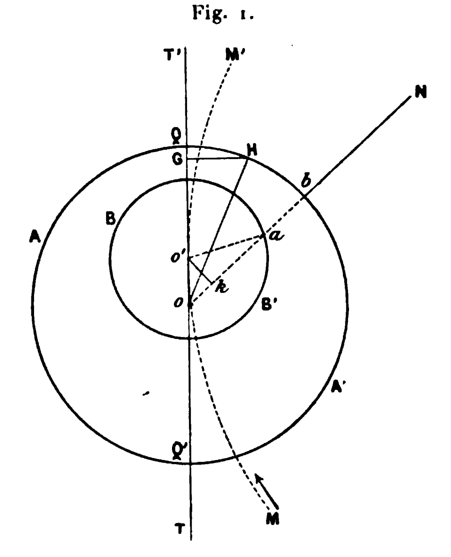
$$-f\,dr = dV. \tag{1b}$$

Si la masse reste en repos un temps indéterminé, tout l'espace devient rempli de couches élémentaires concentriques et de lignes de force rectilignes, supposé que toute la masse est concentrée en un seul point. On retombe dans la méthode usuelle de représenter la distribution dans l'espace de l'énergie électrostatique. Mais la distribution en devient tout autre, si la masse est animée d'une vitesse de translation très grande.

3. Soient (*fig.* 1)

MoM′ la trajectoire de la masse en mouvement;
oo' un élément de cette trajectoire;
t et $t+dt$ les moments de passage de la masse par les points o et o';
v la vitesse de translation de la masse sur cet élément;
c la vitesse de propagation de l'action électrostatique;
AA′ et BA′ deux surfaces sphériques de niveau, dont les centres sont respectivement en o et o';
$ob = \rho$ le rayon de la sphère AA′ à un moment t', postérieur à t;
$o'a = \rho'$ le rayon de la sphère BB′ au même moment t';
$o'k$ une perpendiculaire au rayon ob;
Too'T′ une tangente à la trajectoire;
T′$ob = \varphi$ l'angle formé par la normale oN avec oT′;
$ab = d$N l'élément de cette normale compris entre les deux sphères.

Fig. 1.



Remarquons que les longueurs ok, $o'k$, et oo' sont infiniment petites par rapport à ka et $o'a$. Donc, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur, on peut poser que les longueurs ak et ao' sont égales entre elles et que la droite oN est aussi normale à la sphère BB′. A ces conditions, nous aurons

$$ob = ok + o'a + ab. \tag{2}$$

On a, en outre

$$(2_a)\quad \begin{cases} ob = \rho = c(t'-t), \\ o'a = \rho' = c[t'-(t+dt)], \\ ab = dN, \\ ok = oo'\cos\varphi = v\,dt\cos\varphi. \end{cases}$$

En substituant (2_a) dans (2), on a

$$(3)\qquad dN = (c - v\cos\varphi)\,dt,$$

où dN est l'épaisseur de la couche élémentaire dans la direction oN. Pour le cas de repos, on a $v = o$, et l'épaisseur devient partout uniforme. En la désignant par dN_0, on a

$$dN_0 = c\,dt.$$

Désignons par ε le rapport

$$\frac{dN_0 - dN}{dN_0},$$

que nous appellerons *contraction de la couche par l'effet de mouvement*. Nous aurons

$$(4)\qquad \varepsilon = \frac{v}{c}\cos\varphi.$$

Donc, quand la masse entre en mouvement, les couches de niveau qui l'entourent deviennent contractées du côté où le mouvement est dirigé, et dilatées du côté opposé, et cette déformation est proportionnelle au rapport entre la vitesse de translation et celle de propagation.

4. Appliquons ce résultat au cas d'une oscillation harmonique rectiligne.

Je suppose que la masse électrique oscille entre les positions A et A' (*fig.* 2), et je prends pour l'origine du temps le moment où elle passe par la position d'équilibre O. A un moment t, la masse traverse un élément CC' de sa trajectoire et engendre une couche de surfaces de niveau, laquelle couche arrive à la position BB' à un autre temps t', postérieur à T. Soient

OA $= r_0$ l'amplitude de l'oscillation;
OC $= r$ la déviation au moment t;

T la durée d'une oscillation simple;
c la vitesse de propagation de l'action électrostatique;
$CB = \rho$ le rayon de la couche;
$BB' = dN$ l'épaisseur de la couche;
v la vitesse de translation au moment t;
$\frac{t}{T} = \alpha$ la phase de l'oscillation.

On a

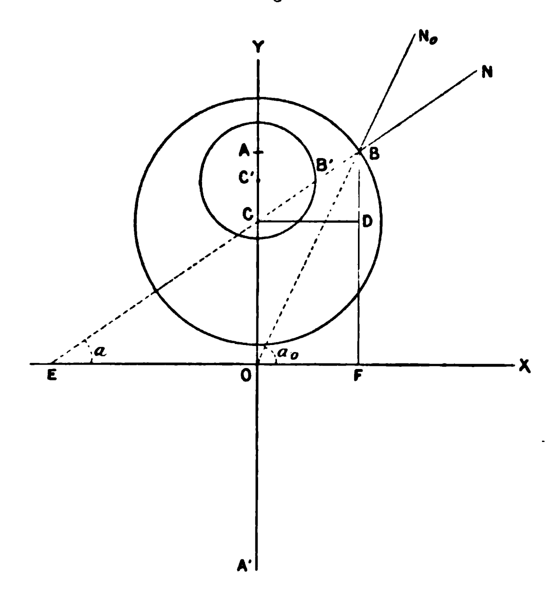
$$r = r_0 \sin \pi \frac{t}{T}, \tag{4a}$$

$$v = \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{r_0 \pi}{T} \cos \pi \frac{t}{T}. \tag{4b}$$

En substituant (4b) dans (4), on a

$$\varepsilon = \frac{r_0 \pi}{Tc} \cos \varphi \cos \pi \alpha, \tag{4c}$$

Fig. 2.



On voit, par cette formule, que la contraction ε est une fonction périodique de la phase α de l'oscillation. Au point O la phase est zéro, ε est au maximum, et c'est de là que part la couche la

plus contractée du côté antérieur et dilatée du côté postérieur. Quand la masse arrive au point A, sa phase est égale à $\frac{1}{2}$; $\cos\pi\alpha$ et, par conséquent, ε deviennent égaux à zéro. La couche de surfaces de niveau, formée à ce moment, n'éprouve aucune déformation d'épaisseur. Enfin, quand la masse rebrousse chemin et revient à sa position initiale O, la phase est égale à l'unité. Le cosinus de l'angle $\pi\alpha$ devient négatif, c'est-à-dire que la couche, partant du point O, devient cette fois contractée là où elle était d'abord dilatée, et *vice versa*.

Ainsi, à mesure que les oscillations se suivent, l'espace se remplit de couches consécutives contractées ou dilatées. Or, cette contraction ou cette dilatation ne sont autre chose qu'une condensation ou une raréfaction des surfaces de niveau, dont chaque couche est formée. Il en résulte cette conséquence :

Si l'on fait osciller rapidement une masse électrique, les surfaces de niveau qui l'entourent forment dans l'espace des zones périodiquement comprimées et dilatées. Ces zones se suivent et se propagent à l'instar des ondes dans un milieu élastique.

C'est pour cette raison qu'on peut considérer une couche de surfaces de niveau comme une *onde électrique*.

Les cercles de la *fig.* 3 représentent la distribution rigoureuse des surfaces de niveau pour le cas de $v = 0{,}9\,c$ et pour le moment où la masse a effectué une oscillation en partant de A et en arrivant à A′. On y observe que la masse a produit, par son déplacement, une condensation des surfaces de niveau en avant et une raréfaction en arrière, comme le ferait un ressort dans un fluide élastique.

5. Passons à la distribution des lignes de force. Nous observons qu'une ligne de force doit être orthogonale à toutes les surfaces de niveau qu'elle coupe. Soit B (*fig.* 2) un point de la surface de niveau, dont le centre est en C. La droite EN passant par les points C et B représente la direction de la ligne de force au point B. Prenons OY et OX pour axes des coordonnées rectangulaires et désignons par y et x les coordonnées BF et OF du point B, et par a l'angle NEO que fait la normale avec l'axe des abscisses. Si la droite CD est perpendiculaire à BF, on aura

$$\tang a = \mathrm{BD} : \mathrm{CD}$$

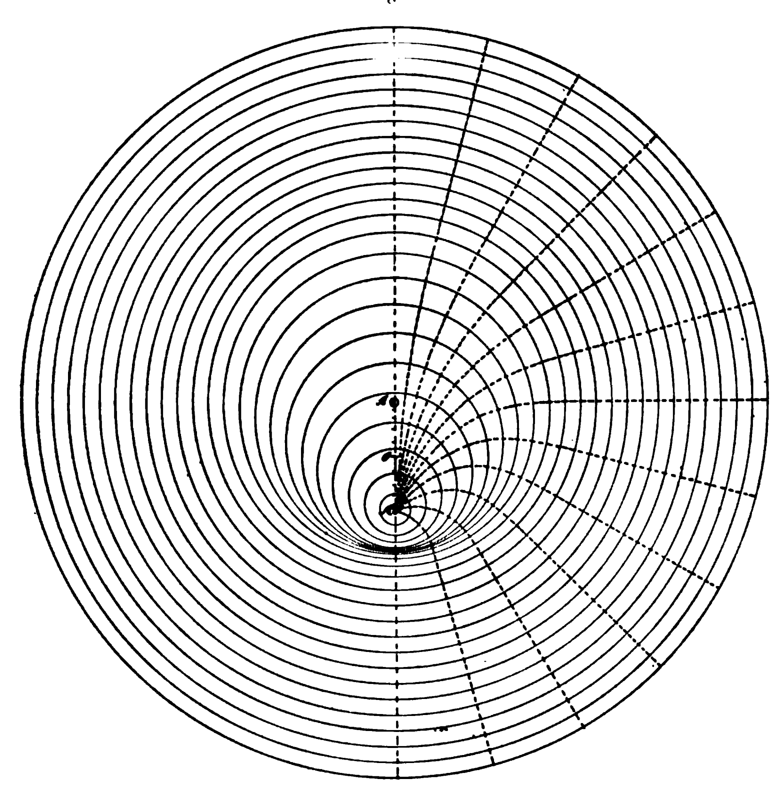
ou bien

$$\tan g\, a = \frac{y - r}{x}.$$

En vertu de l'équation (4_a), on aura

$$(4_d) \qquad \tan g\, a = \frac{y}{x} - \frac{r_0}{x} \sin \pi \alpha.$$

Fig. 3.



Menons la droite ON_0 par les points O et B, et désignons par a_0 l'angle qu'elle forme avec OX.

Il est évident que cette droite représente la direction d'une ligne de force pour le cas où la masse électrique reste en repos au point O. On a, en outre,

$$(4_e) \qquad \tan g\, a_0 = \frac{y}{x}.$$

En substituant (4_e) dans (4_d), on aura définitivement

$$\tan g\, a = \tan g\, a_0 - \frac{r_0}{x} \sin \pi \alpha. \tag{5}$$

La partie droite de cette équation renferme un terme constant pour tous les points de la droite OX_0 et un terme périodique qui dépend de la position du centre C. Ce dernier terme varie entre les limites $+\frac{r_0}{x}$ et $-\frac{r_0}{x}$ quand la phase α varie entre o et ∞. Et, puisque tang$a$ et tanga_0 déterminent respectivement les directions des droites ON et ON_0, dont la première représente la direction de la ligne de force au point B, il en résulte cette conséquence :

Si l'on s'avance, à partir du point O, dans une direction quelconque ON_0, on trouve pour les lignes de forces, partant de la masse en oscillation, des directions qui oscillent de part et d'autre de la droite ON_0, laquelle droite représente la direction d'une ligne de force à l'état de repos de la masse. Les lignes de force deviennent sinueuses, comme le seraient des verges élastiques attachées à une masse ébranlée d'un mouvement d'oscillation.

Les courbes pointillées de la *fig.* 3 représentent les lignes de force au bout d'une oscillation. Si l'on voulait construire une figure pareille pour un certain nombre d'oscillations, on aurait obtenu un faisceau divergent de courbes en général sinueuses.

6. La théorie que je viens d'exposer offre un intérêt particulier par son rapport aux ingénieuses expériences de M. Hertz sur la décharge oscillante des masses électriques.

Supposons que nous ayons un conducteur AA' (*fig.* 4) coupé en deux au point O et traversé longitudinalement par deux masses $+1$ et -1, oscillantes en sens inverse. Il s'agit de déterminer l'effet de ces masses sur l'espace environnant.

Prenons pour l'origine du temps et du phénomène le moment où les deux masses $+1$ et -1 se trouvent respectivement en A et A'. Désignons par τ et τ' les moments où ces deux masses se trouvaient respectivement dans certaines positions q et q', et par t le moment de l'observation du phénomène. L'onde électrique, partie de q au moment τ, forme au moment t une sphère

QB de rayon qB. On a

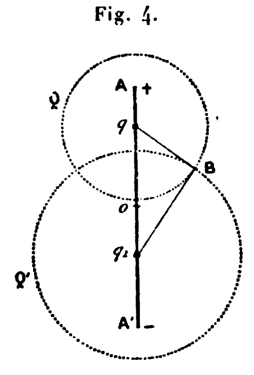
$$(5_a) \qquad qB = \rho = c(t-\tau).$$

Pareillement, on a, pour le rayon de l'onde BQ' partie de q' au moment τ',

$$(5_b) \qquad q'B = \rho' = c(t-\tau').$$

Les conditions géométriques étant symétriques autour de l'axe AA', nous pouvons limiter l'analyse au plan de la figure. Au

Fig. 4.



point B, où les deux sphères se coupent, le potentiel est la somme des potentiels des deux masses $+1$ et -1. En désignant par U cette somme, on a, pour une surface de niveau, la condition

$$(5_c) \qquad \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'} = U = \text{const.}$$

Posons $t = T$. Cela revient à dire que nous arrêtons le phénomène au bout d'une oscillation simple. En substituant dans (5_a), (5_b), (5_c) cette valeur de t, et en posant

$$(5_d) \qquad 1 - \frac{\tau}{T} = \alpha, \qquad 1 - \frac{\tau'}{T} = \alpha', \qquad UcT = U_1,$$

où U_1 est aussi une constante, on aura

$$(5_e) \qquad \rho = cT\alpha, \qquad \rho' = cT\alpha', \qquad \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'} = U_1.$$

De l'autre côté, les déviations des deux masses aux moments τ et τ' sont respectivement

$$(5_f) \qquad Oq = r = r_0 \cos\pi\frac{\tau}{T}, \qquad Oq' = r' = r_0 \cos\pi\frac{\tau'}{T}.$$

En désignant par β la vitesse des masses au point O, on a

$$(5_g) \qquad \beta = \pi\frac{r_0}{T}, \qquad \frac{\beta}{c} = \pi\frac{r_0}{cT}.$$

En substituant dans (5_e) la valeur de cT tirée de (5_g), et dans l'équation (5_f) les valeurs de $\frac{\tau}{T}$, $\frac{\tau'}{T}$, tirées de (5_d), on aura définitivement

$$(6) \qquad \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'} = U_1,$$

$$(7) \qquad \begin{cases} r = -r_0 \cos\pi\alpha, \\ r' = -r_0 \cos\pi\alpha', \end{cases}$$

$$(8) \qquad \begin{cases} \rho = \pi r_0 \frac{c}{\beta}\alpha, \\ \rho' = \pi r_0 \frac{c}{\beta}\alpha'. \end{cases}$$

Remarquons que r positif est dirigé en haut et que c'est le contraire pour r'.

Les équations (6), (7), (8) déterminent la distribution des surfaces de niveau et des lignes de force.

U_1 est une constante arbitraire qui détermine la valeur numérique du potentiel d'une surface de niveau.

α et α' sont, par leur nature, des fractions enfermées dans les limites o et $+1$. L'une d'elles est une variable indépendante, l'autre est déterminée par la relation (6).

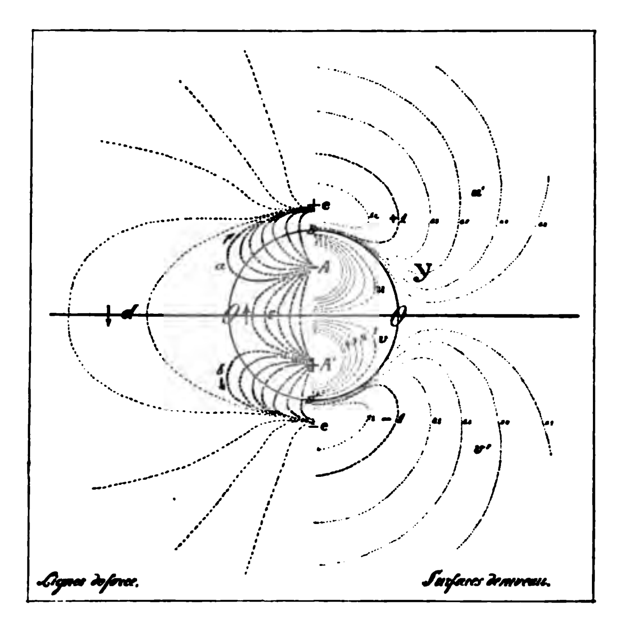
r_0 et $\frac{c}{\beta}$ sont déterminés par les conditions de l'expérience.

Quand on connaît toutes ces quantités, on substitue les valeurs dans (7) et (8) et l'on obtient la position des centres et la longueur des rayons des deux sphères, dont l'intersection B appartient à une surface de niveau. En réunissant par une courbe continue une série de points pareils, trouvés pour la même valeur de U_1 et pour différentes valeurs de α et α', on obtient la section

d'une surface de niveau par le plan de la figure. La surface elle-même est engendrée par la rotation de la courbe autour de l'axe AA'. Les lignes de force sont des courbes orthogonales à une famille de surfaces de niveau.

Les courbes de la *fig.* 5 sont tracées d'après ce procédé. Seulement, pour éviter une confusion dans le dessin, le côté droit est réservé exclusivement aux surfaces de niveau, et le côté gauche aux lignes de forces. La figure a été tracée dans la supposition que les deux masses ont effectué une seule oscillation simple et que le rapport $\frac{\beta}{c}$ est égal à 0,9.

Fig. 5.



En examinant le côté droit de la figure, on y aperçoit d'abord une droite horizontale et un cercle qui se coupent aux points O et O. Ce sont les surfaces à potentiel *zéro*. Ces deux surfaces partagent tout l'espace en quatre régions, dont u' et v sont à potentiel positif, u et v' à potentiel négatif. Les nombres placés à côté des courbes représentent les valeurs respectives de la constante U_1. Les points $+A$ et $-A$ sont les positions des pôles au

bout d'une oscillation simple. A l'origine la disposition de ces pôles était inverse.

Dans la région u' on trouve la courbe $+1$. C'est celle où $U_1 = 1$. En dehors de cette courbe, le potentiel diminue progressivement, et la figure des surfaces de niveau se rapproche de ce qu'elle était à l'état de repos des masses. En dedans de la courbe $+1$, le potentiel augmente faiblement, sans dépasser la valeur 1,4 à la zone désignée par $+e$. Dans sa pleine vigueur, l'effet de l'oscillation ne se fait sentir qu'à l'intérieur de la sphère OO. Il s'y est formé, en haut et en bas, deux groupes de surfaces de niveau de signe contraire. Ces surfaces sont très condensées et le potentiel en augmente rapidement jusqu'aux pôles, où il devient infini.

Conformément à cette distribution de l'énergie potentielle, particulière au phénomène d'oscillation, il se forme autour du conducteur quatre groupes de lignes de force *a*, *b*, *c*, *d* (côté gauche de la figure).

L'intensité de ces groupes est d'autant plus grande que les courbes de potentiel sont plus condensées, et que la valeur de la constante U_1 est plus considérable. Pour cette raison, l'intensité de force du groupe *d* est très petite. Ce sont les forces électrostatiques à l'état de repos. L'intensité est incomparablement plus grande pour les groupes *a*, *c*, *b*, surtout pour celui du milieu, et c'est ce groupe, dont l'action excitatrice prédomine. Remarquons que la force de ce groupe est dirigée de bas en haut, c'est-à-dire qu'elle est inverse par rapport au courant de décharge. Je pourrais exprimer ce fait en disant qu'une décharge électrique *induit* dans l'espace environnant une force électromotrice de signe contraire, si ce terme n'impliquait pas l'idée d'une induction électromagnétique dont, pour le moment, je ne fais aucune mention.

A la suite de cette première oscillation, il y en aura d'autres. Les forces *a*, *c*, *b* de la *fig.* 5 seront remplacées, à la deuxième oscillation, par d'autres, dirigées de bas en haut. Quant aux groupes *a*, *c*, *b* eux-mêmes, ils s'en iront dans l'espace, déplacés par les groupes d'origine plus récente, et en déplaçant, à leur tour, les surfaces du groupe *d*. L'essentiel du phénomène est qu'il y aura toujours dans l'espace trois groupes distincts pareils à *a*, *c*, *b*, et remplacés périodiquement par d'autres groupes de signe contraire. Donc, si l'on expose à l'action de cette espèce d'*ondes*

électriques un conducteur coupé au milieu, il en jaillira autant d'étincelles qu'il y aura d'oscillations dans le conducteur principal.

Encore un détail : la *fig.* 5, dont les courbes ont été tracées pour $t = T$, représente l'état du champ électrique au bout d'une oscillation simple, et ce caractère de distribution de force se conserve pour un nombre quelconque *entier* d'oscillations. Notamment, dans le voisinage de l'axe AA′, la force est approximativement parallèle à l'axe. Dans la proximité de l'équateur OO, la force est perpendiculaire à celui-ci et, par conséquent, toujours parallèle à l'axe. Dans la région entre l'axe et l'équateur, les lignes de force convergent vers les points A et A′. Mais, si l'on construit les courbes pour un nombre impair de demi-oscillations, on s'aperçoit du changement dans leur caractère. Tout en restant à peu près parallèles à l'axe dans les régions équatoriale et axiale, ces courbes convergent non plus vers A et A′, mais bien vers le centre du cercle OO, lequel, à cette phase d'oscillation, renferme les deux pôles réunis. Il en résulte que la direction de force varie, à chaque demi-oscillation, dans la région entre l'équateur et les pôles, et qu'elle reste toujours à peu près parallèle à l'axe partout ailleurs. Donc, si l'on expose un conducteur secondaire à l'action d'une décharge oscillante, on aura toujours une étincelle, quelle que soit la direction de ce conducteur, pourvu que ce conducteur soit placé dans une certaine région entre l'axe et l'équateur. Par contre, on peut arriver à n'obtenir aucune étincelle dans le conducteur secondaire, si celui-ci se trouve près de l'axe ou de l'équateur, et si la direction en est perpendiculaire à celle de la force.

Tels sont, selon cette théorie, les traits généraux des ondes électriques, découvertes par M. Hertz ([1]).

7. Pour compléter les bases de la théorie que j'expose, il ne me reste qu'à déterminer l'intensité de la force d'une couche élémentaire de surfaces de niveau.

([1]) Pour contrôler cette conclusion, on peut comparer l'article de M. Hertz : *Ueber die Einwirkung*, etc. (*Wiedemann's Annalen*, t. XXXIV; 1888). Je trouve utile de faire observer ici que M. Hertz avait essayé de rendre compte du phénomène en partant des idées de Maxwell, sans arriver, paraît-il, à un accord parfait entre la théorie et l'expérience (*ibid.*, t. XXXVI, S. 1; 1889).

Revenons à la *fig.* 1. Nous y voyons deux surfaces de niveau, AA′ et BB′, qui limitent l'épaisseur de la couche. Les rayons en sont respectivement ρ et ρ' et les potentiels $\frac{1}{\rho}$ et $\frac{1}{\rho'}$. Supposons qu'une masse $+1$ pénètre dans l'intérieur de cette couche sous l'action d'une force f et suivant la direction de la normale N. Le travail effectué par cette force sera, selon l'équation (1_b),

$$(8_a) \qquad f\,dN = \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho}.$$

On tire des équations (2_a)

$$(8_b) \qquad \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho} = \frac{dt}{c(t'-t)^2}.$$

En vertu de l'équation (3), on a

$$(8_c) \qquad dN = c\left(1 - \frac{v}{c}\cos\varphi\right)dt.$$

En substituant (8_b) et (8_c) dans (8_a) et en remarquant que $\rho = c(t'-t)$, on aura définitivement

$$(9) \qquad f = \frac{1}{\rho^2}\,\frac{1}{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}.$$

Cette formule nous indique que l'intensité de la force f n'est inversement proportionnelle au carré de la distance que dans le cas de repos parfait d'une masse. Dans tous les autres cas f dépend de la vitesse de translation de la masse active et de la position relative de la masse passive. Cette position est déterminée par l'angle φ aussi bien que par la distance ρ.

Un cas mérite une attention particulière, c'est celui où la vitesse de translation est égale à celle de propagation. On a alors

$$v = c$$

et, par conséquent,

$$f = \frac{1}{\rho^2}\,\frac{1}{1-\cos\varphi},$$

ou bien

$$f = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\left(\rho\sin\frac{\varphi}{2}\right)^2}.$$

Soit OH la bissectrice de l'angle φ et HG perpendiculaire à la tangente TT'. En désignant la longueur HG par a et en remarquant que $OH = \rho$, on a

$$a = \rho \sin \frac{\varphi}{2},$$

par conséquent

$$f = \frac{1}{2} \frac{1}{a^2}. \tag{10}$$

Cette formule nous montre que la force f peut devenir infiniment grande, lorsque la longueur a est infiniment petite, c'est-à-dire quand la masse passive se trouve sur la tangente à la trajectoire. Sans nous arrêter aux infiniment grands, qui n'existent pas dans la nature, on peut interpréter cette conséquence dans les termes suivants :

Quand l'action d'une masse se propage avec la vitesse de translation de la masse même, cette action *peut devenir perceptible dans le voisinage de la tangente*, alors même qu'elle reste partout ailleurs inaccessible à l'observation à cause de sa faiblesse.

Cette petite partie de la couche sphérique qui entoure le point Q et devient perceptible mérite une désignation spéciale. Je l'appellerai *onde élémentaire* et je donnerai le nom de *front* de l'onde élémentaire au point Q, situé sur la tangente à la trajectoire.

Rigoureusement, une onde élémentaire est une très petite partie d'une sphère; approximativement, elle peut être considérée comme un disque, perpendiculaire à la tangente TT', dont le centre se trouve sur la même tangente et dont le rayon est égal à $2a$. L'intensité de la force dans les limites de ce disque varie, selon l'équation (10), en raison inverse du carré du rayon $2a$. La distance de ce disque à la masse en mouvement est déterminée par la condition

$$\rho = c\ t' - t)$$

ou bien

$$\rho = v(t' - t). \tag{11}$$

On voit par là que l'onde élémentaire est une conception strictement géométrique, dont tous les éléments sont indiqués, du moment que l'on connaît les éléments du mouvement de la masse active.

8. Quoique je n'aie parlé, dans ce qui précède, que de l'action électrostatique, les conséquences de la théorie s'appliquent également à toutes les forces et à toutes les actions dont la vitesse de propagation est finie. Il n'y a qu'à changer les termes des définitions, si l'on veut passer à une autre espèce d'action. Ainsi, pour la lumière, les surfaces de niveau doivent être remplacées par les surfaces d'onde, l'épaisseur de la couche de surfaces équipotentielles par la longueur d'onde. Par exemple, on peut appliquer la formule (4) aux ondes lumineuses, et l'on arrive à cette conséquence que la longueur d'onde dépend de la vitesse de translation du point lumineux et de la position relative du point passif, lequel, cette fois, devient le point d'observation. Cela est connu et porte le nom de phénomène *Doppler-Fizeau*.

Mais voici une conclusion qui, paraît-il, n'a pas encore été vérifiée par l'observation. D'après la formule (9), l'intensité d'une source lumineuse, ou bien sonore, doit aussi être modifiée par le mouvement de la source. Elle doit être plus grande pour une source qui se rapproche que pour celle qui s'éloigne de nous.

Pour conclure, je ferai mention d'une application que j'ai faite de cette théorie, il y a onze ans, aux queues des comètes (¹). Il résulte de mes recherches sur ces étranges apparitions célestes qu'une queue de comète nous offre les mêmes apparences qu'auraient eues des ondes élémentaires engendrées par le noyau de comète dans un milieu matériel extrêmement raréfié.

EXPÉRIENCE SUR LES SPECTRES CANNELÉS;

PAR M. BERNARD BRUNHES.

Il est facile d'obtenir des bandes de Fizeau et Foucault en recevant, sur un spectroscope, un faisceau lumineux qui a traversé une lame cristalline à faces parallèles interposée entre deux nicols convenablement orientés. Les bandes sont d'autant plus nettes que la condition de faire traverser la lame par un faisceau de rayons

(¹) *Théorie mathématique des formes cométaires*. Odessa, 1880.

bien parallèles est mieux réalisée ; mais on sait qu'on obtient souvent des spectres cannelés sans prendre aucune précaution spéciale.

L'application que je poursuis de la méthode de Fizeau et Foucault à l'étude de la réflexion cristalline interne (¹) m'a conduit à préciser les conditions de netteté de ces bandes ; l'expérience que je vais décrire permet d'exprimer ces conditions sous une forme simple.

Je forme l'image d'une source de lumière blanche (lumière Drummond) dans un plan où l'on peut placer un diaphragme mobile ou une fente d'orientation variable. Ce plan coïncide avec le plan focal d'une lentille convergente qui sert d'éclaireur : je dispose à la suite un polariseur, la lame cristalline, un analyseur et une lentille donnant de la lame une image réelle dans le plan de la fente du spectroscope. Si la lame était mince et si l'on visait à l'œil nu de manière à voir nettement dans le plan où se trouve la fente collimatrice, on aurait une teinte parfaitement plate ; car à un point du plan de visée correspond un point de la lame, tous les points du plan de visée sont dans le même cas ; et, pour chaque direction d'onde ayant traversé la lame, les deux rayons qui aboutissent en un point considéré ont une différence de marche indépendante du point ; mais, inversement, les couples de rayons qui arrivent en un point n'y arrivent pas avec une différence de marche indépendante de la direction dans laquelle la lame a été traversée, et la teinte plate obtenue est une teinte complexe résultant de la superposition d'une série de teintes qui correspondent à des états interférentiels différents. Supposons que la lame devienne épaisse, et substituons le spectroscope à l'œil : nous avions une teinte complexe, nous aurons un spectre complexe résultant de la superposition d'une série de spectres cannelés dans lesquels la position des bandes n'est pas la même : dans le spectre résultant, les bandes ne seront pas nettes. Pour les rendre nettes, il suffit de choisir, parmi les directions d'ondes traversant la lame, celles qui correspondent à un égal retard entre les deux rayons, et d'arrêter les autres. L'étude de la marche d'un faisceau lumineux traversant l'appareil en sens inverse va nous indiquer le moyen d'y réussir.

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXI, p. 170.

Plaçons une lumière monochromatique contre la fente du collimateur; la lentille éclaireur, située devant la lame cristalline, va servir de collecteur : dans son plan focal vont se dessiner des franges isochromatiques, des hyperboles de Müller, par exemple. Pour bien voir ces franges, il suffit d'arrêter avec un écran la lumière blanche qui vient de l'autre côté. Si nous plaçons dans ce plan focal la fente à orientation variable, nous verrons qu'en général les bandes du spectre ne seront pas nettes : il faudrait, pour les rendre nettes, ne laisser qu'un petit trou et non une fente; *mais, si l'on dirige la fente suivant une des franges de Müller, aussitôt les bandes spectrales acquièrent une netteté et une fixité parfaites.*

Ce qui fait que souvent, sans fente ni diaphragme, on a un assez bon spectre cannelé, c'est qu'on prend une lame uniaxe parallèle à l'axe et normale au faisceau lumineux. Alors, inversement, les franges isochromatiques en lumière convergente que donne l'appareil éclairé en sens inverse sont difficiles à obtenir. En effet, dans le voisinage de la direction normale, le retard entre les deux rayons varie d'une quantité du second ordre par rapport à l'angle d'inclinaison, et, au centre du champ, est une plage d'éclairement uniforme assez étendue : il faut avoir un champ considérable pour obtenir les hyperboles. Mais il n'en est plus de même pour une lame taillée obliquement à l'axe ou dirigée obliquement au faisceau lumineux (1).

Dans les expériences de démonstration, on supprime, en général, la seconde lentille qui permet de faire interférer sur la fente du spectroscope, c'est-à-dire en somme sur la rétine, deux rayons ayant traversé la lame cristalline au même point, et, par suite, d'opérer dans des conditions bien déterminées. Cette suppression a pour effet de diminuer le champ du microscope polarisant ainsi constitué par l'appareil éclairé en sens inverse; donc, *on est dans de mauvaises conditions pour avoir les franges de polarisation chromatique en lumière convergente et, par conséquent, dans*

(1) Dans ce dernier cas, il n'est plus rigoureusement exact de dire que l'image de la lame se fait dans le plan de la fente du spectroscope; mais il suffit de mettre la lame verticale, et la fente du spectroscope coïncide bien avec l'image d'une ligne de la lame.

de bonnes conditions pour avoir, en retournant l'appareil, les bandes du spectre cannelé.

Cette remarque est d'ailleurs absolument générale, elle s'applique également aux spectres cannelés obtenus en polarisation rotatoire. Si, par suite de la faible épaisseur du quartz perpendiculaire ou de la suppression de la dernière lentille, on arrive à n'avoir pas assez de champ pour voir dans le plan focal de l'éclaireur les anneaux en lumière convergente, en plaçant une flamme jaune devant le spectroscope, on aura dans le spectre des bandes nettes. Si, au contraire, on a dans le plan focal des franges monochromatiques visibles, il faudra y placer un diaphragme pour avoir de bonnes bandes spectrales. J'ai fait l'expérience avec une lentille éclaireur de 7^{cm} de foyer, et un canon de quartz de 6^{cm}. Pour une orientation convenable du polariseur, on a dans le plan focal une tache centrale lumineuse limitée par un cercle noir ayant 1^{cm} de diamètre environ; ce cercle est entouré d'anneaux concentriques de plus en plus serrés. Dans le plan focal, j'ai une fente dont je puis changer la largeur et l'orientation, et que je puis limiter dans le sens de sa longueur par deux pattes métalliques. Elle est montée sur un pied qui permet un mouvement dans les deux sens, horizontal et vertical. Je donne à l'ouverture la forme d'un carré de 3^{mm} à 4^{mm} de côté; et je l'amène bien au centre du cercle lumineux : les bandes spectrales sont très nettes. Si je déplace la fente par un mouvement horizontal ou vertical de manière que le trou carré arrive à empiéter sur le cercle noir, ces franges perdent leur netteté et finissent par disparaître complétement. On peut arriver au même résultat en laissant le diaphragme fixe et modifiant l'orientation du canon de quartz : on fait alors déplacer les anneaux dans le plan du carré, au lieu de déplacer le carré dans le plan des anneaux. On rétablit la netteté parfaite des bandes spectrales en rétrécissant d'abord la fente de manière à lui donner une largeur suffisamment faible par rapport à la frange qu'elle coupe en son milieu et en lui donnant ensuite une orientation telle qu'elle vienne s'appliquer exactement sur cette frange. Le fait qu'un diaphragme d'ouverture invariable peut découvrir une région d'égal retard quand il est bien centré, ou une région où le retard varie rapidement s'il ne coïncide plus avec le centre des anneaux, justifie les précautions prises pour le

réglage de l'orientation du canon de quartz, dans les expériences de dispersion rotatoire.

Ces considérations peuvent se rattacher aux principes établis par MM. Macé de Lépinay et Fabry à propos de la localisation des franges d'interférence. M. Macé de Lépinay a étudié les conditions de visibilité des franges de cristaux d'épaisseur continûment variable (¹); au cas où ces franges sont nettes correspondra le cas où le cristal, supposé d'épaisseur uniforme, donnera une teinte correspondant à un état interférentiel bien déterminé pour chaque radiation et, par suite, des bandes spectrales nettes. La forme sous laquelle j'ai réalisé l'expérience précédente, indépendamment de tout calcul, forme qui permet l'extension immédiate aux phénomènes de polarisation rotatoire, me paraît présenter cet intérêt que la ligne sur laquelle il faut diriger la fente éclairante, dans le cas où une fente est nécessaire pour avoir des bandes nettes, est ici une droite ayant une existence objective et où vient se peindre une frange réelle quand on se contente d'éclairer l'appareil en sens inverse. C'est un nouvel exemple de l'intérêt que présente la considération du retour inverse en Optique physique.

SUR LA MESURE DES CONSTANTES DIÉLECTRIQUES;

PAR M. R. BLONDLOT.

Dans mon Mémoire sur la détermination de la constante diélectrique du verre à l'aide d'oscillations électriques très rapides, publié dans ce Journal (²), la constante diélectrique de la lame de soufre employée a été indiquée par erreur comme égale à 2,94 : la valeur trouvée en réalité est 2,6. Cette dernière valeur 2,6, substituée dans l'équation de la page 203, donne bien pour x la valeur 2,8 indiquée dans le Mémoire.

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. X, p. 204.

(²) *Voir* page 197 de ce Volume.

A.-L. CALLENDAR. — On the construction of platinum thermometers (Sur la construction des thermomètres à résistance de platine); *Phil. Mag.*, t. XXXII, p. 104; 1891.

M. Callendar poursuit, depuis plusieurs années, l'étude de la variation de la résistance électrique du platine, dans le but de faire servir cette variation à la mesure des températures. Dans un précédent travail, il avait déterminé la variation, entre 0° et 600°, de la résistance de divers fils de platine soudés dans le réservoir d'un thermomètre à gaz; dans cet intervalle, la réduction de l'échelle fournie par la résistance du platine à l'échelle normale était donnée par la formule

$$t_{pt} - T = 0,157\,t(100 - t)10^{-3}.$$

Dans ce nouveau travail, M. Callendar fixe les conditions dans lesquelles le platine est invariable avec le temps, et décrit sommairement l'appareil de mesure.

La spirale de platine, réduite aux dimensions du réservoir d'un thermomètre à mercure, est soudée à des conducteurs et enfermée dans un tube. Pour des températures inférieures à 700°, les conducteurs peuvent être en cuivre ou en argent; aux températures plus élevées, ces métaux se volatilisent, sont absorbés par le platine et modifient sa résistance; pour des travaux ordinaires, les conducteurs peuvent être en fer, mais pour des mesures de précision, ils doivent être en gros fil de platine. On élimine ces derniers en introduisant des fils semblables et exposés de même, dans la branche voisine du pont.

L'instrument de mesure des résistances est un pont à fil, dans lequel la branche du galvanomètre est tendue parallèlement au rhéocorde, de telle sorte qu'on peut aisément établir le contact.

Lorsque la spirale de platine (pur) a été recuite une fois, ses variations subséquentes sont insignifiantes; plusieurs thermomètres, employés jusqu'à 1300°, n'ont pas montré de variations du zéro dépassant $\frac{1}{10}$ de degré. CH.-ED. GUILLAUME.

KARL SCHEEL. — Die Ausdehnung des Wassers mit der Temperatur (La dilatation thermique de l'eau); Thèse, Berlin; 1891.

Ce travail est le premier d'une série de recherches projetées à l'Institut physicotechnique impérial, sur la dilatation de l'eau. Les mesures, qui devaient, dans le plan de l'auteur, s'étendre à un grand nombre de températures entre 0° et 100° ont été interrompues par un accident, et ne comprennent, pour le moment, que les déterminations entre 0° et 35°, et des mesures combinées à 0° et 100°.

Le dilatomètre se compose d'un réservoir de 81^{cm^3}, surmonté d'un tube de 1^{mm^2},3 de section, 125^{cm} de longueur, muni de vingt ampoules, entre lesquelles on peut faire des mesures. Cet instrument, ainsi que les thermomètres, est en verre dur d'Iéna.

Les constantes des thermomètres ayant été déterminées individuellement furent rapportées au thermomètre à azote par l'intermédiaire d'un thermomètre Tonnelot étudié au Bureau international des Poids et Mesures.

Le dilatomètre, calibré et jaugé avec un grand soin, fut, après une détermination de son coefficient de pression, rempli d'eau distillée bouillie; la détermination de la dilatation totale entre 0° et 100° comprend quatre mesures indépendantes du point 100 et du point 0.

Ces expériences donnent, pour la dilatation relative, le résultat moyen suivant

$$V_{100} = 1,040806\, V_0,$$

avec des écarts de 1 à 2 sur la cinquième décimale.

Les quatre-vingt-onze comparaisons entre 0° et 33°, combinées par la méthode des moindres carrés, et réduites à l'échelle du thermomètre à azote conduisent à la formule

$$\frac{V_t - V_0}{V_0} = (-87,334\, t + 8,48498\, t^2 - 0,067872\, t^3 + 0,0004\, t^4)\, 10^{-6}.$$

En supposant que le verre d'Iéna se dilate suivant la formule trouvée par M. Benoît pour le verre dur français, l'auteur calcule

la formule suivante pour la dilatation absolue de l'eau

$$\frac{V'_t - V_0}{V_0} = (-65,8076\,t + 8,50677\,t^2 - 0,0676691\,t^3 + 0,0004\,t^4)10^{-6}.$$

CH.-ED. GUILLAUME.

E. SALVIONI. — Di una nuova costruzione dell' ohm legale (Sur une nouvelle construction de l'ohm légal); *R. Acc. dei Lincei*, 4e série, t. VI, p. 263; 1889.

Le travail de M. Salvioni comprend la construction de deux étalons prototypes de l'ohm légal, et leur comparaison entre eux et avec diverses autres unités, particulièrement avec les copies de MM. Elliot, Benoît et Strecker; il a suivi en gros les méthodes exposées autrefois par M. Benoît (1).

Les divergences essentielles entre ces procédés et ceux qu'a suivis M. Salvioni sont les suivantes :

L'un des étalons avait été dressé, l'autre avait été conservé avec sa courbure; l'auteur introduit une correction pour en tenir compte. Dans le calcul des corrections de calibre électriques, l'auteur ne fait aucune hypothèse déterminée sur la forme des tubes, mais se sert d'une interpolation graphique. Le tube est jaugé à l'aide de colonnes qui le remplissent entièrement, et qui sont limitées par de petites plaques de verre appliquées contre les extrémités. Les vases terminaux étaient sphériques; les contacts étaient tantôt ceux qu'a indiqués M. Benoît, tantôt de fortes tiges de cuivre.

Accessoirement, M. Salvioni a déterminé aussi la variation de la résistance des contacts et du mercure entre 0° et 100°. Le coefficient de variation apparente du mercure est, suivant l'auteur, 0,000907, entre 0° et 20°.

Les résultats de ce travail sont les suivants : Les deux prototypes de M. Salvioni diffèrent entre eux d'une quantité qui ne s'écarte pas de 0,00001 de la divergence calculée. L'ohm légal construit par M. Benoît est de 0,0005 plus fort que celui de M. Salvioni.

---

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 5.

Dans une seconde Note (*Nuovi Confronti*), l'auteur apporte une correction aux résultats précédents et adopte le coefficient de variation 0,0009017; l'écart avec l'ohm légal Benoît n'est plus que de 0,0004. Une étude minutieuse de ce travail, qui paraît être fait avec grand soin, ne nous a pas fait découvrir la raison de cette divergence. CH.-ED. GUILLAUME.

H. PASSAVANT. — Ueber eine Reproduction der Siemens'schen Quecksilbereinheit (Reproduction de l'unité Siemens); *Wied. Ann.*, t. XL, p. 505; 1890.

Six tubes en verre dur d'Iéna furent calibrés et jaugés, puis coupés, et mesurés après rodage des extrémités. La valeur définitive des étalons variait entre 0,86 et 1,19 unités Siemens.

Chacun des étalons fut comparé à tous les autres; la plus grande différence entre les valeurs trouvées par construction et par comparaison est voisine de 0,0002.

Une copie, dont la valeur avait été trouvée par M. Passavant égale à 1,01604 unité Siemens, a été comparée, par le soussigné, à trois des copies mercurielles de M. Benoît. La valeur résultant de ces comparaisons est 0,95858 ohm, soit 1,01609 unité Siemens.

La valeur d'une copie mercurielle, fournie par la maison Siemens, s'est trouvée de 0,0006 plus faible que la valeur indiquée.

Les coefficients moyens de la variation apparente de la résistance du mercure dans le verre sont, d'après M. Passavant,

Entre 0° et 17°,5	0,000890
0° et 34°,3	0,000907

CH.-ED. GUILLAUME.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

T. XXXIX, XL, XLI; 1890.

W.-C. RÖNTGEN. — Quelques expériences de Cours, t. XL, p. 107-114.

1. Pour montrer la composition des vibrations rectilignes, M. Röntgen emploie un pendule de 5^m de long formé d'un fil et d'une sphère d'acier. Si l'on frappe d'abord la boule avec une tige de bois, on obtient une oscillation rectiligne; si, tandis que le pendule est en vibration, on donne un second coup perpendiculaire à la direction du premier et avec la même force, on obtient, suivant le point de son oscillation où le choc saisit la boule du pendule, les diverses formes de vibrations elliptiques ou circulaires; etc.

2. On rendra la diffusion des gaz sensible à un auditoire nombreux à l'aide d'un très gros aréomètre (ballon de 2^{lit} à 3^{lit} de capacité) supportant en haut de sa tige un vase cylindrique de grande capacité (2^{lit} à 3^{lit}), dont l'ouverture peut être dirigée soit en haut, soit en bas. Dans le premier cas on remplit ce cylindre d'acide carbonique et, si l'aréomètre est convenablement lesté, on le voit peu à peu se relever à mesure que l'acide carbonique se diffuse dans l'air ambiant. Dans le second cas, on remplit le cylindre de gaz d'éclairage, et l'aréomètre s'enfonce à mesure que la diffusion s'accomplit.

W.-C. RÖNTGEN. — Sur l'épaisseur de couches d'huile cohérentes à la surface de l'eau, t. XLI, p. 320-329.

On sait que la vapeur d'éther diminue la tension superficielle de l'eau et qu'en conséquence la surface de l'eau pure se creuse dans une région où elle absorbe de la vapeur d'éther.

Cela posé, voici l'expérience de M. Röntgen. Un entonnoir dont le tube affleure presque à la surface de l'eau contient une éponge imbibée d'éther. L'eau se creuse au-dessous de l'entonnoir. Mais, si l'on vient à déposer à la surface de l'eau une trace de matière grasse, un bourrelet circulaire renflé se forme à une certaine

distance au delà de la dépression. Le diamètre de ce bourrelet est d'autant plus petit que la quantité de corps gras est plus grande.

M. Röntgen évalue la quantité d'huile minimum qu'il faut verser dans un cristallisoir, de surface déterminée, pour obtenir le bourrelet avec le plus grand diamètre possible, et *admet* que, dans ces conditions, la quantité d'huile a été suffisante pour recouvrir d'une couche cohérente la surface entière de l'eau, d'où il déduit l'épaisseur limite. Il trouve $5,6.10^{-8}$ centimètres.

E. MACH et P. SALCHER. — Étude optique des jets gazeux, t. XLI, p. 144-150.

Les auteurs ont appliqué à l'étude des jets gazeux à grande vitesse issus d'orifices ronds ou rectangulaires la méthode photographique de Töpler (*Schlierenmethode*) appliquée déjà aux ondes condensées ou dilatées du sillage des projectiles.

Le jet produit, par exemple sous une pression de 40 atmosphères, apparaît sur les photographies avec une section qui s'élargit d'abord en s'éloignant de l'orifice, puis devient très sensiblement constante. Le jet est sillonné de franges obliques entre-croisées.

L'apparence du jet sur la photographie indique une densité moyenne de l'air supérieure à celle de l'air ambiant, et, en effet, on sait que l'abaissement de température des jets gazeux est considérable. Les franges obliques entre-croisées sont comparables aux ondes de condensation à l'avant d'un projectile. Ces ondes semblent se réfléchir à la surface du jet, comme s'il existait là une discontinuité plus ou moins analogue à celle qui caractérise la surface de séparation d'un solide et d'un gaz. On peut, en effet, admettre qu'au voisinage de cette surface il y a une discontinuité dans le mouvement et que la vitesse du gaz passe brusquement de la vitesse caractéristique du jet, qui est sans doute très considérable, à une vitesse moindre, égale à la vitesse de propagation du son. Mais il paraît difficile, dans l'état actuel de nos connaissances, de rendre un compte exact de toutes les particularités des photographies publiées par MM. Mach et Salcher.

C. CHRISTIANSEN. — Écoulement atmolytique des gaz, t. XLI, p. 564-587.

M. Christiansen fait écouler un gaz pur ou un mélange de gaz

à travers l'espace capillaire compris entre deux plans de verre distants seulement de quelques microns.

Pour un gaz pur, il trouve que l'écoulement s'effectue avec une vitesse qui dépend de la nature du gaz et dont la limite, quand les plans de verre se rapprochent indéfiniment, est en raison inverse de la racine carrée des densités.

Il en résulte que, si l'on fait écouler un mélange de deux gaz de densités différentes, ces gaz s'écoulant avec des vitesses inégales, la composition du mélange fourni par l'écoulement différera de la composition du mélange initial : la proportion du gaz le moins dense doit se trouver augmentée, ce que M. Christiansen constate effectivement dans toutes ses expériences. L'écoulement d'un mélange gazeux dans ces conditions est donc accompagné d'*atmolyse*.

B. GALITZINE. — Sur la loi de Dalton, t. XLI, p. 588-626 et 770-800.

I. Après avoir résumé les recherches antérieures relatives à la loi du mélange des gaz, et à la loi du mélange des gaz et des vapeurs, M. Galitzine décrit plusieurs séries d'expériences qu'il a faites en vue d'éclaircir quelques-uns des points demeurés douteux.

1° *La force élastique maximum d'une vapeur est-elle la même dans l'air et dans le vide, et les parois exercent-elles une influence perturbatrice appréciable?*

Pour résoudre cette question, M. Galitzine emploie un tube en U contenant du mercure surmonté d'un peu d'eau dans chaque branche et, de plus, dans l'une des branches A, d'une quantité d'air connue.

Si la branche A est suffisamment large et courte pour que la diffusion de la vapeur dans l'air ne retarde pas trop l'équilibre final, la tension maximum de la vapeur d'eau dans les deux branches est la même à toute température inférieure à 100°. Mais, si la branche A est capillaire, la force élastique de la vapeur d'eau dans l'air est toujours moindre que dans le vide, et cela d'une quantité qui est fonction du temps.

L'influence de la diffusion et celle de l'hygroscopicité des parois sont ici évidentes; mais la loi de Dalton, considérée en elle-même, est vérifiée par les expériences du premier groupe.

Des expériences faites avec de l'éther et du chlorure d'éthyle dans l'appareil à branches larges ont donné, mais seulement aux températures supérieures au point normal d'ébullition, une force élastique dans l'air légèrement inférieure à la force élastique dans le vide.

2° *La température critique d'un mélange de liquides peut-elle se calculer par une règle de moyenne, d'après les températures critiques des liquides séparés?*

Une règle de cette espèce, indiquée par Pawlewski (¹) et dont l'inexactitude est manifeste pour des mélanges de gaz (tels que l'air, par exemple), réussit au contraire assez bien pour divers mélanges liquides. M. Galitzine trouve cependant que cette règle indique, pour les températures critiques de mélanges d'acétone et d'éther ou de sulfure de carbone et d'éther, des valeurs un peu trop élevées.

Nous signalerons en passant les valeurs des températures critiques trouvées par M. Galitzine pour les liquides purs.

Éther	191°,8
Acétone	234,4
Sulfure de carbone	279,6

La présence de l'air n'abaisse que d'une très faible quantité la température critique de ces liquides.

II. Dans la seconde Partie de son Mémoire, M. Galitzine cherche à déterminer, en se fondant sur la théorie cinétique des gaz, la forme de la relation qu'il faut substituer à l'équation connue de Clausius pour représenter la compressibilité et la dilatation d'un mélange de gaz. Il est conduit à admettre que la force attractive qui s'exerce entre les molécules gazeuses varie en raison inverse du carré de la distance, tout au moins tant que cette distance ne descend pas au-dessous d'une certaine limite, et il retrouve ainsi une équation qui, dans le cas où les deux sortes de molécules mêlées sont identiques, ne diffère de celle de Clausius

$$\left[p + \frac{a}{T(v+\beta)^2}\right](v-b) = RT,$$

que par l'absence du coefficient β.

(¹) PAWLEWSKI, *Chem. Ber.*, t. XV, p. 460; 1882.

M. Galitzine cherche ensuite comment il faut modifier les hypothèses pour retomber exactement sur la formule de Clausius. Il termine son travail par diverses vérifications de la formule assez compliquée à laquelle il est ainsi conduit pour les mélanges. Elles sont empruntées aux résultats numériques soit du Mémoire posthume d'Andrews sur la compressibilité de mélanges d'azote et d'acide carbonique, soit d'un Mémoire de MM. Guglielmo et Musina (¹) sur la compressibilité de mélanges divers de sulfure de carbone et d'air, d'éther et d'air, d'éther et d'hydrogène, enfin d'éther et d'acide carbonique.

A. WINKELMANN. — Composition de la vapeur émise par un mélange liquide, t. XXXIX, p. 1-16.

M. Planck (²) a étudié théoriquement la composition de la vapeur émise par un mélange de deux liquides volatils. Soient n et n_1 les nombres de molécules des deux liquides dans le mélange liquide, n' et n'_1 les nombres de molécules correspondants dans la vapeur, et posons

$$c_1 = \frac{n_1}{n + n_1}, \qquad c'_1 = \frac{n'_1}{n' + n'_1}.$$

Si l'on suppose c_1 et c'_1 très petits et si l'on désigne par p la force élastique maximum de la vapeur émise par le mélange, par p_0 la force élastique maximum du liquide le plus abondant, on a, d'après M. Planck,

$$c_1 - c'_1 = \frac{p_0 - p}{p_0}.$$

On ne possède que très peu de recherches expérimentales sur la composition de la vapeur émise par un mélange liquide; la difficulté principale de ce genre de recherches réside dans la variation continue de la composition du mélange liquide, à mesure que la distillation s'effectue. M. Winkelmann écarte cette difficulté en fixant la composition du liquide distillé par la mesure de son indice de réfraction, ce qui, grâce à la méthode de la réflexion totale, n'exige qu'une quantité de liquide presque négligeable. On peut ainsi fractionner la distillation pour ainsi dire indéfiniment.

(¹) GUGLIELMO et MUSINA, *Rivista scientif. industr.* Firenze, 1887.

(²) PLANCK, *Zeitschrift für Physik, Chemie,* t. II, p. 405; 1888.

La distillation est produite soit par un courant de bulles d'air assez lent pour que l'inégale diffusion des vapeurs des deux liquides au sein des bulles gazeuses soit sans influence, soit par une diminution de la pression suffisante pour produire un commencement d'ébullition du mélange. Les deux méthodes ont fourni des résultats dont la concordance est suffisante, mais qui ne vérifient qu'assez imparfaitement la formule de M. Planck. M. Winkelmann attribue le désaccord à ce que, dans ses expériences, c_1 seul est petit.

Soit, par exemple, un mélange de 6,2 d'alcool propylique et 93,8 d'eau; la proportion d'alcool propylique dans la vapeur qui, d'après la formule de M. Planck et les valeurs de p mesurées directement par M. Konowalow (1), devrait être de 66 pour 100 à 31°,5, est seulement de 52,3 pour 100.

On notera ce fait, en apparence paradoxal, que, d'une part, la vapeur produite est beaucoup plus riche en alcool propylique que le mélange liquide, tandis que, d'autre part, la tension de vapeur de l'alcool propylique pur est un peu inférieure à celle de l'eau pure.

E. BLASIUS. — Influence des bords du vase et de la densité de la vapeur sur l'évaporation, t. XL, p. 690-696.

M. Blasius a observé le phénomène de l'évaporation par la méthode optique de Töpler (*Schlierenmethode*) et mis en évidence l'influence prépondérante que peut avoir la grande densité de la vapeur produite. Töpler avait déjà reconnu que la vapeur d'éther forme, au-dessus d'un vase rempli de ce liquide, une couche d'épaisseur déterminée, limitée par une surface plane, et qui descend en cascade sur tout le pourtour. M. Blasius montre que la vapeur émise par un tube à essai contenant une mèche imprégnée d'éther, et dont l'ouverture est dirigée vers le bas, émet une colonne de vapeur verticale qui prolonge le tube en dessous et qu'un courant d'air plie comme un tube flexible. En ne faisant entrer en ligne de compte que la diffusion, comme le fait M. Stefan dans ses études sur l'évaporation, on risque donc de négliger un facteur important du phénomène.

(1) Konowalow, *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 48; 1881.

F. NEESEN. — Calorimètre à vapeur, t. XXXIX, p. 131-147.

Le nouveau calorimètre est, en principe, une sorte de thermomètre différentiel à moufles, dont les deux réservoirs contiennent de l'éther et de la vapeur saturée d'éther, tandis qu'un index d'éther liquide se meut dans le tube capillaire horizontal qui réunit les deux réservoirs. Quand on verse de la chaleur dans l'un des moufles, l'éther s'échauffe, s'évapore et pousse l'index d'éther liquide d'une quantité qui, dans des limites pratiques, peut être considérée comme proportionnelle à la quantité de chaleur versée.

On tare le calorimètre en y dégageant une quantité de chaleur connue, soit par l'intermédiaire d'une résistance électrique traversée par un courant, soit à l'aide d'un corps de chaleur spécifique connue.

L'auteur publie des déterminations de chaleur spécifique de l'or, de l'argent et du platine faites à l'aide de son appareil. Il conclut qu'on pourra le substituer au calorimètre de glace de Bunsen, principalement lorsque quelque obstacle s'oppose à l'emploi de ce dernier qui, M. Neesen l'avoue, doit être considéré comme plus précis.

K. WIRTZ. — Application du calorimètre à vapeur à la mesure des chaleurs latentes de vaporisation, t. XL, p. 438-449.

On a déjà décrit dans ce Recueil (1) le calorimètre à vapeur de Bunsen. Si, au lieu d'introduire dans le courant de vapeur d'eau saturée, comme le fait Bunsen, un corps froid qui provoque, en s'échauffant, la condensation d'un certain poids d'eau, on dispose dans ce courant de vapeur un poids connu d'un liquide volatil au-dessous de 100°, ce liquide se vaporise, ce qui amène pareillement la condensation d'un poids d'eau d'où l'on déduira la chaleur latente cherchée.

M. Wirtz a appliqué ce procédé à douze substances et trouvé des nombres en général un peu inférieurs à ceux de Regnault.

---

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 579.

W. EICHHORN. — Variation de la conductibilité des gaz avec la température, t. XL, p. 697-719.

Les expériences de M. Eichhorn ont été réalisées par la méthode de M. Christiansen, conformément au plan déjà mis en œuvre, en 1886, par M. Winkelmann [1]. Elles ont porté sur l'air, l'hydrogène, l'acide carbonique et l'éthylène, et leurs résultats confirment complètement les conclusions de M. Winkelmann contestées par M. Schleiermacher [2]. Les coefficients de variation adoptés par M. Eichhorn sont les suivants :

Air et hydrogène	0,00199
Acide carbonique	0,00367
Éthylène	0,00445

J. EDLER. — Recherches sur la loi d'après laquelle le rayonnement de la chaleur et son absorption par des plaques de mica dépendent de la température, t. XL, p. 531-560.

M. Edler emploie comme corps rayonnant un élément thermo-électrique fer-maillechort qui offre l'avantage d'indiquer lui-même sa propre température moyenne. Cet élément est formé de deux lames plates situées sur le prolongement l'une de l'autre; la région employée comme source rayonnante est peu étendue de part et d'autre de la soudure. On échauffe l'élément en l'appliquant sur une face d'un cube à eau chaude ou contre la paroi d'une sorte d'étuve chauffée par un bec Bunsen. La portion utilisée comme surface rayonnante est recouverte, suivant les cas, de noir de fumée, de blanc de zinc ou d'oxyde de fer. La chaleur rayonnée est évaluée à l'aide d'une pile de Melloni placée à une distance invariable, derrière un système convenable d'écrans percés d'une ouverture centrale.

Dans tous les cas, la quantité S de chaleur reçue par la pile a été fidèlement représentée par une formule

$$S = kte^{at},$$

dans laquelle t désigne l'excès de température de la source rayonnant sur l'enceinte. La valeur de $a = 0,004709$; elle est indépen-

(1) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 535.
(2) *Ibid.*, 2e série, t. VIII, p. 440.

dante de la nature de la surface rayonnante; k est un coefficient spécifique qui est maximum pour le noir de fumée et décroît du noir de fumée à l'oxyde de fer et de l'oxyde de fer au blanc de zinc.

Dans une seconde série de recherches, M. Edler interpose, entre la source rayonnante et la pile de Melloni, des lames de mica d'épaisseur connue. Du rapport des quantités de chaleur reçues par la pile quand on substitue à une lame d'épaisseur x_1 une lame d'épaisseur x_2, on déduit le coefficient d'absorption du mica. Ce coefficient, variable suivant la nature de la surface rayonnante, est d'ailleurs d'autant plus faible que la température de la source est plus élevée.

J. SAHULKA. — Mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur déduite du rayonnement, t. XLI, p. 748-755.

L'auteur a employé une variante de la méthode de Puluj consistant à régler les conditions de l'expérience de telle sorte que la chaleur développée à chaque instant par le frottement soit perdue par rayonnement.

Une masse de mercure chauffée préalablement à 70°, par exemple, est versée dans un cône creux dont le frottement sur un cône concentrique extérieur est la source de chaleur utilisée dans l'expérience. Le mouvement du cône extérieur est produit à l'aide d'une roue que l'on tourne à la main et d'un cordon de transmission, comme dans les appareils à rotation si répandus dans les cabinets de Physique. Le cône intérieur est maintenu immobile par un frein réglé par un poids qui agit à l'extrémité d'un bras de levier connu. Un thermomètre placé dans le mercure en indique à chaque instant la température. On observe que le mercure chaud se refroidit d'abord, puis atteint une certaine température θ, de 56°, par exemple, supérieure à la température ambiante et désormais invariable. A cet instant, toute la chaleur dégagée par le frottement se perd par rayonnement. Si l'on désigne par c la valeur en eau de la partie chaude de l'appareil (mercure et cônes), par R un coefficient convenable, la chaleur dégagée par seconde s'exprime par $Rc(\theta - x)$.

Pour déterminer R il suffit d'observer le refroidissement du système supposé immobile et cela, pour une série de valeurs voisines de l'excès de température comprenant l'excès $\theta - \alpha$.

Le calcul du travail dépensé se fait comme dans les expériences de Joule et de Puluj. Un compteur, que l'on embraie quand la température est devenue stationnaire, donne le nombre de tours n par seconde. Soit P le poids soulevé, l le bras du levier horizontal à l'extrémité duquel il agit, φ l'angle que fait le levier avec sa position d'équilibre, le travail dépensé par seconde a pour expression : $2\pi l n P \cos\varphi$, et l'équivalent mécanique J est déterminé par la relation

$$Rc(\theta - \alpha) = \frac{1}{J} 2\pi l n P \cos\varphi.$$

Quatorze séries de déterminations avec des valeurs de $\theta - \alpha$ voisines de 36° ont fourni des valeurs de J comprises entre $422^{kgm},18$ et $431^{kgm},79$; la valeur moyenne déduite des quatorze séries est de $426^{kgm},26$.

E. MACH et L. MACH. — Interférence des ondes sonores de grande amplitude, t. XLI, p. 140-143.

Les ondes sonores produites par des étincelles (*Funkenwellen*) sont caractérisées par une très grande amplitude de l'excursion des molécules d'air. On sait d'ailleurs que la vitesse de propagation d'une onde sonore croît avec l'amplitude, d'où il suit que l'onde sonore résultante de deux ondes données de grande amplitude possède un excès de vitesse par rapport aux ondes qui lui donnent naissance. De là des phénomènes d'interférence plus compliqués que ceux prévus par la théorie élémentaire dans laquelle on suppose la vitesse de propagation constante.

Les auteurs ont employé la méthode d'observation optique de Töpler (*Schlierenmethode*). On sait qu'elle consiste dans un dispositif spécial mettant en œuvre la différence de réfraction des couches d'air plus ou moins condensées et un éclairement instantané; en substituant à l'œil un appareil photographique, on obtient des épreuves durables.

Le Mémoire est accompagné de six photographies ainsi obtenues. On y retrouve, avec des détails plus précis, les apparences décrites et dessinées antérieurement par MM. Mach et Gruss (1).

(1) MACH et GRUSS, *Wien. Berichte*, t. LXXVIII, 2e Partie, p. 467; 1879.

W. VOIGT. — Sur les sons résultants de deux sons simples, t. XL, p. 652-660.

On sait que, d'après Helmholtz, les sons résultants de deux sons simples dont les nombres de vibrations sont n_1 et n_2 correspondent à des nombres de vibrations $n_1 - n_2$ et $n_1 + n_2$; tandis que, d'après M. R. König, ils correspondent à $n_2 - \nu_1$ et à $(\nu + 1)n_1 - n_2$ en désignant par ν un nombre entier.

M. Voigt prouve que, si la force vive des deux sons superposés est la même, les maxima et les minima résultants se produisent à des époques qui correspondent aux deux sons simples $n_1 - n_2$ et $n_1 + n_2$; mais les maxima et les minima qui produisent les sons d'addition ont une amplitude égale à la différence ; les maxima et les minima qui produisent les sons de différence ont une amplitude égale à la somme des amplitudes des sons simples; de plus, les maxima et minima des sons d'addition sont beaucoup plus rares, d'où il résulte que l'oreille doit distinguer beaucoup mieux les sons de différence. M. Voigt prouve même que les sons d'addition pour l'octave, la quinte, la quarte et les tierces majeure et mineure n'existent pas, à proprement parler, pour l'oreille.

Si, d'autre part, on considère deux sons simples tels que les amplitudes et la force vive moyenne du son le plus élevé soient négligeables par rapport à celles du son le plus grave, M. Voigt montre que les maxima et les minima obéissent à la loi de périodicité des sons résultants trouvés expérimentalement par M. König. M. Voigt fait observer que l'oreille paraît inégalement sensible aux vibrations de diverses périodes, et que l'hypothèse dans laquelle il se place n'est pas incompatible avec la perception par l'oreille de sons simples d'intensités auditives comparables entre elles, comme l'étaient certainement les sons que M. König a employés dans ses expériences.

R. KÖNIG. — Battements et sons résultants de deux mouvements vibratoires produits simultanément dans le même corps, t. XXXIX, p. 395-402.

On sait que le son fondamental rendu par une verge prismatique vibrant transversalement est indépendant de sa largeur. Il en résulte qu'on peut obtenir, avec une même verge, deux sons fondamentaux différents suivant qu'on la fait vibrer parallèlement à l'une ou à l'autre de ses arêtes.

En employant des verges de grandes dimensions, M. König a réussi à produire simultanément les deux vibrations avec une intensité suffisante pour percevoir les battements et les sons résultants. A cet effet, on produisait d'abord l'une des vibrations avec l'archet et aussitôt après l'autre vibration par le choc d'un marteau d'ivoire. Un tube de caoutchouc pénétrant dans l'oreille était approché par son extrémité de la région de la verge la plus favorable pour la perception des sons résultants.

Les lois qui président à cette perception sont les mêmes que dans le cas où les deux sons sont produits par deux corps sonores indépendants.

Pour l'énoncé de ces lois, nous renverrons le lecteur aux publications antérieures de M. R. König (1).

R. KÖNIG. — **Timbres produits par des ondes irrégulières, t. XXXIX, p. 402-411.**

On est habitué à considérer les divers timbres accompagnant les sons musicaux comme résultant de la superposition à un certain son fondamental d'un certain nombre d'harmoniques *justes*. Toutefois les tracés graphiques de vibrations de cordes ou de tuyaux sonores auxquels on accorde le caractère musical ne présentent pas toujours une parfaite régularité : il semble donc que notre oreille présente à cet égard une tolérance et qu'elle nous fasse accepter comme de vrais timbres musicaux, non comme des superpositions irrégulières de sons ou de bruits, les vibrations résultant de la superposition d'un son fondamental et d'harmoniques légèrement faux.

Pour étudier de plus près ce qu'il en est, M. König a eu recours à la disposition de la sirène à ondes. Il a donné aux dents successives de la sirène la série des formes résultant, par exemple, de la superposition des vibrations sinusoïdales de même amplitude 24, $2.24+1$, $3.24+3$, $4.24+5$, $5.24+7$. L'oreille perçoit un timbre musical, c'est-à-dire n'entend qu'un son unique, comme si les harmoniques ajoutés au son fondamental étaient justes : le caractère de ce timbre se distingue seulement par moins de fondu, un éclat plus sec, plus analogue à l'éclat strident de la trompette.

(1) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 408.

Toutefois, si les harmoniques faux sont *tous* d'ordre élevé, l'oreille perçoit deux sons, d'une part le son fondamental, d'autre part un deuxième son résultant de la superposition des harmoniques.

M. König a aussi cherché, par la disposition de la sirène à ondes, quel est le caractère musical du son résultant d'ondes successives de même période principale mais de formes différentes. Si ces formes sont arbitraires et n'accusent dans leur répétition aucune périodicité, le son fondamental est accompagné d'un bruit très fort sans caractère musical; si elles se répètent périodiquement, au son fondamental et au bruit qui l'accompagne encore se superpose la perception d'un autre son correspondant à la périodicité des dents. Enfin, si la forme des dents demeurant arbitraire et sans périodicité on s'arrange toutefois pour que l'amplitude des vibrations successives et la position du maximum soient partout les mêmes, si de plus les indentations secondaires ne sont pas trop profondes par rapport à l'indentation principale, l'oreille ne perçoit plus qu'un son unique dont le caractère musical n'est pas douteux. Ici encore l'oreille offre une tolérance comparable à celle que l'on a constatée ci-dessus pour le cas des harmoniques faux.

A. EICHHORN. — Sirène vocale, t. XXXIX, p. 148-154.

La sirène vocale de M. Eichhorn est un appareil construit sur le modèle de la sirène à ondes de M. R. König ([1]). Les découpures du cylindre ont été calculées et réalisées conformément aux résultats des travaux de M. Lahr ([2]). On n'a pu obtenir distinctement que les sons *a* et *ä*. M. Eichhorn attribue l'insuccès des autres tentatives soit à l'imperfection des découpures, soit surtout à l'insuffisance des moyens mis en œuvre pour faire parler la sirène.

E. LOMMEL. — Ombre propre d'une flamme, t. XLI, p. 135-139.

Quand on approche une feuille de papier du bord étroit d'une flamme plate, on aperçoit sur la feuille une ombre étroite, produite par la flamme, aussi distincte quand l'œil reçoit les rayons diffusés soit par la face antérieure ou par la face postérieure de la feuille. Cette ombre est visible sur un globe en verre dépoli en-

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 531.
([2]) *Ibid.*, 2e série, t. VI, p. 526.

tourant la flamme, et, dans ce dernier cas, si le verre conserve une certaine transparence, on aperçoit la tranche de la flamme à travers le milieu de l'ombre comme une ligne rougeâtre.

On sait que l'éclat d'une flamme plate rapporté à l'unité de surface est plus grand sur la tranche que sur le plat; l'ombre portée ne peut donc s'expliquer qu'en admettant que l'excès d'éclat de la tranche est insuffisant pour compenser le rétrécissement de la surface éclairante, ce qui est d'ailleurs conforme aux lois connues du rayonnement et de l'absorption.

M. Lommel étudie les phénomènes plus complexes qui se produisent quand on éclaire un écran par le soleil à travers une flamme. Dans ce cas, il faut tenir compte de ce fait, que le gaz chaud, non encore lumineux, qui entoure la flamme, se comporte comme une lentille divergente par rapport à la lumière solaire incidente.

H. KAYSER et C. RUNGE. — Sur les spectres des alcalis, t. XLI, p. 302-320.

MM. Kayser et Runge, après avoir longuement étudié le spectre du charbon et de ses composés ([1]), abordent aujourd'hui l'étude du spectre des alcalis dans l'arc électrique. Ils se proposent de reconnaître si les raies propres aux divers métaux peuvent être rangées en série d'après quelque loi déterminée.

Les spectres sont produits au moyen d'un réseau de Rowland; des précautions minutieuses ont été prises pour écarter toute raie n'appartenant pas en propre à l'élément considéré.

Les auteurs trouvent que les raies de chaque élément peuvent être partagées, *d'après leur simple aspect,* en un certain nombre de groupes et que, dans chaque groupe, les longueurs d'onde des raies se calculent exactement par des formules empiriques

$$\lambda^{-1} = a - bn^{-2} - cn^{-4}, \qquad (1)$$

dans lesquelles il faut donner à n les valeurs entières successives.

Pour les alcalis, le groupe principal est un groupe de raies *aisément renversables* et très nettes. Sauf pour le lithium, ce sont des raies doubles, et la différence des nombres de vibrations

([1]) Voir *Journal de Physique,* 2e série, t. IX, p. 580.

correspondant aux deux éléments du doublet est en raison inverse de la quatrième puissance du numéro d'ordre n de la raie. La plus petite valeur de n correspondant à une raie existante est 3.

En dehors de cette série principale, le rubidium et le calcium ont une série secondaire de doublets; le sodium et le potassium en ont deux; le lithium offre la même exception que pour les raies principales : il offre deux séries secondaires de raies simples.

Dans l'une des séries secondaires, les raies sont terminées d'une manière diffuse vers le rouge, dans l'autre elles sont diffuses des deux côtés; ces raies secondaires se renversent parfois, mais beaucoup plus difficilement que celles de la série principale.

La différence des nombres de vibrations entre les deux raies d'un doublet est la même dans les séries secondaires et dans la série principale, et, par conséquent, est caractéristique de chaque élément : elle croît un peu moins vite que le carré du poids atomique. Si cette loi était applicable au lithium, les doublets correspondants seraient écartés d'une quantité de l'ordre d'une demi-unité de l'échelle d'Angström, c'est-à-dire presque insensible; or il est à noter que les raies du lithium sont plus larges et plus diffuses que celles des autres éléments.

On observe encore, par la comparaison des formules, que, quand le poids atomique augmente, les raies d'une même série reculent vers le rouge. Les constantes caractéristiques sont réunies dans le Tableau suivant :

	$a\,10^{-1}$.			$b\,10^{-1}$.			$c\,10^{-1}$.		
	Sér. pr.	1re sér. sec.	2e série sec.	Sér. pr.	1re sér. sec.	2e sér. sec.	Sér. pr.	1re sér. sec.	2e sér. sec.
Li...	43584	28586	28666	133669	109625	122391	1110084	1847	231700
Na..	41536	24476	24549	129985	110122	120776	803301	3527	197913
K...	35086	21991	22021	126983	114450	119393	625318	111241	63243
Rb..	33764	20939	»	125521	121193	»	562255	133207	»
Cb...	31483	19743	»	125077	122869	»	489883	311224	»

Pour $n = 3$ et pour les deux éléments d'un même doublet dans les diverses séries, la différence des valeurs de $\lambda^{-1}.10^8$ a les valeurs suivantes :

Na..........................	172
K..........................	568
Rb..........................	2344
Cb..........................	5450

H. EBERT. — Sur le spectre de la lumière zodiacale, t. XLI, p. 338-350.

M. Maxwell Hall ([1]), étudiant, à la Jamaïque, le spectre de la lumière zodiacale, a trouvé que ce spectre est continu, commence brusquement au voisinage de la raie D et s'étend jusque vers G. Le maximum d'intensité, très voisin de la raie D quand on explore la partie de la lumière zodiacale la plus éloignée du Soleil, se déplace un peu vers le violet quand on se rapproche davantage de l'astre.

M. Ebert a retrouvé tous ces caractères dans le spectre de la lumière du crépuscule à Erlangen, et pense que la lumière crépusculaire proprement dite a pu jouer un grand rôle dans les observations de M. Maxwell Hall.

E. WIEDEMANN. — Notes d'Optique : 1. Sur la couleur de l'iode. 2. Vapeurs fluorescentes, t. XLI, p. 298-301.

1. On sait que les dissolutions d'iode sont les unes violettes, les autres brunes, ce que l'on a tenté d'expliquer en admettant que les molécules d'iode qu'elles contiennent sont, pour les premières, dans le même état que les molécules de la vapeur d'iode, pour les secondes dans le même état que les molécules de l'iode solide.

Si cette vue est exacte, il est vraisemblable que l'abaissement de la température tendra à faire passer les solutions violettes au brun, l'élévation de la température les solutions brunes au violet.

Le premier cas a été observé par M. Stenger pour une solution violette refroidie dans un mélange d'acide carbonique solide et d'éther. M. Liebreich et, après lui, M. E. Wiedemann, ont observé le cas inverse d'une solution brune d'iode dans un mélange d'éthers stéarique et oléique qui, chauffée en tube scellé, passe au violet. Mais il ne faut chauffer ni trop fort, ni trop longtemps, si l'on veut éviter une action chimique.

2. MM. Ramsay et Young ont annoncé, avec quelques réserves, M. E. Wiedemann croit avoir démontré depuis avec certitude, qu'une solution d'éosine dans l'alcool demeure fluorescente quand on élève sa température au-dessus du point critique. La solution de rouge de Magdala jouit de la même propriété.

([1]) *The observatory*, n° 159, p. 77; 1890.

E. LOMMEL. — Phosphoro-photographie du spectre ultra-rouge, t. XL, p. 681-686.

E. LOMMEL. — Phosphoro-photographie du spectre normal ultra-rouge, t. XL, p. 687-690.

En employant la substance phosphorescente de Balmain (*Balmain'scher Leuchtfarbe*) comme surface sensible, M. Fomm, élève de M. Lommel, a pu obtenir des phosphoro-photographies de la partie ultra-rouge de spectres prismatiques et d'un spectre normal. La région du spectre comprise entre les longueurs d'onde 861 et 942 μ ne jouit qu'à un faible degré de la propriété d'éteindre la phosphorescence, propriété que possèdent à un haut degré les régions situées en deçà et au delà. Toutefois, même dans cette région, les épreuves photographiques obtenues à l'aide des réseaux présentent des raies suffisamment distinctes.

Les épreuves phosphoro-photographiques de M. Fomm sont parfaitement d'accord avec les épreuves photographiques directes obtenues par M. Abney à l'aide de l'émulsion au bromure d'argent.

J. SEYFFART. — Méthode pour mesurer la dispersion rotatoire, t. XLI, p. 113-134.

L'appareil est ainsi constitué :

1° Une lampe Drummond dont les rayons sont concentrés sur la fente d'un spectroscope A.

2° Le spectroscope A, muni d'une fente dans le plan focal de son oculaire; la plate-forme centrale est pourvue d'une alidade et d'un vernier. Au delà de l'oculaire se place une lentille cylindrique qui projette l'image de la fente oculaire à peu près au milieu de la longueur de l'appareil de polarisation C.

3° Un spectroscope auxiliaire B, placé latéralement. Une double glace inclinée mobile, disposée sur le trajet du faisceau issu du spectroscope A, renvoie une partie des rayons sur la fente du spectroscope B.

4° Un appareil de polarisation C, formé de deux nicols entre lesquels se place le tube contenant la substance à étudier et, au besoin, une deuxième lentille cylindrique très proche du nicol oculaire.

Après avoir réglé le spectroscope A pour l'extrême violet, on donne successivement au prisme de A les positions convenables pour amener les diverses raies dans le champ de vision sans toucher à l'oculaire. Le spectroscope auxiliaire B sert à régler les positions qu'il faut donner au prisme de A.

L'auteur évalue, en moyenne, à 0°, 04 l'erreur dont est susceptible une mesure de rotation faite au moyen de cet appareil.

Les mesures principales ont porté sur le sucre de canne. M. Seyffart calcule, à l'aide de la formule de Boltzmann,

$$(\alpha) = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4},$$

dont les constantes sont déterminées par ses observations, ce qu'il appelle les constantes de la dispersion rotatoire du sucre de canne, c'est-à-dire le rapport de la rotation spécifique pour une raie donnée à la rotation spécifique pour la raie D. Ce rapport est indépendant de la concentration et de la température et demeure aussi le même pour les solutions alcooliques.

Lignes spectrales.	$H_\alpha = C$.	$Na = D$.	Tl.	$H_\beta = E$.	Sr.	$H_\gamma = F$.	Rb II.
λ	656,7	589,3	535	486,2	460,7	434,1	420,4
Const. de dispersion	0,7947	1,000	1,2310	1,5161	1,7072	1,9488	2.094

M. Seyffart donne ensuite le Tableau suivant des angles de rotation spécifiques rapportés au vide et à 4° :

Concentration.	Pour 100. 0,2.	0,5.	1.	2.	5.	10.	20.	37.	50.	20 p. 100 à 60°.
H_α	53,94	53,56	53,42	53,32	53,19	53,12	53,04	52,90	52.72	53.04
Na	67,87	67,40	67,22	67,10	66.93	66,82	66,74	66,57	66,34	66.74
Tl.....	83,55	82,97	82,75	82,60	82,39	82,26	82,16	81,95	81,66	82,16
H_β	102,90	102,19	101,91	101,73	101,47	101,31	101,08	100,93	100.58	101,18
Sr.....	115,87	115,07	114,76	114,55	114,26	114,08	113,94	113,65	113.26	113,94
H_γ	132,27	131,35	131,00	130,76	130,43	130,22	130,06	129,73	129,28	130,06
Rb II ..	142,12	141,14	140,76	140,51	140,15	139,92	139,75	139,40	138,92	139,75

Ce Tableau est suffisamment bien représenté par les formules empiriques suivantes, dans lesquelles x représente la concentration :

Entre 40 et 70 pour 100 :

$$y = 66,7493 + 0,006475x - 0,00029524x^2;$$

Entre 15 et 40 pour 100 :

$$y = 66,94 - 0,01x;$$

Entre 0,05 et 15 pour 100 :

$$y = 67,5575 - \frac{0,87539x}{1,8967 + x}.$$

Les constantes de la formule de Boltzmann pour une dissolution à 20 pour 100 sont :

$$A = 1,160357.10^{-5}, \qquad B = 5,472762.10^{-13}.$$

Le Mémoire contient encore quelques nombres relatifs à l'acide tartrique droit.

A. WINKELMANN. — Dispersion anomale de verres colorés, t. XL, p. 661-664.

Pour constater aisément la dispersion anomale au voisinage d'une bande d'absorption on peut avoir recours au procédé suivant, qui est une variante de la méthode des prismes croisés.

On pointe une lunette sur une fente placée à 5^m, éclairée par le soleil ou par la lumière électrique. En avant de la fente est tendu un fil horizontal de $0^{mm},5$ de diamètre et tout près de la lunette se place un prisme de verre de 25° environ avec son arête réfringente verticale. On obtient ainsi un spectre horizontal traversé par une ligne noire. Si maintenant, entre le prisme et la lunette, on interpose avec leurs arêtes horizontales : 1° le prisme de matière absorbante dont on veut étudier la dispersion; 2° un prisme de verre destiné à compenser la déviation du premier, le spectre résultant demeurera horizontal, mais les irrégularités de dispersion du prisme absorbant se traduiront par des brisures plus ou moins irrégulières de la ligne noire.

Par ce procédé, M. Winkelmann a pu constater l'existence de la dispersion anomale dans trois sortes de verres fortement colorés, l'un par le didyme, l'autre par l'urane, le dernier par le cobalt.

H.-E.-J.-G. du BOIS et H. RUBENS. — Réfraction et dispersion de la lumière par quelques métaux, t. XLI, p. 507-524.

1. Les auteurs reprennent les études de M. Kundt [1] sur la

---

[1] Kundt, *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 469, et t. XXXVI, p. 824. Voir *Journal de Physique*, 2e série.

réfraction par les métaux, à l'aide de prismes très aigus obtenus par voie d'électrolyse, et en employant des incidences obliques. M. Kundt avait borné ses recherches à l'incidence normale.

Les résultats obtenus avec le fer, le nickel et le cobalt seraient bien curieux s'ils étaient confirmés. D'après MM. du Bois et Rubens, la loi de Descartes ne se vérifie pas rigoureusement, et les écarts sont d'autant plus marqués que l'angle d'incidence est plus grand : peu sensibles pour le fer, ils sont déjà très appréciables pour le cobalt et assez grands pour le nickel. Ainsi, avec ce dernier métal, l'indice pour la lumière rouge, déduit de mesures sous des angles d'incidence de 0° à 50° étant en moyenne de 1,94, atteint 2,20 sous l'incidence de 60°, et 2,35 sous celle de 65°. Il en résulterait que, la loi de Descartes étant fausse, l'expression d'*indice de réfraction* perdrait toute signification précise, à moins qu'on ne convînt de rapporter cet indice à une incidence déterminée, par exemple à l'incidence normale.

Il faut remarquer que les angles des prismes employés par MM. du Bois et Rubens étant à peine de quelques minutes les déviations mesurées sont aussi très faibles : il semble donc que les moindres irrégularités des surfaces peuvent produire des déviations comparables à celles que l'on mesure. Nous n'accepterons donc pas, sans réserve, la conclusion à laquelle s'arrêtent les auteurs.

Pour l'argent et pour l'or, M. Kundt a trouvé des indices de réfraction inférieurs à l'unité. La réflexion totale devrait se produire sous des angles de 15°66′ pour l'argent et de 35°45′ pour l'or. MM. du Bois et Rubens font observer que les feuilles minces de ces métaux laissent passer de la lumière sous toutes les incidences. Ils en tirent encore un argument pour prouver l'inexactitude de la loi de Descartes.

2. En ce qui concerne la dispersion, les auteurs trouvent pour les indices relatifs à la raie α du lithium, au rouge moyen et aux raies D, F, G, les nombres suivants, déduits de mesures au minimum de déviation, c'est-à-dire ici sous l'incidence normale :

	Li α.	Rouge.	D.	F.	G.
Fer............	3,12	3,06	2,72	2,43	2,05
Cobalt..........	3,22	3,10	2,76	2,39	2,10
Nickel..........	2,04	1,93	1,84	1,71	1,54

Pour les trois métaux, l'indice décroît du rouge au violet, contrairement à ce qui a lieu pour les substances transparentes. Ainsi que l'avait annoncé M. Kundt, la dispersion est anomale.

P. DRUDE. — Mesure des constantes optiques de quelques métaux, t. XXXIX, p. 481-554.

Diverses méthodes ont été employées pour la mesure des constantes optiques des métaux. Elles ont fourni des résultats dont il paraît assez difficile d'expliquer la discordance par l'insuffisance des procédés de mesure ou par des différences correspondantes dans l'état physico-chimique des couches profondes du métal. D'autre part, on sait que la réflexion métallique n'intéresse qu'une couche de faible épaisseur à partir de la surface : toute altération de la couche superficielle ou, pour parler plus nettement, *toute production d'une couche superficielle* chimiquement différente des couches profondes, modifiera donc plus ou moins profondément le phénomène de la réflexion et altérera, en conséquence, les constantes optiques attribuées au métal.

1. Dans un Mémoire antérieur, M. Drude [1] a cherché théoriquement l'influence exercée sur la réflexion par une couche superficielle dont le coefficient d'absorption est négligeable par rapport à celui du métal et dont l'indice est supérieur à 1, ce qui paraît être en effet le cas pratique. Il a ainsi trouvé que l'intensité réfléchie sous l'incidence normale est toujours diminuée par l'effet de la couche superficielle; l'incidence principale (angle de polarisation) est diminuée, tandis que l'azimut principal (angle de la polarisation rétablie) est augmenté. Ces variations peuvent être assez importantes pour être sensibles avec une couche superficielle, dont l'épaisseur ne dépasse pas $\frac{\lambda}{4000}$: une telle couche modifierait de 0,8 pour 100 le coefficient d'absorption apparent de l'argent, et de 0,5 pour 100 son indice apparent.

M. Drude cherche aussi l'effet d'un polissage imparfait (métal sillonné de traits dans toutes les directions). Celui-ci diminue un peu l'incidence principale et beaucoup l'azimut principal.

---

(1) DRUDE, *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 865; 1889.

Pour mesurer les vraies constantes optiques d'un métal, il faut donc que le miroir employé soit plan, bien poli et exempt de couche superficielle : la première condition n'intéresse que la mesure de l'intensité absolue réfléchie; mais les dernières sont indispensables. Afin de les réaliser le mieux possible, M. Drude étudie la surface métallique au microscope pour en vérifier le polissage, et à l'aide du compensateur de Jamin, pour constater l'absence de couche superficielle : il se fonde sur ce que toute impureté a pour effet de diminuer la différence de marche entre les deux composantes de la vibration elliptique; il faut donc nettoyer la surface jusqu'à obtenir une valeur maximum invariable de cette différence de marche, ce qui avec le bismuth, par exemple, peut exiger de fort longs tâtonnements.

En général, il faut enlever la couche superficielle en employant à cet effet des limes d'acier neuves, puis racler avec un couteau soigneusement nettoyé (avec du papier d'émeri neuf), enfin polir aux diverses sortes de papier d'émeri, depuis les plus grossières jusqu'au n° 0000. Nous renverrons le lecteur au Mémoire original pour le détail de ces opérations, auxquelles il nous semble qu'on devrait toujours avoir recours, lorsqu'il s'agit d'étudier les propriétés superficielles (capillaires, électriques, etc.) des divers métaux.

Toutes les mesures de M. Drude ont consisté à évaluer les éléments de l'ellipticité au voisinage de l'angle de polarisation, et à en déduire les diverses constantes, conformément à une méthode qu'il a antérieurement décrite (1). Les résultats relatifs à la lumière du sodium sont résumés dans le Tableau suivant. n désigne l'indice, $n\varkappa$ le coefficient d'absorption, φ l'incidence principale, ψ l'azimut principal.

---

(1) DRUDE, *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 489; 1888. Au premier degré d'approximation les diverses constantes des métaux sont liées à l'incidence et à l'azimut principal φ et ψ par les formules suivantes, contenant deux quantités auxiliaires S et Q,

$$S = \sin\varphi \tang\varphi, \qquad Q = 2\psi,$$

$$n = S\cos Q, \qquad n\varkappa = S\sin Q, \qquad \varkappa = \tang\varphi,$$

$$J = \frac{1+S^2-2n}{1+S^2+2n}.$$

Métal.	n.	$n\varkappa$.	$\varkappa$.	φ.	ψ.
Argent........	0,181	3,67	20,2	75°.42'	43°.25'
Or...........	0,366	2,82	7,70	72.18	41.39
Cuivre........	0,641	2,62	4,08	71.35	38.57
Platine.......	2,06	4,26	2,06	78.30	32.35
Nickel........	1,79	3,32	1,85	76. 1	31.41
Acier.........	2,41	3,40	1,38	77. 3	27.49
Fer...........	2,36	3,20	1,36	76.30	27.39
Zinc..........	2,12	5,48	2,60	80.35	34.45
Étain.........	1,48	5,25	3,55	79.57	37.24
Bismuth.......	1,90	3,66	1,93	77. 3	31.57
Plomb........	2,01	3,48	1,73	76.42	30.45
Aluminium....	1,44	5,23	3,64	79.55	37.44
Cadmium......	1,13	5,01	4,43	79.22	38.52
Antimoine.....	3,04	4,94	1,63	80.26	29.35
Magnésium....	0,373	4,42	11,8	77.57	42.42
Mercure.......	1,73	4,96	2,87	79.34	35.43

Pour les métaux purs préparés de diverses manières, les constantes paraissent peu variables, contrairement à ce qu'avaient annoncé d'autres expérimentateurs. Ainsi l'on trouve pour diverses variétés d'argent :

	n.	$n\varkappa$.	$\varkappa$.
Argent pur de coupelle	0,169	3,65	21,7
Argent électrolytique..........	0,170	3,62	21,2
Argent pur précipité..........	0,206	3,69	18
Le même recuit...............	0,180	3,71	20,6

Voici encore quelques résultats relatifs à des alliages :

Alliage.	n.	$n\varkappa$.	$\varkappa$.
Or à 18 karats (¹)...	0,570	3,04	5,31
Cuivre...... 75 / Nickel...... 25	1,55	3,32	2,14
Alliage de Wood (²) solide....	2,03	4,65	2,29
» liquide...	2,10	4,50	2,15

De tous ces corps, le plus transparent pour la lumière du sodium est le cuivre ($n\varkappa = 2,6$), le plus opaque le zinc ($n\varkappa = 5,5$). L'argent a l'indice le plus faible $n = 0,18$; l'antimoine le plus fort $n = 3,04$.

(¹) Or, 75; argent, 11,1; cuivre, 13,8; fer, 0,6.

(²) Bismuth, 50; plomb, 26,5; étain, 13,5; cadmium, 10.

2. En ce qui concerne la dispersion, M. Drude se borne à comparer les résultats obtenus avec la lumière jaune et avec la lumière rouge. Dans le Tableau suivant, les lettres accentuées se rapportent à la lumière rouge, et J désigne l'intensité réfléchie sous l'incidence normale.

Métal.	$n\varkappa$.	$n'\varkappa'\frac{\lambda}{\lambda'}$.	n.	n'.	$\varkappa$.	$\varkappa'$.	J.	J'.
Bismuth......	3,66	3,68	1,90	2,07	1,93	1,90	65,2	66,9
Plomb pur.....	3,48	3,21	2,01	1,97	1,73	1,74	62,1	62,2
» impur...	3,41	»	1,97	»	1,74	»	62,0	»
Mercure pur....	4,96	4,86	1,73	1,87	2,87	2,78	78,4	78,9
» impur..	4,88	»	1,55	»	3,14	»	79,6	»
Platine pur.....	4,26	4,17	2,06	2,16	2,06	2,06	70,1	71,2
» impur...	4,12	»	2,15	»	1,92	»	68,0	»
Or pur.........	2,82	2,94	0,366	0,306	7,71	10,2	85,1	89,5
» impur.......	3,04	»	0,570	»	5,31	»	81,8	»
Antimoine......	4,94	4,62	3,04	3,17	1,63	1,56	70,1	70,0
Étain solide....	5,25	5,13	1,48	1,66	3,55	3,30	82,5	82,2
» liquide....	4,50	»	2,10	»	2,15	»	71,9	»
Cadmium......	5,01	4,96	1,13	1,31	4,43	4,05	84,7	84,5
Argent.........	3,67	3,70	0,181	0,203	20,3	19,5	95,3	95,3
Zinc...........	5,48	5,17	2,12	2,36	2,60	2,34	78,6	77,4
Cuivre pur.....	2,62	2,84	0,641	0,580	4,09	5,24	73,2	80,0
» impur...	2,64	»	0,686	»	3,85	»	72,1	»
Cuivre.. 75 / Nickel.. 25 ...	3,32	»	1,55	»	2,14	»	64,0	»
Nickel.........	3,32	3,32	1,79	1,89	1,86	1,88	62,0	63,7
Fer............	3,20	»	2,36	»	1,36	»	56,1	»
Acier..........	3,40	3,24	2,41	2,62	1,38	1,32	58,5	58,5
Aluminium.....	5,23	5,10	1,44	1,62	3,63	3,36	82,7	82,4
Magnésium.....	4,42	4,31	0,37	0,40	11,8	11,5	92,9	93,5
Alliage de Wood solide........	4,65	»	»	»	2,29	»	»	»
Alliage liquide..	4,50	»	2,10	»	2,15	»	71,9	»

Le plomb, l'or et le cuivre présentent seuls, d'après ce Tableau, la dispersion normale (indice plus petit pour le rouge que pour le violet); tous les autres métaux ont une dispersion anomale.

3. Les coefficients optiques des métaux ne varient pas sensiblement avec la température, contrairement à ce qui avait été annoncé par M. Kundt, d'après des expériences sur des lames minces.

4. D'après M. Kundt (¹), le produit de l'indice n par la conductibilité électrique serait un nombre constant. Les mesures de M. Drude ne vérifient pas cette loi. Dans le Tableau suivant, les conductibilités c sont exprimées en unités arbitraires et empruntées à Matthiessen.

Métal.	n.	c.	nc.
Argent	0,20	100,0	20
Cuivre	0,58	77,4 à 93,1	45 à 54
Or	0,31	55,9	17
Aluminium	1,62	33,8	55
Zinc	2,36	27,4	65
Magnésium	0,40	25,5	10
Cadmium	1,31	22,1	29
Fer	2,52	14,4	36
Étain	1,66	12,6	21
Platine	2,16	11,5	25
Plomb	1,97	10,5	21
Antimoine	3,17	4,3	14
Mercure	1,87	1,6	3
Bismuth	2,07	1,2	2

La théorie électromagnétique de la lumière conduit aux deux relations

$$\frac{n^2\varkappa}{\lambda V} = \mu c, \qquad n^2 - n^2\varkappa^2 = \mu K V^2,$$

dans lesquelles μ désigne la perméabilité magnétique, c la conductibilité électrique, K la constante diélectrique du métal, enfin V la vitesse de la lumière. La première de ces relations peut être contrôlée par les recherches de M. Drude, puisque c est connu et que μ est égal à 1 pour tous les métaux étudiés sauf le fer, le nickel et le bismuth. Pour une même couleur $n^2\varkappa$ devrait donc être sensiblement proportionnel à c, ce qui ne se vérifie pas, même de loin (²). On sait d'ailleurs que M. Wien a prouvé (³) que, pour l'argent, $\frac{n^2\varkappa}{\lambda V}$ et c sont d'un ordre de grandeur absolument différent.

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VII, p. 257-258.

(²) Comme $n\varkappa$ ne varie guère d'un métal à un autre, que du simple au double, n devrait, dans la plupart des cas, être grossièrement proportionnel à c, et non en raison inverse de c, comme le veut M. Kundt. Au reste, les deux lois sont également contredites par l'expérience.

(³) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 593.

H. MURAOKA. — Sur le résidu électrique, t. XL, p. 329-331.

Conformément à la théorie de Maxwell, l'auteur trouve que des substances pures qui, prises isolément, n'offrent pas de résidu électrique, fournissent un résidu quand on les superpose, *pourvu que l'une d'elles offre une conductibilité appréciable.*

A. HEYDWEILLER. — 1. Sur le passage de l'électricité à travers les gaz. 2. Sur la chute de potentiel le long de l'étincelle, t. XL, p. 464-480.

De la discussion des expériences de MM. Baille, Liebig, Wolf, Freyberg, Quincke et Paschen, M. Heydweiller tire les conclusions suivantes :

On peut expliquer les particularités offertes par la différence de potentiel explosive en admettant que les électrodes sont entourées d'une atmosphère condensée; mais il faut, pour cela, attribuer à cette atmosphère *une épaisseur et une densité moyennes très supérieures à ce que l'on pouvait prévoir et qui de plus serait fonction de la courbure des électrodes.*

On trouve alors que la chute de potentiel moyenne le long de l'étincelle est indépendante de la distance explosive et croît avec la courbure des électrodes. Cette chute de potentiel permet de calculer la plus haute charge que puisse conserver dans l'air une sphère isolée de rayon donné.

E. WARBURG. — Méthode pour introduire du sodium métallique dans les tubes de Geissler. — Sur la chute de potentiel à la cathode dans la décharge lumineuse, t. XL, p. 1-17.

1. Le sodium que l'on introduit dans les tubes de Geissler pour absorber les dernières traces d'oxygène peut, à cause de la propriété que possède ce métal d'absorber divers gaz, y apporter des impuretés. On évitera cet inconvénient en dégageant directement le sodium à l'intérieur des tubes de Geissler par électrolyse de leur paroi. M. Warburg plonge la partie inférieure du tube, munie d'un appendice cylindrique, dans un bain d'amalgame de sodium à 300° en relation avec le pôle positif d'une batterie d'accumulateurs de 1000 à 1200 volts. Le pôle négatif est rattaché à la cathode à la partie supérieure du tube, et, par suite, communique avec la paroi intérieure.

2. Dans un Mémoire antérieur, M. Warburg ([1]) a montré que la chute de potentiel à la cathode (*Cathodengefälle*, entre la cathode et un point pris à la partie la plus interne de l'auréole négative) conserve une valeur constante d'environ 260 volts dans l'azote légèrement humide, tandis que, dans l'azote sec, cette chute de potentiel est plus grande et croît avec le temps jusqu'à environ 410 volts. Cet accroissement ne peut être attribué qu'à une action chimique produite à l'intérieur du tube et ayant pour origine les impuretés de l'azote.

Avec les nouveaux tubes à sodium, M. Warburg trouve une différence de potentiel invariable avec le temps, indépendante de la pression du gaz et de l'intensité du courant; elle est de 232 volts avec des électrodes de platine, de 207 volts avec des électrodes de magnésium. La variation eonstatée avec l'azote sec dans les tubes ordinaires est donc liée à la présence de l'oxygène; d'autres impuretés, introduites à dessein dans les tubes, ont été à peu près sans effet.

L'hydrogène se comporte comme l'azote; les différences de potentiel cathodiques normales sont de 300 volts avec le platine, de 168 seulement avec le magnésium.

W.-C. RÖNTGEN. — Propriétés électriques du quartz, t. XXXIX, p. 16-24.

Quand on tord un cristal de quartz autour de son axe optique, on développe, d'après M. Röntgen, une électrisation. Un plan P coïncidant avec l'un des plans neutres pour les phénomènes piézo-électriques et un second plan Q perpendiculaire à celui-ci divisent la surface du cristal en quatre zones alternativement positives et négatives. L'intensité de l'électrisation croît avec la torsion et change de signe avec celle-ci. Le signe de l'électricité dans la zone bissectée par un plan neutre piézo-électrique a été trouvé inverse pour deux cristaux l'un droit, l'autre gauche.

Inversement si l'on électrise les quatre zones d'un cristal comme elles s'électriseraient par une torsion dans un certain sens, on observe que le cristal se tord en sens contraire.

Ces expériences prouvent, d'après M. Röntgen, que les trois

([1]) WARBURG, *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 545; 1887.

axes secondaires du quartz perpendiculaires à l'axe optique ne doivent pas être considérés comme équivalents.

P. COHN. — Changements résiduels de la résistance des fils non recuits, t. XLI, p. 71-96.

Les expériences ont porté sur des fils de platine ou d'argent, récemment étirés et que l'on portait, pendant un temps plus ou moins long, à une température déterminée. Dans cette condition la résistance diminue toujours, d'abord rapidement, puis de plus en plus lentement, quoique de quantités toujours très faibles : la rapidité de la variation, pour une température déterminée, est d'autant plus grande que cette température est plus haute : la limite vers laquelle paraît tendre la résistance dépend aussi de la température.

M. Cohn considère cette variation de résistance comme un phénomène de nature résiduelle, consécutif à l'étirement des fils.

J. TRÖTSCH. — Sur l'influence de l'eau de cristallisation sur la conductibilité électrique des dissolutions salines, t. XLI, p. 259-287.

Les sels qui existent dans leurs dissolutions à l'état d'hydrates se comportent, au point de vue de la variation de leur conductibilité électrique avec la température, d'une autre manière que les sels anhydres. Pour ces derniers le coefficient de variation croît toujours avec la température, ou tout au moins demeure constant à partir d'une certaine limite; pour les premiers, ce coefficient commence à baisser à partir de la température à laquelle les molécules d'eau se séparent des molécules salines; la courbe des conductibilités présente toujours dans ce cas un point d'inflexion.

L'auteur en conclut que la théorie de la dissociation en ions, actuellement en vogue en Allemagne, se heurtera à de grandes difficultés tant qu'on ne voudra tenir aucun compte des divers hydrates qui peuvent exister dans les liqueurs.

E. WARBURG. — Sur la théorie de la polarisation galvanique, et en particulier sur les phénomènes électro-capillaires, t. XLI, p. 1-17.

M. Warburg suppose que le courant de polarisation est un courant de conduction ordinaire. Il s'appuie d'ailleurs sur ce fait, démontré expérimentalement par lui dans un Mémoire anté-

rieur ([1]), qu'une dissolution d'un électrolyte non privée d'air, en contact avec du mercure, contient un sel de mercure.

Tout courant de conduction traversant une auge électrolytique à électrodes de mercure produit une différence de concentration du sel de mercure au contact des deux électrodes, et transforme ainsi l'auge en une pile dont la force électromotrice peut être calculée *a priori*. M. Warburg pense que cette conception suffit à rendre compte de tous les faits connus en électro-capillarité.

F. TEGETMEIER. — Sur la conductibilité électrolytique du verre et du cristal de roche, t. XLI, p. 18 41.

L'analyse de certains échantillons de quartz conducteur ayant prouvé qu'ils ne contenaient que des traces de sodium associées à une quantité notable de lithium, M. Tegetmeier a cherché si l'amalgame de lithium pouvait remplacer l'amalgame de sodium dans les expériences d'électrolyse du verre et du quartz ([2]), et il a prouvé qu'il en est bien réellement ainsi. Le verre de lithine produit par l'électrolyse est poreux et, par suite, diffuse la lumière, ce qui permet de suivre l'altération du verre de l'anode à la cathode.

Aucun autre amalgame, parmi ceux qui ont été essayés par M. Tegetmeier (potassium, calcium, magnésium, aluminium, zinc, étain, bismuth, or), ne peut remplacer les amalgames de sodium ou de lithium.

M. Tegetmeier discute et repousse l'opinion émise par M. J. Curie ([3]) que la conductibilité du verre et du quartz est due à des traces d'une solution aqueuse contenue dans des canaux qui, dans le cas du verre, seraient répartis dans toutes les directions et, dans le cas du quartz, seraient tous orientés dans la direction de l'axe optique. La conductibilité spécifique de la matière très raréfiée à laquelle on doit attribuer la conductibilité est beaucoup plus grande dans le quartz que dans le verre.

([1]) WARBURG, *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 328; 1889. Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 102.

([2]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 598.

([3]) Thèse de doctorat, 1888.

J. GILL. — Phénomènes calorifiques produits par le courant à la surface de séparation d'un métal et d'un liquide, t. XL, p. 115-138.

M. Jahn (¹) ayant étudié, par une méthode calorimétrique directe, dont l'emploi exigeait un passage du courant d'assez longue durée, le phénomène de Peltier à la surface de contact d'un métal et d'un électrolyte, était ainsi arrivé à des nombres tout à fait différents des miens (²). M. Gill reprend la même question avec une sorte de bolomètre qui lui permet de mesurer les échauffements ou les refroidissements produits au bout de 15″, par exemple; il retrouve des résultats conformes à ceux que j'avais énoncés.

La branche active du bolomètre de M. Gill est formée d'un fil de cuivre enroulé sur une sorte de treillis en ivoire et isolé par plusieurs couches d'une dissolution de gutta-percha dans le chloroforme. Cet appareil se place tout contre la surface d'une feuille de platine recouverte d'un mince dépôt du métal que l'on veut étudier et qui sert d'électrode dans l'électrolyse d'une dissolution d'un sel de ce métal.

M Gill retrouve les irrégularités que j'avais signalées, par exemple pour le nickel dans les sels de nickel, le platine dans l'acide sulfurique étendu, et en indique d'autres qui peuvent, comme les précédentes, s'expliquer par des actions secondaires des gaz occlus.

Le Tableau suivant se rapporte aux cas relativement simples que j'ai étudiés quantitativement. Les nombres de la première colonne ont été calculés par M. Jahn d'après mes mesures des forces électromotrices thermo-électriques métal-liquide; ceux de la deuxième colonne sont ceux que M. Jahn a mesurés; enfin ceux des deux dernières colonnes sont déduits des mesures de M. Gill après une minute et quinze secondes, en admettant comme exact le nombre calculé pour le zinc dans le sulfate de zinc.

			Gill.	
Combinaison.	Calcul.	Jahn.	1′.	15″.
Zinc — Sulfate de zinc.....	—9,57	—2,14	—9,57 admis	—9,57 admis
Cadmium — Sulfate de cad..	—8,22	+4,29	—7,94	—7,94
Cuivre — Sulfate de cuivre..	—9,42	—1,40	—6,16	—8,17
Argent — Nitrate d'argent..	+2,27	+7,53	+3,52	+3,14

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 94.

(²) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, p. 341, et t. IX, p. 229 et 306.

F. STREINTZ et G. NEUMANN. — Contribution à la théorie de l'élément secondaire, t. XLI, p. 97 à 112.

Les auteurs résument ainsi le résultat de leurs études :

Tous les phénomènes présentés par les éléments secondaires trouvent leur explication dans les propriétés du plomb, de son sulfate, de son peroxyde et des ions gazeux oxygène et hydrogène. Dans la décharge, la surface métallique de la plaque négative se transforme en sulfate, puis partiellement en peroxyde, tandis que le peroxyde de la plaque positive se transforme superficiellement en sulfate; pendant la charge, le sulfate disparaît des deux plaques, de telle sorte qu'à la fin de la charge la plaque négative est formée de plomb saturé d'hydrogène, la plaque positive de peroxyde de plomb seulement.

A. GOCKEL. — Sur le siège de la variation de la force électromotrice d'éléments galvaniques avec la température, t. XL, p. 450-563.

M. Gockel étudie une série assez nombreuse d'éléments galvaniques réversibles, et montre que le coefficient de variation de l'élément entier avec la température peut toujours, au degré de certitude que comportent les expériences, être calculé comme la somme des coefficients de variation déterminés expérimentalement pour chacune des surfaces de contact que comprend l'élément étudié.

(*A suivre.*) E. BOUTY.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXIV; novembre 1891.

MASCART. — *Sur les anneaux colorés*, p. 373.
BOUTY. — *Étude des propriétés diélectriques du mica*, p. 394.

Wiedemann's Annalen.

T. XLIV; n° 9, 1891.

W.-C. RONTGEN. — *Sur la compressibilité du sulfure de carbone, du benzol, de l'éther éthylique et de quelques alcools*, p. 1.

W.-C. Röntgen et L. Zehnder. — *Influence de la pression sur les indices de réfraction de l'eau, du sulfure de carbone, du benzol, de l'éther éthylique et de quelques alcools*, p. 24.

Th. Lohnstein. — *Influence de la capillarité sur l'équilibre des corps flottants*, p. 52.

V. Bjerknes. — *Amortissement d'oscillations électriques rapides*, p. 74.

V. Bjerknes. — *Sur le phénomène de la résonance multiple des ondes électriques*, p. 92.

R. Colley — *Appareil pour l'observation des oscillations électriques lentes*, p. 102.

R. Colley. — *Sur la théorie de l'appareil de Ruhmkorff*, p. 109.

F. Narr. — *Sur la déperdition de l'électricité*, p. 133.

C. Fromme. — *Recherches expérimentales sur le magnétisme*, p. 138.

Th. Lohnstein. — *Remarques sur les recherches de M. von Bezold sur la polarisation diélectrique*, p. 164.

W. Voigt. — *Rectifications*, p. 168.

W. Marek. — *Dilatation de l'eau*, p. 171.

G. Adler. — *Sur une conséquence de la théorie de Poisson-Mossoti*, p. 173.

T. XLIV; n° 10, 1891.

A. Winkelmann. — *Sur la conductibilité des gaz*, p. 177.

L. Arons et H. Rubens. — *Vitesse de propagation d'ondes électriques dans des isolants solides*, p. 206.

J. Vanni. — *Sur la variabilité apparente de l'équivalent électrochimique du cuivre*, p. 214.

W. Schrader. — *Sur la résistance à la diffusion des courants électriques qui, des bases d'un cylindre circulaire, se propagent dans un milieu plus étendu*, p. 222.

E. Pfeiffer. — *Sur l'attaque du verre par l'eau et sur une méthode électrique pour l'étudier*, p. 239.

J. Ferche. — *Sur quelques propriétés physiques du benzol*, p. 265.

P. Lebedew. — *Sur la mesure de la constante diélectrique des vapeurs et sur la théorie des diélectriques de Mossoti-Clausius*, p. 288.

E. Lommel. — *Sur la direction de la vibration de la lumière polarisée*, p. 311.

Ch. Bohr et J. Bock. — *Mesure de la solubilité de quelques gaz dans l'eau entre 0° et 100°*, p. 318.

V. Dvorak. — *Théorie des interrupteurs automatiques*, p. 344.

R. Wachsmuth. — *Rotation électromagnétique du plan de polarisation de quelques dissolutions acides et salines*, p. 377.

Sv. Arrhenius. — *Réponse à une remarque de M. H. Ebert*, p. 383.

TABLE DES MATIÈRES.

NOVEMBRE 1891.

(*Voir* la suite à la page 3.)

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION DE MM.

ALLUARD, ANDRÉ, ANGOT, BAILLE, H. BECQUEREL, BENOIT, BERTHELOT,
BERTRAND, BICHAT, BLONDLOT, BOUTAN, BRANLY, BRILLOUIN, BRISSE,
B. BRUNHES, CAILLETET, CASPARI, CROVA, DAGUENET, DAMIEN,
DEPREZ, DUFET, DUHEM, DUTER, ELIE, FERNET, FOUSSEREAU, GARIEL, GERNEZ,
GOUY, GRÉHANT, GUÉBHARD, GUILLAUME, GRIPON, HAUDIÉ,
JOUBERT, KROUCHKOLL, LEDUC, LEMOINE, LESPIAULT, LIPPMANN,
J. MACÉ DE LÉPINAY, MALLARD, MAREY, MARIÉ-DAVY, MATHIAS, MAURAT,
MERCADIER, MOUTIER, NEYRENEUF, PELLAT, L. POINCARÉ, PIONCHON,
RAOULT, RAYET, RESAL, RIVIÈRE, DE ROMILLY, SARRAU, SEBERT, VIOLLE, WOLF.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — DÉCEMBRE 1891.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18 à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

[...]INATION EXPÉRIMENTALE DE LA VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES;

PAR M. R. BLONDLOT.

[...]z, à qui l'on doit d'avoir établi expérimentalement l'exis[...] ondulations électromagnétiques, a été, comme l'on sait, [...]reux lorsqu'il a cherché à démontrer que leur vitesse de [...]on dans l'air est précisément égale à la vitesse de la [...]e fait de la résonance multiple, découvert par MM. Sar[...] le la Rive a, comme l'a montré M. Cornu ([1]), rendu le principe même de la méthode employée par M. Hertz; M. H. Poincaré a signalé l'omission du facteur $\sqrt{2}$ dans la [...] la période ([2]).

[...]écemment, M. Lecher, qui a découvert un procédé très exact pour mesurer les longueurs d'ondes électromagnétiques, a cherché à résoudre la question par une méthode fondée sur ce procédé ([3]). Malheureusement, MM. Cohn et Heerwagen ont constaté depuis ([4]) que les expériences de M. Lecher sont fondées sur une théorie inexacte, que c'est uniquement par hasard qu'elles l'ont conduit à assigner aux ondes électriques une vitesse de propagation égale à celle de la lumière, et qu'en suivant la méthode de M. Lecher on obtient, suivant les conditions de l'expérience, des valeurs très différentes de la vitesse. La question restait donc entière quand j'ai entrepris le présent travail.

Je vais d'abord indiquer la suite des idées qui m'ont conduit à la méthode que j'ai employée pour étudier la vitesse de propagation des ondes électriques.

Puisque, comme l'ont montré MM. Sarrasin et de la Rive, c'est le résonateur qui détermine la longueur d'onde qu'on observe,

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CX, p. 75; 1890.

([2]) *Ibid.*, t. CXI, p. 322; 1890.

([3]) *Wiener Sitzungsberichte*, t. XCIX, p. 340; 1890.

([4]) *Wiedemann's Annalen*, t. XLIII, p. 344.

l'équation $\lambda = VT$, qui relie la longueur d'onde λ à la vitesse de propagation V et à la période T, doit être vérifiée si l'on substitue à λ et à T les valeurs de la longueur d'onde et de la période propres au résonateur employé, et à V la vitesse de propagation des ondes.

Les observations classiques de N. Savart sur les interférences produites par la réflexion d'une onde sonore sur une surface plane dans un milieu indéfini nous offrent un cas tout pareil (1). Savart a en effet reconnu que, si l'on explore à l'aide d'un résonateur le champ sonore dû à un bruit complexe, tel que celui de la mer, d'une voiture roulant sur le pavé, d'une chute d'eau, etc., on observe une série de nœuds dont l'intervalle est la moitié de la longueur d'onde du son propre du résonateur employé; autrement dit, pour chaque résonateur, l'équation $\lambda = VT$ est satisfaite si l'on y substitue, à V la vitesse du son, à T la période propre au résonateur, et à λ le double de l'internœud trouvé en explorant ce champ avec le résonateur.

Appliquant cette proposition au cas de ce que j'appellerai le *bruit électrique,* produit par l'excitateur de Hertz, on voit que, pour connaître la vitesse de propagation des ondes électriques, il suffit de déterminer, d'une part, la période T du résonateur, d'autre part la longueur d'onde λ définie par ce dernier. Tel est le programme que je me suis proposé de remplir.

Après avoir essayé infructueusement de mesurer T par l'expérience, j'ai tourné la difficulté en construisant le résonateur de telle façon que l'on pût déterminer à coup sûr sa période par un calcul s'appuyant sur les lois les mieux établies de l'électromagnétisme. Je vais décrire l'un de ces résonateurs.

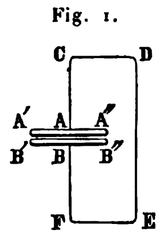
Un condensateur est formé par deux armatures circulaires en laiton A′A″, B′B″ (*fig.* 1), de 6^{cm} de rayon, et dont l'écartement est une fraction de millimètre; ces deux armatures sont reliées entre elles par un circuit rectangulaire ACDEFB, formé d'un fil de cuivre de $0^{cm},184$ de diamètre, dont les extrémités A et B sont implantées près des bords des armatures; le côté DE a une longueur de 20^{cm}, le côté DC une longueur de 10^{cm}. L'épaisseur du conden-

---

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. VII, p. 1068.

sateur, armatures et diélectriques étant 1^{cm}, la longueur totale est 59^{cm}. Cette longueur étant très petite par rapport à la longueur d'onde λ, comme la mesure de λ l'a confirmé ultérieurement, il en résulte que, lorsque le résonateur fonctionne, *l'intensité du courant oscillatoire est sensiblement la même dans toute la longueur du circuit.*

Fig. 1.



En conséquence, on peut appliquer au résonateur la formule donnée par Sir W. Thomson pour la décharge oscillatoire d'une batterie; comme M. Lippmann a montré d'autre part que, dans le cas d'oscillations très rapides, on peut négliger la résistance, la formule devient, dans le cas présent, en désignant par C la capacité du condensateur, et par L la self-induction du circuit

$$T = 2\pi\sqrt{CL}.$$

On a donc à déterminer C et L en unités électromagnétiques. La signification précise de C est la suivante : c'est la charge que prend l'une des armatures du condensateur lorsqu'elle est portée au potentiel $+\frac{1}{2}$, l'autre étant au potentiel $-\frac{1}{2}$, les potentiels étant, bien entendu, mesurés en unités électromagnétiques.

Pour mesurer cette capacité, j'ai employé la méthode, aujourd'hui classique, donnée par Maxwell dans le second volume de son *Traité sur l'électricité et le magnétisme*, n° 775. Afin d'obtenir la valeur précise de C définie plus haut, on employait une pile composée d'un nombre pair de couples, dont le milieu était réuni au sol, ou bien, ce qui revient au même, on opérait en mettant à la terre l'une des armatures et corrigeant ultérieurement le résultat à l'aide d'une seconde expérience ([1]). On retranchait la

---

([1]) *Voir* Cohn et Heerwagen, *loc. cit.*, p. 355.

capacité des fils de communication mesurée par une expérience spéciale.

Reste à déterminer la self-induction L du circuit. Remarquons d'abord que le courant doit être considéré comme fermé, grâce au déplacement électrique qui se produit dans le diélectrique entre les deux lames du condensateur. Ce courant peut être décomposé en courants linéaires juxtaposés; soit ds la longueur d'un élément d'un de ces courants et i son intensité; soient de même ds' et i' la longueur et l'intensité d'un autre élément de courant, r la distance de ces deux éléments et ε leur angle, le potentiel total du courant sur lui-même est

$$\int\int \frac{ii' \, ds \, ds' \cos\varepsilon}{r},$$

cette somme s'étendant à tous les éléments linéaires constituant le courant total. Voici comment je calcule cette somme :

Je rappellerai d'abord que M. Hertz a établi expérimentalement que des courants aussi rapides que ceux qui se produisent ici sont entièrement localisés à la surface des conducteurs, dans lesquels ils ne pénètrent pas à une profondeur appréciable. Les deux éléments ds et ds' qui entrent dans un terme de la somme appartiennent soit au même segment rectiligne du fil, soit à deux segments différents.

Considérons d'abord le premier cas; la somme des termes qui lui correspond se trouve toute faite dans le cours de M. H. Poincaré (*Électricité et Optique,* t. II, p. 156); c'est, en désignant par l et d la longueur et le diamètre du segment cylindrique considéré, et l'intensité du courant total étant supposée égale à l'unité électromagnétique

$$2l\left(\mathrm{L}\,\frac{4l}{d} - 1\right);$$

on aura ainsi cinq termes pour les segments AC, CD, DE, EF, FB, et en ajoutant les résultats, on obtiendra toute la portion de l'intégrale double se rapportant au cas où le ds et le ds' entrant dans un terme se trouvent sur le même segment rectiligne.

Considérons maintenant le second cas; si ds et ds' appartiennent à deux segments perpendiculaires entre eux, $\cos\varepsilon = 0$ et les termes correspondants de l'intégrale sont nuls; restent les couples

de segments parallèles

CD, EF, pour lequel $\cos\varepsilon = -1$,
AC, DE, »
FB, DE, »
AC, FB, pour lequel $\cos\varepsilon = +1$.

Le diamètre du fil étant très petit par rapport aux côtés du rectangle, on peut, sans erreur sensible, considérer dans le calcul de ces sommes les fils comme réduits à leurs axes. Les calculs, quoique longs, s'effectuent alors sans difficulté; je ne les reproduirai pas ici. On n'a pas à tenir compte des courants qui ont leur siège dans le condensateur lui-même, car le flux d'électricité y est tellement épanoui que la portion d'intégrale qui s'y rapporte ne peut être qu'extrêmement petite.

Connaissant ainsi C et L et, par suite, la période T, on n'a plus qu'à mesurer la longueur d'onde λ déterminée par le résonateur pour en déduire la vitesse de propagation des ondes de longueur λ. Comme MM. Sarrasin et de la Rive ont établi, expérimentalement, que la vitesse de propagation des ondes est la même dans l'air que le long de fils métalliques ([1]), j'ai employé ce dernier mode de propagation.

Pour cela, deux fils de cuivre horizontaux MN, M'N', d'environ 25^{m} de longueur, sont tendus parallèlement de façon que leur distance excède d'environ 1^{cm} le côté CD du circuit rectangulaire du résonateur; un pont $\mu\nu$ en fil de cuivre, mobile le long des fils parallèles, sert à établir une communication entre eux à une distance quelconque des extrémités M et N; on a ainsi un circuit $M\mu\nu N$, terminé aux extrémités M et N. Le long de ce circuit on envoie des ondes électriques très rapides à l'aide du dispositif employé par M. Hertz et par MM. Sarasin et de la Rive; l'excitateur est disposé au delà de MN ([2]).

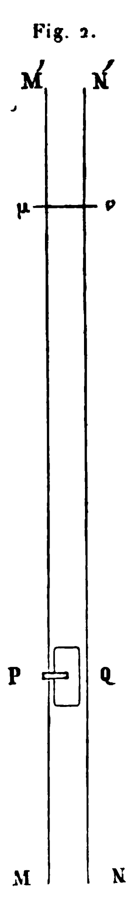
Le résonateur est installé à environ 10^{m} de M'N' vers PQ, il est fixé à l'aide d'un support isolant approprié de façon que les deux

([1]) *Ann. des Sc. phys. et nat.*, t. XXIII, p. 557; 1890.

([2]) En réalité, j'ai employé la plupart du temps, pour transmettre les ondulations, un autre procédé que je décrirai ailleurs; du reste, dans les expériences présentes, ce procédé donne exactement les mêmes résultats que celui de M. Hertz.

grands côtés DE et CF du circuit rectangulaire soient dans le plan des fils parallèles, compris entre eux et parallèle à eux : ils en sont

Fig. 2.

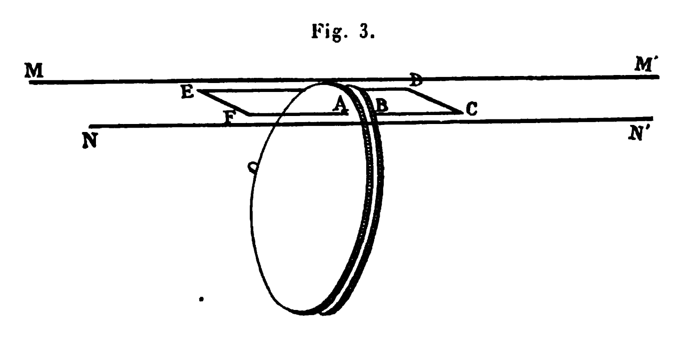


distants d'environ $0^{cm},5$. Afin de pouvoir placer le circuit rectangulaire entre les fils parallèles, sans être gêné par le condensateur, on a disposé ce circuit de façon que le rectangle, dont le plan est normal au résonateur, coupe celui-ci suivant une corde, comme le représente la figure.

Le résonateur est muni d'un petit micromètre à étincelles, formé d'une boule soudée à l'une des armatures et d'une pointe fixée à l'autre; la distance explosive peut être réglée à volonté à l'aide d'une vis.

L'appareil ainsi disposé, plaçons le pont à quelques décimètres du résonateur, entre celui-ci et M'N', puis faisons fonctionner la bobine de l'excitateur. Aussitôt un flux brillant d'étincelles jaillit

Fig. 3.



au micromètre du résonateur; si l'on éloigne peu à peu le pont, les étincelles diminuent d'éclat, puis finissent par disparaître; si l'on continue à éloigner le pont, les étincelles reparaissent au bout de quelques centimètres, puis deviennent de plus en plus brillantes. Il y a ainsi un intervalle dans lequel on peut déplacer le pont sans qu'il y ait d'étincelles. Resserrons les limites de cet intervalle en réglant la distance explosive, puis prenons leur moyenne : soit $\mu_1 \nu_1$ la position du pont ainsi déterminée, la longueur $P\mu_1\nu_1Q$ est, comme l'ont établi MM. Sarrasin et de la Rive, la moitié de la longueur d'onde propre au résonateur.

En divisant la valeur de λ ainsi obtenue par la valeur de T déterminée comme on l'a vu plus haut, on a la vitesse de propagation pour la longueur d'onde employée.

J'ai employé successivement quatre résonateurs, que je désignerai par des numéros d'ordre, et dont je vais donner les dimensions :

I. Condensateur de 6^{cm} de rayon; diamètre du fil $0^{cm},184$; côtés du rectangle $6^{cm},3$ et $10^{cm},2$; les grands côtés parallèles aux fils MN, M'N'; $L = 246,66$.

II. Condensateur de 6^{cm} de rayon; diamètre du fil $0^{cm},184$; côtés du rectangle 10^{cm} et 20^{cm}; les grands côtés parallèles aux fils MN, M'N'; $L = 518,2$ (c'est le résonateur qui a été pris comme exemple dans la description).

III. Condensateur de 6^{cm} de rayon; diamètre du fil $0^{cm},3$; côtés

du rectangle 10^{cm} et 20^{cm}; les grands côtés parallèles aux fils MN, M'N'; L = 460.

IV. Condensateur de 10^{cm} de rayon; diamètre du fil $0^{cm},22$, côtés du rectangle 10^{cm} et 40^{cm}; les grands côtés parallèles aux fils MN, M'N'; L = 973,2.

Chacun de ces quatre résonateurs pouvait servir à un nombre illimité d'expériences différentes, car on pouvait faire varier la capacité C en écartant plus ou moins les armatures du condensateur; ces armatures étaient maintenues à la distance choisie par quatre cales formées d'un fragment de baguette de verre étirée à la lampe et collées avec de l'arcanson.

Voici les résultats de onze expériences rangées suivant les longueurs d'onde croissantes :

Numéro du résonateur.	Longueur d'onde.	Vitesse.
	m	km
I.............	8,94	299300 par seconde
I.............	11,04	304100 »
I.............	11,58	301400 »
II.............	14,32	300800 »
II.............	16,20	298700 »
III.............	18,30	300700 »
II.............	18,32	293400 »
II.............	22,68	288300 »
III.............	25,72	295800 »
II.............	27,28	292700 »
IV.............	35,36	291400 »

J'ai encore varié l'expérience de la façon suivante : après avoir déterminé une première position $\mu_1\nu_1$ du pont produisant l'extinction du résonateur, j'ai éloigné ce pont de façon à déterminer une seconde position $\mu_2\nu_2$ produisant une nouvelle extinction : la longueur $P\mu_2\nu_2Q$ est alors égale à $3\frac{\lambda}{2}$; on obtient de même une troisième position du pont donnant $5\frac{\lambda}{2}$, et ainsi de suite. En employant pour cette expérience le résonateur I, j'ai trouvé pour la longueur d'onde, à l'aide de la première position du pont $11^m,04$, ce qui donne pour la vitesse 304100 (c'est la seconde expérience du Tableau), et à l'aide de la seconde, $10^m,90$, ce qui donne pour

la vitesse 300500. En donnant au même résonateur une capacité un peu plus grande, j'ai trouvé, à l'aide de la première position du pont $11^m,58$ pour la longueur, ce qui donne pour la vitesse 301400 (c'est la troisième expérience du Tableau), et à l'aide de la seconde $11^m,60$, ce qui donne pour la vitesse 302000; la troisième position a donné une troisième valeur de la longueur d'onde que, par mégarde, je n'ai pas notée, mais qui, j'en ai le souvenir certain, s'accordait parfaitement avec les deux premières.

On voit que les valeurs de la vitesse offrent une grande concordance, quoique les longueurs d'onde aient varié du simple au quadruple : la concordance est aussi grande que le comporte le degré de précision dans la détermination de la position du pont pour laquelle l'extinction a lieu. Le Tableau montre aussi que les dimensions du circuit rectangulaire sont sans influence sur la valeur de la vitesse et qu'il en est de même du diamètre du fil, quoique la self-induction soit une fonction de ces quantités. De plus, j'ai fait varier dans une large mesure les dimensions de l'excitateur primaire sans observer une variation de la longueur d'onde.

De tout ce qui précède on peut conclure que : *les ondulations électriques ont une vitesse de propagation unique, indépendante de la longueur d'onde, et que cette vitesse a une valeur voisine de* 297600^{km} *par seconde,* moyenne des treize déterminations rapportées.

D'après la théorie de Maxwell, la vitesse de propagation des ondes électriques doit être égale au rapport de l'unité électromagnétique à l'unité électrostatique d'électricité.

La détermination de ce rapport a été l'objet de nombreux travaux de précision; voici les résultats des plus récents, qui semblent les plus exacts :

Ayrton et Perry.........	296000×10^5
J. Thomson	296300×10^5
Himstedt...............	300800×10^5
Sir W. Thomson........	300400×10^5
E.-B. Rosa.............	300000×10^5
Rowland...............	298200×10^5
Pellat..................	300900×10^5

On voit que l'écart entre la valeur de la vitesse qui résulte de

mes expériences, 297600×10^5 centimètres par seconde, et ces déterminations, n'est pas plus grand que les différences qui existent entre quelques-unes d'entre elles. Les prévisions de Maxwell sont ainsi entièrement vérifiées par l'expérience. En même temps, la légitimité de l'application de la formule $T = 2\pi\sqrt{CL}$ aux résonateurs que j'ai employés se trouve confirmée *a posteriori*.

Afin de ne pas interrompre l'exposé de mes expériences et de leurs résultats, j'ai passé sous silence un certain nombre de détails et de particularités sur lesquelles je vais maintenant revenir.

Une première difficulté est la suivante : la région où se trouve le pont est trop éloignée de celle qu'occupe le résonateur pour qu'une même personne puisse à la fois observer l'étincelle et déplacer le pont, à moins d'employer un mécanisme compliqué. On eût pu, il est vrai, laisser le pont immobile et déplacer le résonateur, mais les secousses qui se produisent lors de cette translation dérèglent presque infailliblement le micromètre à étincelles : les expériences en sont rendues plus longues et moins précises. Il est préférable d'opérer à deux : une personne déplace le pont et une autre observe l'étincelle; cette dernière tient à la main un bâton, avec lequel elle frappe sur le parquet des coups répétés, d'autant plus forts et plus fréquents que le flux d'étincelles est plus vif; ce bruit donne à la personne qui manie le pont une représentation fidèle des variations de l'étincelle : on arrive ainsi à une détermination précise des limites de l'extinction.

J'ai été aidé dans ces expériences minutieuses par trois collaborateurs habiles et dévoués, MM. A. Perot, J. Colin et M. Dufour, qui ont bien voulu aussi se charger d'une grande partie des calculs numériques; je leur exprime ici mes bien sincères remerciements.

Une précaution importante consiste à déterminer les limites par l'extinction et non par le rallumage : leur intervalle est ainsi plus resserré, grâce à ce que l'échauffement produit par l'étincelle en facilite la prolongation.

Le fait capital de la résonance multiple, découvert par MM. Sarrasin et de la Rive, n'exclut pas toute influence de l'excitateur sur la résonance : cette influence consiste dans le plus ou moins de netteté des maxima et des minima de l'étincelle secondaire, selon que l'excitateur et le résonateur sont plus ou moins près d'être

d'accord. Par exemple, le résonateur I, avec la capacité qu'il avait dans la première expérience du Tableau, donnait à peine quelques étincelles, sans maxima ni minima marqués, sous l'influence d'un excitateur de grandes dimensions, qui, au contraire, donnait avec les résonateurs II, III et IV de bonnes déterminations. Ce fait a déjà été remarqué par MM. Cohn et Heerwagen (1). Pour faire des déterminations précises, il est important de chercher empiriquement pour chaque résonateur les dimensions de l'excitateur qui donnent les limites les plus rapprochées; du reste, l'accord n'a pas besoin d'être complet : comme je l'ai dit précédemment, il existe une grande latitude à ce sujet.

Voici encore une particularité intéressante : lorsqu'on est loin de l'accord, les deux limites de la disparition de l'étincelle ne sont pas également nettes; si l'excitateur a une période trop longue, la limite supérieure de la longueur d'onde est plus franche que l'autre; s'il a une période trop courte, c'est la limite inférieure qui est mieux accentuée. On est guidé par là quand on recherche les dimensions convenables de l'excitateur; une fois celles-ci obtenues, non seulement l'intervalle de disparition de l'étincelle est très petit, mais, de plus, les deux limites présentent la même netteté. Il faut remarquer que c'est seulement lorsque cette symétrie dans la netteté existe que l'on est en droit de prendre le milieu des positions limites d'extinction pour la position du minimum; lorsqu'il y a dissymétrie, il semble que le minimum soit plus près de la limite la plus nette que de l'autre. Je n'ai étudié ces questions incidentes que dans ce qu'elles avaient d'intéressant pour le but principal que je me proposais; elles mériteraient certainement une étude spéciale.

Enfin, j'ai vérifié que le diamètre des fils parallèles est sans influence et j'ai reconnu que leur longueur totale est indifférente, à condition qu'ils soient assez longs pour que le résonateur ne soit pas tout près de l'excitateur.

La méthode que j'ai employée pour déterminer la vitesse de propagation des ondes électriques repose uniquement sur des faits expérimentaux : elle est indépendante de toute théorie de la ré-

---

(1) *Loc. cit.*, p. 370.

sonance; il y a néanmoins un intérêt capital à constater que cette théorie, telle qu'elle a été établie par MM. H. Poincaré d'une part et V. Bjerknes d'autre part, confirme à son tour le fondement de ma méthode. MM. H. Poincaré et V. Bjerknes ont établi mathématiquement, chacun de son côté, que, si l'amortissement de l'excitateur est très grand par rapport à celui du résonateur, il doit se produire un système de nœuds et de ventres correspondant à la période d'oscillations propre au résonateur ([1]). Or, des expériences électrométriques ont montré à M. V. Bjerknes que le décrément logarithmique est, pour l'excitateur 0,26, et pour le résonateur 0,002 seulement ([2]); la condition ci-dessus est donc remplie. Par conséquent, l'application au résonateur de l'équation $\lambda = VT$ se trouve entièrement justifiée. Le mécanisme de la production des nœuds et des ventres, dans mes expériences, est vraisemblablement tout à fait analogue à celui que M. W. Bjerknes indique pour le cas de la réflexion contre une surface plane dans un milieu indéfini ([3]). Chaque protubérance d'une onde excitatrice communique deux impulsions au résonateur : l'une à l'aller par l'un des fils, l'autre par l'autre fil, après qu'elle a franchi le pont; la seconde impulsion renforce ou annule l'effet de la première, selon que le résonateur a, dans l'intervalle, accompli un nombre pair ou impair de demi-oscillations. Donc le résonateur sera dans un état vibratoire très fort ou très faible, selon que la longueur $P\mu\nu Q$ sera un multiple pair ou impair de la demi-longueur d'onde, qui correspond à ses vibrations propres.

Résumé et conclusions. — J'ai mesuré la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques à l'aide d'une méthode basée uniquement sur l'expérience et sur les lois les mieux établies de l'électromagnétisme; j'ai trouvé pour cette vitesse une valeur in-

---

([1]) H. Poincaré, *Sur la résonance multiple des oscillations hertziennes* (*Archives des Sc. phys. et nat.*, t. XXV, p. 609; 1891). — V. Bjerknes, *Ueber die Erscheinung der multiplen Resonanz electrischer Wellen* (*Wiedemann's Annalen*, Bd. XLIV, p. 99; 1891).

([2]) V. Bjerknes, *Ueber die Dämpfung schnellen electrischen Schwingungen* (*ibid.*, p. 89).

([3]) *Loc. cit.*, p. 93.

dépendante de la longueur d'onde, et égale à 297600^{km} par seconde.

Cette valeur est, au degré d'approximation des expériences, égale au rapport des unités électromagnétique et électrostatique d'électricité; elle est aussi égale, au même degré d'approximation, à la vitesse de la lumière.

Il serait téméraire de conclure de cette égalité que les vibrations lumineuses sont un cas particulier des vibrations électromagnétiques; toutefois, on ne peut méconnaître que le résultat obtenu soit favorable à cette hypothèse.

SUR LES CAUSES D'ERREUR DANS L'ÉTUDE DE LA DILATATION DU MERCURE PAR DULONG ET PETIT;

PAR M. A. LEDUC.

Le coefficient moyen de dilatation absolue du mercure entre 0° et $t°$ est fourni par l'expression

$$\mu = \frac{h - h_0}{h_0 t}.$$

Les erreurs que l'on peut faire dans cette expérience concernent les trois mesures de h_0, $(h - h_0)$ et t.

Remarquons d'abord que les résultats de Dulong et Petit diffèrent peu de ceux de Regnault, que l'on considère comme satisfaisants.

Valeurs de μ entre 0° et	100°.	200°.	300°.
D'après Regnault	0,0001815	0,0001840	0,0001866
D'après Dulong et Petit .	1802	1843	1887
Avec des écarts de	1	2	4

Il est particulièrement remarquable que les valeurs de μ, trouvées entre 0° et 200°, soient sensiblement identiques et que les écarts se produisent en sens contraire au-dessous et au-dessus de cette température; nous allons en donner une explication tout à l'heure.

1. *Mesure de h_0.* — La hauteur de l'appareil n'était que de 55^{cm}. On peut admettre qu'elle était connue à $\frac{1}{2}$ millimètre près; l'erreur commise sur h_0 était donc inférieure à $\frac{1}{1000}$.

2. *Mesure de $(h - h_0)$.* — Cette deuxième quantité était mesurée au moyen d'un excellent cathétomètre, dont la règle graduée, soigneusement étudiée, n'avait que 38^{cm}; $(h - h_0)$ pouvait être connu à $\frac{1}{50}$ de millimètre près. Mais $(h - h_0)$ n'atteignait que 1^{cm} à 100°; de sorte que l'erreur relative de chaque mesure pouvait dépasser $\frac{1}{500}$ à 100°, $\frac{1}{1000}$ à 200°, $\frac{1}{1500}$ à 300°.

Sans doute, il eût été avantageux de doubler la hauteur de l'appareil; mais nous voyons que l'erreur relative moyenne due aux mesures de hauteurs ne peut dépasser $\frac{1}{500}$ que dans le cas de l'expérience à 100° (1).

3. *Température.* — Le Mémoire de Dulong et Petit n'étant pas très explicite à cet égard, les auteurs des divers Traités de Physique émettent des opinions variées.

Contrairement à l'opinion de Regnault, il ne me paraît point douteux que Dulong et Petit aient employé le thermomètre à air *à l'exclusion du thermomètre à poids.* Car, d'une part, s'ils avaient employé ce dernier seul, ils auraient trouvé la valeur de μ sensiblement invariable à diverses températures, et, d'autre part, la moyenne des indications des deux instruments n'aurait aucun sens. De plus, l'emploi de cette moyenne aurait pour effet d'atténuer la variation de μ, tandis qu'au contraire ces variations ont été observées trop fortes.

Se sont-ils servis, comme on le prétend souvent avec Regnault, du *coefficient* de dilatation de l'air trouvé par Gay-Lussac et qu'ils avaient retrouvé eux-mêmes à peu de chose près? Évidemment non.

Car :

1° Ils n'en avaient nul besoin, la mesure des températures n'exigeant pas la connaissance des coefficients de dilatation, mais seulement de l'intervalle fondamental du thermomètre.

---

(1) Comme le fait remarquer Regnault, c'est fortuitement que l'écart des expériences à 100° s'est trouvé inférieur à $\frac{1}{1000}$.

2° L'erreur relative de ce coefficient de Gay-Lussac (0,00375) est de 0,023, c'est-à-dire bien supérieure aux écarts relevés dans le Tableau.

On ajoute parfois que le gaz enfermé dans le thermomètre était aussi mal desséché que celui de Gay-Lussac. Mais, d'après Rudberg, le coefficient de dilatation de l'air mal desséché peut varier entre 0,00366 et 0,00390. Il faudrait donc le plus grand hasard pour que l'air de Dulong et Petit eût à peu près le même coefficient que celui de Gay-Lussac.

3° L'emploi d'une valeur erronée du coefficient de dilatation de l'air n'expliquerait pas les écarts *en sens contraires*.

Voici donc comment les choses ont dû se passer :

L'instrument est porté d'abord à la plus haute température qu'il doit subir et mesurer. (A ce moment, l'extrémité du tube capillaire est plongée dans un godet plein de mercure.) Il est ensuite amené successivement à la température de *l'eau bouillante,* puis de *la glace fondante,* afin de déterminer son *intervalle fondamental.* L'observation de la hauteur de la colonne de mercure soulevée suffira pour connaître t.

Expérience à 100°. — La qualité du thermomètre n'intervient pas dans l'expérience faite à 100°. Cette température obtenue par *l'ébullition de l'eau* n'a pas besoin d'être mesurée ([1]).

L'écart de cette expérience peut être attribué, d'une part, aux erreurs précitées sur les hauteurs, et, d'autre part, à ce que la colonne de mercure n'est pas en tous ses points à la température du bain au moment de la mesure, surtout *à cause du procédé employé pour faire émerger* du bain d'huile la colonne de mercure, et peut-être aussi parce que le thermomètre était plus près de la paroi directement chauffée; de là une valeur trop faible de la dilatation observée (il suffisait que la température moyenne de la colonne fût comprise entre 99° et 99°,5 au lieu de 100°, ce qui est très vraisemblable).

([1]) On ne distinguait pas à cette époque la température de l'eau de celle de la vapeur et, dans le cas présent, la différence devait être faible.

Expérience à 200°. — Cette dernière cause d'erreur est combattue ici par ce fait que l'intervalle fondamental du thermomètre est trop grand. En effet, l'eau liquide qui adhérait aux parois à 0° a produit, en se vaporisant à 100°, un excès de pression, de sorte que, pour obtenir une variation de pression double de celle observée entre 0° et 100°, il faut élever la température du thermomètre au-dessus de 200°.

Ainsi, le thermomètre pouvait être à 202°, par exemple, lorsqu'on a lu 200°, tandis que la température moyenne de la colonne de mercure n'était que de 200°,5, ce qui expliquerait la concordance très approchée des résultats de Dulong et de Regnault à cette température.

Expérience à 300°. — Les mêmes causes produisent ici un effet inverse du premier; car l'erreur due à l'intervalle fondamental est doublée, tandis que la différence entre la température réelle du thermomètre et la température moyenne du mercure n'a pas sensiblement augmenté. La température lue est donc inférieure à celle de la colonne de mercure, ce qui donne une valeur trop grande du coefficient de dilatation.

N. B. — Indépendamment de ces causes d'erreur, la pression du gaz dans le thermomètre n'était pas très bien connue, à cause de la correction capillaire très forte, et par suite incertaine, que nécessitait le tube manométrique très fin; mais cette nouvelle erreur ainsi que celle sur $(h - h_0)$ sont accidentelles, et peuvent par conséquent disparaître dans les moyennes, tandis que l'erreur sur laquelle j'ai insisté plus haut est systématique.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

Tomes XXXIX, XL et XLI; 1890 (Suite) ([1]).

M. PLANCK. — Sur la production d'électricité et de chaleur au sein des électrolytes, t. XXXIX, p. 161-187.

Sur la différence de potentiel entre deux dissolutions étendues d'électrolytes binaires, t. XL, p. 562-576.

Dans ces deux Mémoires, M. Planck, après M. Nernst ([2]), adopte les vues de MM. F. Kohlrausch et Arrhenius sur la dissociation en ions des sels dissous, dissociation qui doit être complète dans les dissolutions très étendues. Il considère ces ions comme dissous séparément, et fait dépendre leurs mouvements de la pression osmotique supportée par chacun d'eux et des forces électrostatiques auxquelles ils se trouvent soumis.

Nous nous bornons à extraire de la seconde partie de ce travail le Tableau suivant, correspondant à des expériences de M. Nernst sur les forces électromotrices de contact de deux électrolytes binaires.

	Force électromotrice	
	observée (Nernst).	calculée (Planck).
HCl | KCl...........	+0,0285	+0,0282
HCl | NaCl..........	+0,035	+0,0334
HCl | LiCl..........	+0,040	+0,0358
KCl | NaCl..........	+0,0040	+0,0052
KCl | LiCl...........	+0,0069	+0,0077
NaCl | LiCl..........	+0,0027	+0,0024

J. ELSTER et H. GEITEL. — Production d'ozone par des surfaces de platine incandescentes; conductibilité électrique de l'air ozonisé par le phosphore, t. XXXIX, p. 321-331.

Une surface de platine incandescente ozonise l'air ambiant, même en l'absence de toute combustion.

([1]) *Voir* p. 517 de ce volume.

([2]) NERNST, *Zeitschrift für physik. Chemie*, t. II, p. 613, et t. IV, p. 129; 1888-89.

L'air qui s'ozonise au contact du phosphore humide conduit l'électricité à la manière des gaz de la flamme.

F. HIMSTEDT. — Méthode pour mesurer l'intensité des courants très puissants, t. XLI, p. 871-875.

M. Himstedt introduit dans le circuit une boussole des tangentes composée de deux cercles de cuivre assez grands et de diamètres assez voisins, que le courant parcourt en sens inverse.

W. DONLE. — Recherches sur l'aimantation transversale de lames mince d'acier, t. XLI, p. 288-298.

Si l'on taille dans des ressorts de montre de petites plaques rectangulaires et qu'on essaye de les aimanter transversalement, d'une manière permanente, par exemple entre les pôles d'un électro-aimant de Faraday, on ne constate, à l'aide de la limaille de fer, que la production d'un spectre très irrégulier, plutôt comparable à celui que donnerait une aimantation longitudinale suivant l'une des diagonales du rectangle. Suspendues librement, ces plaques se dirigent dans le plan du méridien magnétique, et non transversalement.

Ce n'est qu'à partir d'une épaisseur de plusieurs millimètres que l'on peut arriver à obtenir une aimantation permanente vraiment transversale.

P. PLESSNER. — Variation avec la température du magnétisme de quelques sels métalliques (groupe du fer), t. XXXIX, p. 336-346.

Conformément à ce qui avait été annoncé par M. G. Wiedemann [1], le coefficient de température relatif à la susceptibilité magnétique des sels de fer, de nickel et de cobalt dissous, a une même valeur de $-0,0035554 \pm 0,0000124$.

Quelques recherches ont été effectuées avec des sels solides. Elles ont fourni les valeurs suivantes du coefficient de température :

(1) G. WIEDEMANN, *Pogg. Ann.*, t. CXXVI, p. 1 ; 1865.

Sulfate de manganèse (desséché à 250°)......	0,002688
Sulfate de cobalt (»)......	0,002753

Pour le sulfate de nickel, il faut employer une formule à trois termes

$$K = K_0(1 - \alpha t - \beta t^2).$$

W. LOBACH. — **Dispersion rotatoire anomale du fer, du nickel et du cobalt, t. XXXIX, p. 346-360.**

L'épaisseur des couches transparentes a été déterminée par une méthode optique fondée sur la connaissance du coefficient d'absorption des métaux étudiés. Ces coefficients ont, d'après M. Rathenau, les valeurs suivantes :

Fer..........................	34600
Cobalt......................	38000
Nickel......................	40000

Voici les résultats obtenus. La rotation est exprimée en degrés et rapportée à une épaisseur de 1^{cm} :

Métal.	Li_α.	D.	E.	G.
Fer..............	223000	195000	145000	122000
Cobalt...........	185000	164000	15000	143000
Nickel............	96300	75200	64300	57000
Nickel (Uster)....	53600	38900	33800	»

La dispersion est anomale et beaucoup plus forte pour le fer que pour le cobalt et le nickel.

Le Tableau suivant fournit la comparaison des résultats de MM. Kundt (1) et de M. Du Bois (2) avec ceux de M. Lobach pour le rouge moyen :

	Fer.	Cobalt.	Nickel.
Kundt................	209000	»	»
Du Bois..............	»	198000	89000
Lobach...............	216000	180000	90000

(1) KUNDT, *Wied. Ann.*, t. XXVII, p. 195; 1886.
(2) DU BOIS, *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 760; 1887.

H.-E.-J.-G. Du BOIS. — Le phénomène magnéto-optique de Kerr, t. XXXIX, p. 25-42.

M. Du Bois emploie des ellipsoïdes de révolution allongés de matière magnétique qui, placés dans un champ magnétique uniforme, s'aimantent uniformément. La surface de ces ellipsoïdes présente de très petites parties planes et polies qui servent de miroirs. Il faut tenir compte de la perturbation apportée dans la distribution du magnétisme par ces miroirs; M. Kerr trouve, en effet, que la rotation croît quand le diamètre des petits miroirs diminue : une étude préalable est donc nécessaire pour réduire les résultats de l'expérience à ce qu'ils seraient si les miroirs étaient infiniment petits.

De l'ensemble de ses expériences, M. Du Bois conclut que la rotation doit être considérée comme exactement proportionnelle à la composante de l'aimantation normale au miroir. La rotation, considérée d'après le système anglais de la vis à droite, est négative pour le fer, le nickel et le cobalt, positive pour la magnétite (1). La dispersion des plans de polarisation est anomale. Les constantes de rotation pour les diverses radiations sont réunies dans le Tableau suivant; elles expriment en minutes la rotation produite par une aimantation dont la composante normale au miroir est de une unité C.G.S.

Couleur.	Raie.	$\lambda.10^6$ cent.	Cobalt.	Nickel.	Fer.	Magnésite.
Rouge	Li_α	67,1	−0,0208	−0,0173	−0,0154	+0,0096
Rouge	—	62	−0,0198	−0,0160	−0,0138	+0,0120
Jaune.....	D	58,9	−0,0193	−0,0154	−0,0130	+0,0133
Vert.....	*b*	51,7	−0,0179	−0,0159	−0,0111	+0,0072
Bleu......	F	48,6	−0,0181	−0.0163	−0,0101	+0,0026
Violet.....	G	43,1	−0,0182	−0,0175	−0,0089	»

La température ne modifie pas sensiblement ces constantes, c'est-à-dire que la rotation demeure proportionnelle à l'aimantation. Quand on chauffe le nickel jusqu'au rouge sombre, la rota-

(1) Plaque de magnétite observée entre les pôles d'un électro-aimant.

tion disparaît en même temps que l'aimantation et reparaît avec elle.

M. Du Bois conclut de l'ensemble de son travail qu'il faut attribuer exclusivement le phénomène de Kerr à la pénétration de la lumière à l'intérieur du métal, puisque l'aimantation a seule une influence, et que l'intensité du champ n'intervient pas directement. Il suggère l'idée que les deux circulaires inverses pénètrent peut-être dans le métal à des profondeurs différentes, d'où les différences entre le phénomène de Kerr et la rotation par transmission à travers la même substance.

Ph. LENARD. — Résistance électrique du bismuth dans un champ magnétique pour des courants constants et pour des oscillations électriques, t. XXXIX, p. 619-646.

Le fait capital qui semble se dégager de ce Mémoire, c'est qu'un fil de bismuth, libre ou soumis à l'action d'un champ magnétique, ne présente pas la même résistance pour un courant continu et pour les oscillations électriques produites dans les bobines d'induction (10000 par seconde?). Un pont de Wheatstone contenant le fil est d'abord équilibré pour le cas du courant continu; si l'on vient alors à remplacer le galvanomètre par un téléphone, et si on lance dans le pont le courant induit correspondant à une seule interruption du circuit qui agit, le pont cesse d'être équilibré, le téléphone n'est pas réduit au silence.

Quand le fil de bismuth est disposé normalement aux lignes de force d'un champ peu intense, la résistance o pour les oscillations est inférieure à la résistance c pour les courants continus; c'est le contraire qui se produit dans les champs très intenses; on a alors $c > o$. Quand le fil est dans la direction des lignes de force, on a toujours $o < c$.

Dans les tables suivantes on a pris pour unité la résistance hors du champ magnétique.

Fil perpendiculaire aux lignes de force.

Intensité du champ.	*c.*	*o.*	*o.—c.*
0..	1	0,9977	—0,0023
2000..	1,049	»	»
4000..	1,126	»	»
6000..	1,217	1,217	—0,000
8000..	1,316	1,324	+0,008
10000..	1,420	1,443	+0,023
12000..	1,527	1,565	+0,038
14000..	1,634	1,688	+0,054
16000..	1,740	1,810	+0,070

Fil parallèle aux lignes de force.

Intensité du champ.	*c.*	*o.*	*o.—c.*
0..	1	0,9977	—0,0023
7930..	1,203	1,200	—0,003
9880..	1,233	1,216	—0,017
10930..	1,302	1,298	—0,004

Des phénomènes analogues ont été constatés avec l'antimoine et le tellure.

W. HALLWACHS. — **Sur une cause d'erreur dans les expériences sur l'excitation photo-électrique, t. XL, p. 332-337.**

Expérience de cours pour montrer l'excitation photo-électrique, t. XL, p. 343-344.

1. M. Hallwachs montre que les produits de la combustion des lampes employées pour l'excitation photo-électrique exercent une influence propre, indépendamment de toute action lumineuse. Cette influence peut être négligée quand les expériences sont exécutées dans une salle très vaste, et que la lampe excitatrice brûle pendant peu de temps.

2. MM. Bichat et Blondlot ([1]) ont prouvé que l'excitation photo-électrique est augmentée par l'action d'un courant d'air. M. Hallwachs utilise cette propriété de la manière suivante, pour une expérience de cours.

On enlève les lentilles d'une lampe électrique, et sur le trajet des rayons on place, un peu de côté, de manière à ne pas intercepter complètement le faisceau, une lame de zinc récemment nettoyée, en communication avec la feuille d'or d'un électromètre de Hankel. Celle-ci est vivement éclairée à l'aide d'une lentille qui

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CVII, p. 29; 1888.

concentre sur la feuille d'or le reste du faisceau, une deuxième lentille projette sur un écran l'image de la feuille.

Cela posé, après avoir constaté la position d'équilibre de la feuille d'or, on souffle vivement sur la lame de zinc avec un fort soufflet de laboratoire, et l'on voit aussitôt la feuille d'or dévier dans le sens d'une électrisation positive.

J. ELSTER et H. GEITEL. — Effet de l'éclairement sur l'étincelle et sur l'aigrette électrique, t. XXXIX, p. 332-335.

Les auteurs ont prouvé antérieurement ([1]) que les surfaces des métaux électropositifs purs (zinc amalgamé par exemple), soumises à l'action d'ondes lumineuses de courte période, sont particulièrement propres à montrer le dégagement d'électricité négative corrélatif de l'éclairement.

Dans le circuit d'une machine de Holtz munie de son excitateur à boules, on place en dérivation un deuxième excitateur formé d'une boule de laiton et d'un disque poli de zinc récemment amalgamé et disposé obliquement. Si l'on écarte les boules de l'excitateur jusqu'à ce que les étincelles jaillissent entre la boule et le disque, et qu'on éclaire ce dernier par la lumière du magnésium, les étincelles cessent de jaillir; ou, si l'on rapproche lentement les boules de l'excitateur, elles jaillissent de préférence entre ces deux boules. Ces phénomènes cessent avec l'éclairement; un écran de métal, de bois ou de verre placé entre la source lumineuse et le disque les fait disparaître; un écran en mica ou en gypse les laisse subsister. On peut substituer au zinc le laiton amalgamé, mais non le cuivre.

J. ELSTER et H. GEITEL. — Emploi de l'amalgame de sodium pour des recherches photoélectriques, t. XLI, p. 161-165.

Une surface fraîche d'amalgame de sodium jouit de propriétés photo-électriques très intenses. MM. Elster et Geitel ont d'abord constaté le fait sur une veine d'amalgame. Puis, mettant à profit

---

([1]) Elster et Geitel, *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 497; 1889.

cette observation de M. Righi [1] que l'excitation photo-électrique est plus active dans l'air raréfié, ils ont préparé des tubes de Geissler à amalgame de sodium et réalisé l'expérience suivante :

On fait communiquer l'électrode d'amalgame de sodium avec un électroscope et avec le pôle négatif d'une pile sèche de 200 volts dont le pôle positif est au sol, et l'on expose le tube de Geissler à la lumière du jour, derrière une fenêtre munie d'un volet. Si le volet est d'abord fermé, les feuilles de l'électroscope divergent plus ou moins complètement dès qu'on ouvre le volet.

J. ELSTER et H. GEITEL. — Obstacle apporté par le magnétisme à la décharge photo-électrique dans les gaz raréfiés, t. XLI, p. 166-176.

Dans ce Mémoire, MM. Elster et Geitel établissent des rapprochements intimes entre les phénomènes photo-électriques et ceux qui se produisent par l'emploi d'une électrode incandescente. La décharge d'une électrode incandescente sur une électrode froide par l'intermédiaire d'un gaz raréfié est ralentie par l'action d'un champ magnétique [2]; il en est de même de la décharge d'une électrode excitée photo-électriquement, sur une électrode inactive.

H. CLASSEN. — Production facile des étincelles efficaces pour les expériences de Hertz, t. XXXIX, p. 647-648.

Une grande bobine de Ruhmkorff est munie d'un interrupteur rapide du système Despretz; les extrémités du circuit secondaire sont réunies à un excitateur dont on rapproche les boules jusqu'à 1^{cm}. Les étincelles inefficaces ainsi obtenues (lueur rose continue) deviennent au contraire très efficaces quand on dirige sur elles un courant d'air ou de vapeur assez puissant pour en détacher des flammes aiguës de 1^{cm} ou plus; le trait central de l'étincelle, ainsi détaché de l'auréole, devient très net et très brillant.

R. RITTER. — Remarques sur les expériences de Hertz, t. XL, p. 53-54.

Pour répéter les expériences de Hertz devant un auditoire nom-

---

(1) *Atti del R. Istituto Veneto*, 6e série, t. VII, p. 51; 1889.
(2) J. Elster et Geitel, *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 27; 1889.

breux, on peut intercaler en dérivation, sur le conducteur secondaire, une grenouille préparée comme pour les expériences de Volta. Quand les petites étincelles se produisent dans le circuit secondaire, on en est prévenu par les contractions musculaires de la grenouille.

L. BOLTZMANN. — Sur les expériences de Hertz, t. XLI, p. 399-400.

Si l'étincelle secondaire éclate entre une boule et une pointe très rapprochées ($\frac{1}{5000}$ de millimètre), on peut en manifester l'existence à un auditoire nombreux en mettant la boule en relation avec un électroscope très sensible, la pointe avec l'un des pôles d'une pile de 200 volts par exemple (on peut employer une pile sèche), dont l'autre pôle est au sol. L'électroscope demeure au repos aussi longtemps qu'il n'y a pas d'étincelles, et dévie dès qu'elles se produisent.

E. WIECHERT. — Deux méthodes pour faciliter l'observation des ondes électrodynamiques, t. XL, p. 640-641.

La première méthode consiste à regarder les étincelles à l'aide d'un microscope. La seconde, très analogue à celle que propose M. Boltzmann (¹), fait usage d'une source d'électricité auxiliaire : le conducteur secondaire de Hertz est divisé en deux moitiés, l'une en communication directe avec le sol, l'autre reliée par l'intermédiaire d'un électroscope à une bouteille de Leyde faiblement chargée.

Quand le conducteur secondaire est excité par des ondes électrodynamiques, les oscillations de la feuille d'or diminuent d'amplitude, et cela d'autant plus que l'excitation est plus intense.

H. RUBENS et R. RITTER. — Action des réseaux de fils sur les oscillations électriques, t. XL, p. 54-73.

Pour faire des déterminations quantitatives de l'intensité des

(¹) *Voir* ci-dessus.

oscillations électriques, MM. Rubens et Ritter utilisent l'échauffement produit par ces oscillations dans une résistance en relation avec le conducteur secondaire. Cette résistance forme, comme dans le bolomètre, la quatrième branche d'un pont de Wheatstone; comme dans le bolomètre aussi, l'échauffement de cette résistance déséquilibre le pont; l'amplitude de l'excursion du galvanomètre est proportionnelle à l'échauffement, par suite à l'énergie des oscillations électriques qui le produisent.

Le conducteur secondaire employé par MM. Rubens et Ritter est formé de deux feuilles d'étain P et Q de 35^{cm} de long et de 10^{cm} de large, placées sur le prolongement l'une de l'autre et taillées en pointe mousse aux extrémités en regard qui servent de point d'attache à la résistance sensible. Celle-ci (branche 4 du pont) comprend quatre fils fixes égaux, disposés en un losange ABCD; les sommets opposés A et C sont respectivement reliés à P et à Q, tandis que les sommets B et D rattachent la résistance sensible aux sommets voisins du pont. Cette disposition a pour objet d'éviter toute action directe des oscillations électriques sur le galvanomètre.

Munis de cet instrument, les auteurs ont étudié l'action exercée sur les oscillations électriques par un réseau de fils de cuivre parallèles de 1^{mm} de diamètre, écartés les uns des autres de $1^{cm},5$. Ces fils sont tendus sur une plaque de bois hexagonale mobile autour d'un axe perpendiculaire à son plan.

L'expérience étant disposée comme dans les recherches de Hertz sur les rayons de force électrique ([1]), le réseau est placé normalement sur le trajet des rayons, et l'on observe la déviation galvanométrique γ du bolomètre pour diverses inclinaisons C des fils du réseau par rapport à la direction de vibration électrique. Les expériences étaient toujours répétées en augmentant C de 180°, et l'on prenait la moyenne des valeurs de γ ainsi obtenues. Voici les résultats d'une série :

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 127

C.	γ.	$\frac{\sqrt{\gamma}}{\sin^2 C}$.
90°,0	170	13,05
67,5	135	13,60
60,0	94	12,90
45,0	47	13,70
	Moyenne...........	13,32

Le rapport $\frac{\sqrt{\gamma}}{\sin^2 C}$, qui est constant, a une signification physique simple. Il est proportionnel à la composante de l'amplitude des oscillations électriques normale aux fils du réseau. Le réseau éteint donc, dans l'oscillation électrique transmise, la composante parallèle aux fils. L'effet d'un deuxième réseau placé derrière le premier est nul si les fils des deux réseaux sont parallèles.

Des expériences analogues ont montré qu'un réseau *réfléchit* presque complètement la composante de l'amplitude des vibrations électriques qui est parallèle à ses fils.

Une glace de verre de $0^{cm},7$ d'épaisseur est complètement inactive.

K. WAITZ. — Sur la longueur d'onde des oscillations électriques, t. XLI, p. 435-447.

1. Dans un premier groupe d'expériences, M. Waitz emploie un excitateur primaire vertical formé de deux tiges de cuivre portant à leurs extrémités en regard des boules de $3^{cm},7$ de diamètre, à leurs extrémités opposées des plaques de zinc égales. Le conducteur secondaire est, comme de coutume, circulaire. Son plan vertical est parallèle à celui de l'excitateur primaire. Un long fil de cuivre, replié en deux dans un plan perpendiculaire à celui du conducteur secondaire, s'attache en dérivation à ses deux boules. Sur le fil se déplace un pont conducteur. En laissant immobile le circuit secondaire et faisant glisser le pont, on reconnaît que les étincelles secondaires passent par une série de maximum et de minimum. La distance entre deux positions du pont correspondant à deux maximum de l'étincelle mesure, d'après M. Waitz, la longueur d'onde de l'oscillation électrique.

Un fait particulièrement curieux, c'est que, avec cette disposition de l'expérience, on peut changer arbitrairement, dans des

limites très larges, le diamètre du cercle constituant le conducteur secondaire, sans que les étincelles cessent de jaillir, et que la longueur d'onde, mesurée sur le fil, demeure toujours la même. C'est à peu près la longueur d'onde qui est indiquée par le calcul.

2. En employant, avec les mêmes excitateurs primaires, une autre disposition indiquée par M. Hertz dans son premier Mémoire pour la production d'ondes stationnaires ([1]), M. Waitz n'a plus retrouvé les ondes primaires dont la longueur d'onde avait été mesurée précédemment, mais des ondes dont la longueur *variable dans un intervalle d'au moins quatre octaves* ne dépendait plus des dimensions de l'excitateur primaire, mais seulement de celles du conducteur secondaire. M. Waitz en conclut, avec MM. de la Rive et Sarrazin ([2]), que l'oscillation électrique primaire est d'une grande complexité.

3. M. Waitz essaye enfin de répéter les mesures de la première série en plongeant le fil de dérivation dans un liquide isolant. Les expériences n'ont donné aucun résultat avec l'alcool, sans doute trop conducteur; mais elles ont réussi sans trop de difficulté avec l'huile de ricin et surtout avec le pétrole. La longueur d'onde mesurée dans le pétrole s'est trouvée inférieure à la longueur d'onde mesurée dans l'air dans un rapport qui a varié de 1,45 à 1,3, suivant la disposition employée. Il est à remarquer que l'indice du pétrole pour la raie D est égal à 1,437. Toutefois il est difficile, M. Waitz le remarque lui-même, d'attribuer à ces mesures et à ce rapprochement une signification physique parfaitement déterminée.

J. STEFAN. — Sur les oscillations électriques dans les conducteurs rectilignes, t. XLI, p. 400-420.

1. Pour étudier la propagation des courants variables dans des

---

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 121, *fig.* 5.
([2]) De la Rive et Sarazin, *Arch. des Sc. phys. et nat.*, 3e période, t. XIII, p. 113; 1890.

conducteurs de très faible résistance, on peut avoir recours à une première approximation proposée par M. Lippmann ([1]) et consistant à négliger cette résistance devant les forces électromotrices induites. Ainsi simplifiées, les équations de l'induction entraînent cette conséquence remarquable, que la distribution d'une intensité donnée dans un conducteur doit à chaque instant être telle que son énergie électrodynamique soit minimum; on peut aussi exprimer ce résultat en disant que son énergie magnétique doit être minimum.

Ce simple énoncé fournit la solution immédiate de plusieurs problèmes. Soit un conducteur cylindrique circulaire soustrait à toute action extérieure dissymétrique : l'intensité des courants qui le parcourent doit, par raison de symétrie, n'être fonction que de la distance à l'axe. Quelle que soit la distribution de ces courants, leur action extérieure au cylindre se confondra avec celle d'un courant axial de même intensité totale. Les conditions du minimun de l'énergie magnétique totale et de l'énergie magnétique intérieure au cylindre sont donc identiques. Or le minimum de cette dernière énergie est nul et correspond à une distribution uniforme du courant dans une couche superficielle infiniment mince.

Si le conducteur cylindrique n'est pas circulaire, il y a toujours une distribution superficielle de courants qui satisfait à la condition d'une énergie magnétique intérieure nulle : il suffit que les densités de courant superficielles soient distribuées comme le seraient les densités électriques superficielles d'une charge électrostatique en équilibre sur le cylindre.

Ainsi des oscillations électriques suffisamment rapides pour qu'on puisse négliger la résistance du conducteur devant les forces électromotrices développées sont localisées dans la couche superficielle de ce conducteur. Ce résultat est indépendant des propriétés magnétiques particulières du conducteur; la durée des oscillations sera donc la même dans un conducteur de fer que dans un conducteur de cuivre, ce qui a, en effet, été observé par M. Hertz.

([1]) Lippmann, *Comptes rendus*, t. CIX, p. 251; 1889.

Si un courant électrique rapidement variable est produit dans un fil cylindrique entouré par un tube métallique concentrique, on trouvera, par l'application des mêmes principes, que le courant dans le fil est superficiel, et le courant dans le tube superficiel aussi et limité à la surface intérieure. La distribution de ces courants aura la même densité superficielle qui convient à la distribution d'électricité en équilibre sur ce système, si le fil et son enveloppe forment les deux armatures d'un condensateur (l'armature extérieure étant en communication avec le sol). L'action électromagnétique du système donné ne s'exerce que dans l'intervalle compris entre le fil et le cylindre, et, par suite, le cylindre constitue pour le fil un écran électromagnétique parfait.

2. Tous ces résultats sont contenus explicitement ou implicitement dans le Mémoire de M. Lippmann.

L'objet propre du Mémoire de Stefan est de calculer dans quelles limites ils sont applicables aux oscillations électriques réelles, et d'apporter à ces calculs des vérifications expérimentales.

M. Stefan prouve que, quand un élément galvanique est subitement fermé sur un conducteur cylindrique circulaire, la distribution des densités de courant à l'intérieur du cylindre est identique à la distribution des températures dans un cylindre conducteur de même forme et de même dimension qui serait subitement transporté d'un endroit froid dans un endroit chaud ([1]). Le courant commence à la surface du conducteur et il y atteint d'abord sa densité définitive, qui n'est atteinte que de plus en plus tard dans des régions de plus en plus voisines de l'axe. L'équilibre de distribution du courant est d'autant plus rapidement réalisé que la résistance spécifique du conducteur est plus grande et son coefficient d'induction magnétique plus faible. Si, par exemple, on prend un fil de fer de 1^{m} de long et de 1^{cm} de diamètre, au bout de $0^{s},01$ la densité superficielle du courant diffère de 3 pour 100, la densité sur l'axe de 50 pour 100 de la densité finale.

([1]) Le cas limite considéré par M. Lippmann correspondrait, pour cette analogie, au cas limite d'une conductibilité calorifique infinie.

Si un cylindre est placé dans un espace dont la température varie périodiquement, il s'établit un régime tel que les oscillations de température des diverses couches sont en rapport avec les oscillations de la température extérieure, mais que les amplitudes de ces oscillations décroissent et que leur retard de phase s'accroît de la surface à l'axe. Il en est de même pour la distribution des courants dans un cylindre sur lequel agit une force électromotrice périodique. Pour un fil de fer de 4^{mm} de diamètre et 250 oscillations par seconde, l'amplitude des oscillations est 2,52 fois plus grande à la surface que suivant l'axe, et ce rapport s'élève à 5,86 pour 500 oscillations, à 20,59 pour 1000; les différences de phases correspondantes dans ces trois cas sont 116°2′, 174°50′ et 215°38′. Les mêmes rapports subsistent pour un fil de cuivre de diamètre quintuple, ou, avec un fil de cuivre de même diamètre, pour des oscillations 25 fois plus rapides.

3. Il résulte d'une telle distribution du courant qu'un fil métallique présente pour les oscillations électriques une résistance et un coefficient de self-induction caractéristiques de leur période et différents de ceux qui se rapportent aux courants continus. Quand le nombre n d'oscillations par seconde est assez considérable, la densité u du courant à la profondeur z est donnée avec une approximation suffisante par la formule

$$u = e^{-gz} \sin(\gamma t - hz), \tag{1}$$

dans laquelle il faut faire

$$\gamma = 2n\pi,$$

avec

$$\left\{\begin{aligned} & g^2 - h^2 + \frac{g}{a} = 0, \\ & 2gh + \frac{h}{a} = \frac{4\pi\mu\gamma}{\sigma}. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

a représente le rayon du fil, l sa longueur, σ et μ sa résistance et son magnétisme spécifiques. Cela posé, si la force électromotrice extérieure p conserve une valeur constante dans toute l'étendue de la section du fil, et si l'on désigne par J l'*intensité totale* du courant, on a

$$p = \frac{2l\mu\gamma h}{a(g^2+h^2)} J + \left[2l \log\frac{ac}{2l} + \frac{2l\mu g}{a(g^2+h^2)}\right] \frac{dJ}{dt}.$$

Cette formule est analogue à la formule ordinaire d'un courant variable (mais considéré comme de densité uniforme à l'intérieur du fil), et les coefficients de J et de $\frac{dJ}{dt}$ sont les analogues de la résistance et du coefficient de self-induction.

Pour un nombre de vibrations $n = 50.10^6$ et $a = 0,2$ la résistance ainsi calculée pour un fil de cuivre est égale à 109 fois la résistance ordinaire. Quant au coefficient de $\frac{dJ}{dt}$, il diffère toujours assez peu du coefficient de self-induction proprement dit.

4. Si, au lieu de conducteurs métalliques, on considère des conducteurs électrolytiques, il résulte de la grande valeur de la résistance spécifique que les conditions des oscillations électriques sont bien moins différentes de celles des courants permanents. Ainsi, pour un cylindre de 1^{cm} de diamètre constitué par de l'acide sulfurique de densité 1,22 (conductibilité maximum) et pour $n = 50.10^6$, on trouve que la densité superficielle du courant ne l'emporte que de 0,8 pour 100 sur la densité du courant suivant l'axe, tandis que dans un fil de cuivre de même diamètre la densité du courant à $0^{cm},003$ et $0^{cm},04$ de profondeur serait respectivement vingt et cent fois plus faible qu'à la surface.

5. M. Stefan a institué des expériences pour contrôler, dans la mesure du possible, ces résultats du calcul. Il a répété les expériences de Hertz en prenant un conducteur primaire et un conducteur secondaire de même forme et de même longueur. Le conducteur primaire est formé de deux tubes placés sur le prolongement l'un de l'autre, ouverts à leurs extrémités opposées, fermés par des calottes arrondies à leurs extrémités en regard; le conducteur secondaire, disposé parallèlement, n'en diffère que par un moindre diamètre et un rapprochement plus grand des extrémités entre lesquelles jaillit l'étincelle secondaire.

Si l'on entoure le conducteur secondaire d'un manchon en toile métallique, concentrique et de même longueur, l'étincelle secondaire cesse de jaillir; ce manchon constitue donc un écran électrique efficace. Si l'on remplace le manchon unique par deux manchons qu'on écarte l'un de l'autre à volonté, de manière à mettre à découvert le milieu du conducteur secondaire, les étin-

celles secondaires sont affaiblies, mais persistent tant que les deux manchons ne sont pas amenés à une distance assez faible pour qu'une étincelle secondaire éclate entre eux; alors l'étincelle du conducteur axial disparaît.

On peut aussi constituer le conducteur secondaire par deux tubes de verre contenant de l'acide sulfurique étendu. Ces tubes sont recourbés vers le haut à leurs extrémités opposées qui sont ouvertes : les étincelles éclatent entre deux fils de platine soudés aux extrémités fermées en regard; on peut aussi disposer l'expérience de manière que les étincelles secondaires éclatent directement entre des ménisques liquides. Mais des écrans constitués par des électrolytes se sont montrés très imparfaits, comme la théorie le faisait prévoir. Un écran d'eau ordinaire est sans effet sur l'étincelle secondaire; si l'on ajoute peu à peu à cette eau de l'acide sulfurique, on commence à constater une diminution notable de l'étincelle quand la densité de la dissolution est 1,011; quand elle est de 1,026, l'étincelle disparaît pour reparaître quand on emploie comme écran de l'acide sulfurique concentré.

J. STEFAN. — Sur la théorie de la décharge oscillante, t. XLI, p. 421-434.

Dans ce Mémoire, M. Stefan étudie la décharge de la bouteille de Leyde dans un conducteur de faible résistance, en tenant compte de l'effet de la self-induction sur la distribution du courant dans la section du conducteur. On sait que, pour une rapidité suffisante des oscillations, cette distribution est presque exclusivement superficielle, tandis que, dans la théorie élémentaire, on la suppose uniforme.

M. Stefan prouve que l'intensité du courant est la somme de deux termes dont l'un tend très rapidement vers zéro, tandis que le second a le caractère pendulaire attribué par la théorie élémentaire à l'intensité totale.

O.-E. MEYER. — Magnétomètre de montagne, t. XL, p. 489-504.

Pour découvrir les variations locales du magnétisme dues à des amas de roches magnétiques, on emploie habituellement le variomètre de M. F. Kohlrausch. Cet instrument est une boussole de

déclinaison, dont le support porte un barreau aimanté mobile sur un cercle horizontal. Si le barreau est placé dans le plan du méridien magnétique, l'aiguille de la boussole se trouve aussi dans ce plan, mais avec ses pôles renversés. Si l'on vient maintenant à tourner le barreau d'un certain angle connu, l'aiguille dévie d'un angle que l'on mesure et d'où l'on déduit la valeur de la composante horizontale du magnétisme terrestre au lieu où se trouve placé l'instrument.

M. Meyer remplace la boussole de déclinaison par une boussole d'inclinaison disposée suivant les mêmes principes. Après que l'angle d'inclinaison a été mesuré à la manière ordinaire, on dispose, sur un second cercle vertical de l'instrument, parallèle au cercle d'inclinaison, un barreau parallèle à l'aiguille d'inclinaison et qui renverse l'aiguille. On fait ensuite tourner le barreau à droite, puis à gauche d'un angle connu, et l'on observe les déviations correspondantes de l'aiguille. On en conclut la valeur de l'intensité totale du magnétisme terrestre. Ses variations sont en général, d'après M. Meyer, beaucoup plus notables que celles de la composante horizontale.

E. WIEDEMANN. — *Histoire des miroirs ardents*, t. XXXIX, p. 110-130.

Ibn al Haitam, mort en 1038, a publié deux Traités, l'un sur les miroirs sphériques, l'autre sur les miroirs paraboliques, qui constituent le document le plus complet que le moyen âge nous ait fourni sur ces matières. Ibn al Haitam paraît avoir perfectionné par lui-même la doctrine dont il avait puisé les principes dans les écrits des Grecs. Les savants de l'Occident, Vitello, Peckam, Roger Bacon, Cardan, Porta, ne semblent, au contraire, avoir rien ajouté de personnel sur ce sujet à ce qu'ils avaient appris des Arabes.

E. WIEDEMANN. — *Histoire de la science de la vision*, t. XXXIX, p. 470-474.

Deux opinions sur la nature de la vision avaient été émises par les philosophes grecs : d'après Platon, les rayons lumineux étaient issus de l'œil; d'après Aristote, ils venaient des objets lumineux. Cette dernière opinion, abandonnée par Euclide et Ptolémée,

semble avoir été remise en honneur, pour la première fois, par Al Fârâbî (870-950), et a été généralement adoptée par les médecins et les philosophes arabes.

E. WIEDEMANN. — Vision à travers une sphère, d'après les Arabes, t. XXXIX, p. 565-576.

A propos d'un article de M. Schellbach ([1]), *Sur une propriété inconnue des lentilles convexes,* M. E. Wiedemann résume un Traité arabe ayant pour titre : *Introduction à l'étude des signes célestes* (arc-en-ciel, halo, etc.), dû à un commentateur d'Ibn al Haitam, probablement Kamâl ed Din, qui se proclame élève de Kobt ed Din al Tana (1236-1311). Dans ce Traité, la réfraction par une sphère transparente est étudiée de très près : l'expérience de M. Schellbach s'y trouve déjà.

L'arc-en-ciel y est attribué aux rayons réfléchis une ou deux fois à l'intérieur des gouttes d'eau. E. BOUTY.

IL NUOVO CIMENTO.

3e série, t. XXV, XXVI, XXVII et XXVIII; 1889 et 1890.

R.-F. PITONE. — Sur les lignes de niveau dans le disque tournant d'Arago, t. XXV, p. 30.

C'est une continuation des expériences précédentes.

G.-P. GRIMALDI. — Influence de la trempe sur les propriétés thermo-électriques du bismuth, t. XXV, p. 40.

D'après de nombreuses recherches sur les propriétés thermo-électriques du bismuth pur ou contenant de l'étain, recuit ou trempé, je suis parvenu aux conclusions qui suivent :

Le pouvoir thermo-électrique du bismuth exempt d'étain, rapporté au cuivre, est peu altéré par la trempe. Mais, si le bismuth contient de l'étain, même en petite quantité, la trempe fait changer notablement la valeur du pouvoir thermo-électrique du

([1]) K. SCHELLBACH, *Zeitschrift für phys. und chem. Unterricht,* 2, p. 291; 1889.

couple. Cette variation, qui est petite lorsque la quantité d'étain contenue dans le bismuth est peu considérable, croît avec cette quantité jusqu'à une certaine limite, au delà de laquelle elle diminue. Avec un couple contenant 1 pour 100 d'étain, le pouvoir thermo-électrique a diminué de 47 pour 100; cette variation diminue si le métal trempé est échauffé même à une température de beaucoup inférieure à celle de la trempe. Avec des réchauffements successifs, le pouvoir thermo-électrique va en augmentant jusqu'à atteindre la valeur qu'il avait avant la trempe. Ces expériences confirment l'analogie entre l'acier et le bismuth contenant de l'étain.

G. GOVI. - Le microscope composé inventé par Galilée, t. XXV, p. 162.

Le microscope composé, d'après un document très peu connu, imprimé en 1610, aurait été inventé par Galilée.

G. GOVI. — Nouvelle méthode pour construire et calculer la place, la situation et la grandeur des images données par les lentilles ou les systèmes optiques complexes, t. XXV, p. 164.

C'est la traduction d'une analyse lue par M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie de Sciences lorsqu'il présenta le Mémoire de M. Govi dans la séance du 8 octobre 1888.

G.-P. GRIMALDI. — Sur un courant galvanique obtenu avec le bismuth dans un champ magnétique, t. XXV, p. 191.

Si l'on réunit avec un galvanomètre deux électrodes de bismuth plongées dans une solution de chlorure de bismuth ou d'acide chlorhydrique, et si l'on place une de ces électrodes entre les pôles d'un électro-aimant, lorsqu'on produit le champ magnétique, on observe un courant qui est dirigé, dans le liquide, du bismuth magnétique à l'autre.

Ce courant a toujours la même direction : la force électromotrice qui le produit varie cependant avec les électrodes et les solutions; dans certains cas, elle peut atteindre la valeur de 0,00230 daniell pour un champ égal à 81500H (H composante horizontale du magnétisme terrestre).

Ce courant est dû en partie au mouvement du liquide diama

gnétique produit par le magnétisme; il semble dépendre en partie d'une action particulière que le magnétisme produit dans le bismuth et qui en fait varier le potentiel de contact.

M. BELLATI et S. LUSSANA. — Sur l'occlusion de l'hydrogène dans le nickel, t. XXV, p. 222.

Les auteurs ont étudié les phénomènes que présente le nickel lorsqu'il occlut de l'hydrogène. Ils ont expérimenté avec des fils de ce métal, de densité 8,88 à 25°, qui étaient employés comme électrode négative d'un voltamètre. Après 200 heures de charge, un tel fil absorbait environ 100 volumes d'hydrogène. L'hydrogène occlus ne se dégageait pas spontanément; au contraire, le fil s'oxydait en absorbant de l'oxygène de l'air. Pendant l'occlusion, le fil s'allongeait; en onze jours, il a augmenté de 0,000036 de sa longueur, valeur un peu incertaine, à cause des phénomènes d'élasticité subséquente. La résistance électrique du nickel augmente un peu avec l'occlusion de l'hydrogène, son coefficient de température semble diminuer.

A. RIGHI. - Sur les couples à sélénium, t. XXV, p. 226.

Dans un Mémoire précédent ([1]), M. Righi a démontré qu'un couple formé avec deux métaux et du sélénium interposé produit un courant, même dans l'obscurité. M. Kalischer a objecté que ce phénomène pourrait être dû à des effets subséquents de l'illumination que le couple subit lorsqu'on le prépare. Quoiqu'il y ait des objections à faire à cette explication des phénomènes, M. Righi a tranché la question en construisant et essayant le couple dans une obscurité complète. Les premiers résultats se trouvèrent entièrement confirmés.

C. CHISTONI. — Sur le calcul du coefficient magnétométrique pour les magnétomètres construits selon la méthode de Gauss, modifiée par Lamont, t. XXV, p. 228.

Dans cette Note, M. Chistoni détermine la limite d'approximation que l'on peut atteindre en employant certaines formules approchées dans les mesures magnétiques.

([1]) *Journal de Physique*, t. VIII, p. 611; 1889.

E. VILLARI. — Sur la différence de résistance opposée par certains circuits métalliques à la décharge des condensateurs et au courant galvanique, t. XXV, p. 261; t. XXVI, p. 90, 149.

Dans cette étude, à la suite de nombreuses expériences sur les décharges des condensateurs, l'auteur parvient aux conclusions qui suivent :

L'auteur appelle *résistance leydique* la résistance opposée par un conducteur à la décharge électrostatique; elle est mesurée par la chaleur produite par la décharge dans un thermomètre de Riess. Un circuit de cuivre, composé de plusieurs fils de diamètres différents de même résistance voltaïque qu'un circuit homogène, présente une résistance leydique plus grande que ce dernier. Ce phénomène, et d'autres analogues, sont dus à des extracourants inverses.

La résistance leydique du cuivre semble supérieure à celle du fer et du zinc. Au contraire, lorsque le diamètre est grand, la résistance du fer est supérieure.

La résistance leydique d'un fil augmente s'il est enroulé en spirale; l'augmentation est cependant plus petite si l'on approche de la spirale une capacité ou une self-induction. Un faisceau de fils de fer introduit dans la spirale fait croître la variation de résistance leydique. L'action du faisceau va en diminuant dans les décharges successives; elle augmente si le faisceau est enveloppé de deux demi-feuilles d'étain.

S. PAGLIANI. — Sur quelques propriétés physiques des sels hydratés et sur leur constitution, t. XXVI, p. 5.

Dans le but d'éclaircir le phénomène de l'hydratation des sels, l'auteur établit des comparaisons entre les volumes et les chaleurs moléculaires des sels anhydres et des sels hydratés correspondants. Dans le même but, il a exécuté des expériences sur le changement de volume des sels par la fusion et sur l'influence de la pression sur la température de fusion. De ces études on déduit que le volume moléculaire moyen de l'eau de cristallisation, égal pour tous les sels, est plus grand que le volume moléculaire de l'eau solide calculé d'après la densité de la glace; on déduit de même que la chaleur moléculaire moyenne de l'eau de cristallisa-

tion est sensiblement égale pour les divers sels, et égale à la chaleur moléculaire de l'eau solide.

C. CATTANEO. — Sur la chaleur spécifique des solutions d'acide sulfurique, t. XXVI, p. 50.

L'auteur a déterminé avec le calorimètre de Bunsen la chaleur spécifique de diverses solutions d'acide sulfurique dans l'eau, faites dans des rapports proportionnels aux poids moléculaires de l'acide et du dissolvant.

A. STOLETOW. — Lettre à la Direction du *Nuovo Cimento,* t. XXVI, p. 58.

A. RIGHI. — Observations à la Lettre précédente, t. XXVI, p. 59.

C'est une réclamation de M. Stoletow à laquelle M. Righi répond d'une manière convaincante.

A. STEFANINI. — Galvanomètre des sinus à cadre fixe, t. XXVI, p. 97.

L'auteur décrit des galvanomètres dont le cadre est un solénoïde fermé, enroulé sur un tore de révolution à axe vertical, et l'aimant est enfermé dans le solénoïde et mobile autour de l'axe du tore. L'auteur démontre que, dans cet appareil, le principe des sinus est applicable; il donne la théorie de l'instrument, décrit les expériences qu'il a faites et les diverses formes qu'on lui peut donner.

A. RIGHI. — Sur les phénomènes électriques produits par les radiations, 3ᵉ Mémoire, t. XXVI, p. 135, 217; t. XXVII, p. 33.

Dans ce Mémoire, l'auteur donne la description d'expériences à l'appui de la loi qu'il avait précédemment trouvée (1). Cette loi, qui régit la convection photo-électrique, peut s'exprimer de la manière suivante : « Dans le cas de convection photo-électrique, la charge qu'un conducteur prend sous l'influence des radiations ultra-violettes atteint sa valeur limite lorsque la densité électrique δ du conducteur prend une certaine valeur déterminée qui dépend de sa nature.

---

(1) *Journal de Physique,* t. VIII, p. 613; 1889.

» Les valeurs de δ pour les différents corps, exprimées en unités électrostatiques, sont :

Charbon de cornue.....	0,000116	Plomb.................	0,000192
Fer...................	159	Laiton................	196
Nickel................	169	Étain.................	199
Bismuth...............	175	Zinc..................	229
Cuivre................	179	Aluminium............	241
Packfong (maillechort).	183		

» Ces valeurs varient avec la température. Par exemple, la valeur de δ pour le cuivre est 0,000125 à 13° et 0,000271 à 80°. Pour le zinc, on a 0,000141 à 16° et 0,000319 à 84°.

» L'auteur a fait des expériences qui prouvent que les gaz adhérents aux métaux n'ont pas une part directe dans la convection photo-électrique : il a, de même, étudié ces phénomènes dans l'air raréfié (voir *Journal de Physique*, t. X, p. 49; 1891).

A. STEFANINI. — Sur la loi d'oscillation des diapasons et la mesure de l'intensité du son, t. XXVI, p. 157, 193; t. XXVII, p. 5, 97.

C'est une continuation des recherches précédentes de l'auteur (voir *Journal de Physique*, t. VII, p. 589; 1888).

E. VILLARI. — Sur la résistance de l'hydrogène et des autres gaz aux courants et aux décharges électriques, et sur la chaleur développée dans ces gaz par les étincelles, t. XXVII, p. 52.

Par des expériences très nettes et concluantes, l'auteur démontre que l'arc voltaïque a, dans l'hydrogène, une grandeur minimum qui croît un peu pour le gaz d'éclairage, et devient de quatre à cinq fois plus grande pour l'azote, et l'anhydride carbonique.

L'auteur a fait passer des étincelles électriques dans des ballons dont les électrodes étaient formées par des couples thermo-électriques. Il a constaté que le réchauffement de l'électrode positive est beaucoup plus petit que celui de l'électrode négative, et que, dans l'hydrogène (toutes autres choses égales), il est plus petit que dans l'azote.

Dans les gaz raréfiés, le réchauffement est supérieur à celui que l'on observe dans les gaz à la pression ordinaire.

Des expériences calorimétriques ont démontré que, pour ce qui concerne les gaz, l'hydrogène s'échauffe plus que l'azote.

L. PALMIERI. — Observations simultanées d'électricité atmosphérique faites en dedans et en dehors des nuages, t. XXVII, p. 137.

L'auteur décrit des observations d'électricité atmosphérique faites, en même temps, à l'observatoire du Vésuve et à l'observatoire de Naples.

G. VICENTINI. — Sur la résistance électrique de quelques métaux facilement fusibles, t. XXVII, p. 204.

Les auteurs ont déterminé les résistances de plusieurs métaux à des températures supérieures à leur points de fusion. Ils ont obtenu les valeurs suivantes :

	T.	ρ.	k.
Sn.......	226,5	0,404	0,00059
Bi.......	271,0	1,032	41
Te.......	294,0	0,585	35
Cd.......	318,0	0,256	13
Pb.......	325,0	0,7205	52

T indique la température de fusion, ρ la résistance du métal liquide rapportée au mercure à cette température, et k le coefficient moyen de variation de la résistance électrique avec la température, entre T et 350°.

S. PAGLIANI. — Sur la compressibilité de l'eau et des mélanges alcooliques, t. XXVII, p. 209.

Dans un travail précédent, l'auteur avait mesuré le coefficient de compressibilité de l'eau à diverses températures, en prenant pour point de départ la valeur donnée par Grassi à 0°. Par diverses considérations, l'auteur s'est persuadé qu'il est préférable de référer ses mesures à la valeur donnée par Grassi à 1°,5 et il corrige les nombres précédemment donnés.

A. BARTOLI. — Sur la conductibilité électrique de plusieurs mélanges naturels de composés organiques, t. XXVIII, p. 25.

L'auteur continue ses études de longue haleine sur la conductibilité électrique des substances organiques. Dans ce travail il a mesuré la conductibilité électrique à différentes températures d'un

grand nombre d'huiles, graisses, cires, essences, baumes, résines, qui présentent des particularités intéressantes.

A. BARTOLI et E. STRACCIATI. — Sur les formules exprimant la tension des vapeurs saturées en fonction de la température, t. XXVIII, p. 40.

A la suite d'une étude détaillée sur les diverses formules qui représentent les tensions des vapeurs saturées en fonction de la température, les auteurs s'en tiennent à la formule de Regnault

$$\log F = a + h\alpha^t.$$

Les auteurs ont trouvé que cette formule représente bien les expériences en donnant à α la valeur 0,9932, constante pour tous les liquides. Leurs calculs portent sur cent cinquante-six substances.

A. CAMPETTI. — Sur les courants de déformations, t. XXVIII, p. 54.

L'auteur a étudié les courants découverts par M. Braun, que l'on observe lorsque l'on déforme une spirale en nickel et qu'il a appelé courants de *déformation*. L'auteur a trouvé que la force électromotrice de ces courants décroît lorsque la température augmente. Il a expérimenté entre 25° et 250°, et il se propose de continuer ses mesures jusqu'à la température où le nickel perd ses propriétés magnétiques.

W. HALLWACHS. — Observations relatives à une affirmation de priorité de M. le professeur A. Righi, t. XXVIII, p. 59.

A. RIGHI. — Réponse aux observations de M. Hallwachs, t. XXVIII, p. 62 *bis*.

Ce sont des observations sur la priorité de l'étude de certaines particularités des phénomènes photo-électriques, auxquelles M. Righi répond tout de suite et victorieusement.

A. STEFANINI. — Électroscope à feuille d'or, t. XXVIII, p. 63.

Pour avoir un bon isolement dans les électroscopes, l'auteur adapte des isolateurs de M. Mascart à la tige de verre qui supporte les feuilles d'or.

A. MARIANINI. — Sur quelques circonstances qui influent sur l'aimantation obtenue par les décharges électriques, t. XXVIII, p. 156.

Ce sont des expériences sur l'aimantation du fer par les décharges électriques.

G. PISATI. — Recherches expérimentales sur la propagation du flux magnétique, t. XXVIII, p. 239.

En continuant ses études (*Journal de Physique,* t. IX, p. 347; 1890) sur cet argument, le savant physicien, dont nous regrettons vivement la mort prématurée, publie un grand nombre de données expérimentales sur la manière dont le flux magnétique varie avec l'intensité du courant excitateur.

G.-P. Grimaldi.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Tome XXII, nos 6, 7, 8 et 9; année 1890.

J. BORGMAN. — Sur les actions mécaniques des courants alternatifs, p. 223-229.

En collaboration avec M. Gerchoun, étudiant de l'Université, l'auteur a continué ses recherches sur les répulsions d'un disque métallique et d'une bobine traversée par un courant alternatif d'intensité moyenne. Le courant a été fourni par des accumulateurs de la fabrique Jablochkoff, type C_7, au nombre de trois à huit, et rendu alternatif par un commutateur rotatif, mis en mouvement par un petit moteur Bréguet. Un léger compteur de Combes mesurait le nombre de tours par minute du commutateur, que l'on pouvait modifier à l'aide d'un frein en ficelle. La bobine était formée d'un fil de cuivre isolé de $2^{mm},5$ et avait 12^{cm} de hauteur, 12^{cm} et $4^{cm},3$ de diamètre extérieur et intérieur. Le disque était suspendu horizontalement à la place d'un plateau d'une balance, pour mesurer et modifier sans secousse la force nécessaire à son équilibre sous l'action des courants; un fin ressort à boudin était réuni à l'autre plateau et pouvait être tendu à l'aide d'un fil de soie et d'un treuil à circonférence divisée. A défaut d'un appareil pour mesurer directement le courant alternatif

assez intense, un électrodynamomètre sensible de Siemens donnait la mesure d'un faible courant induit par celui-ci dans une bobine d'induction sans noyau en fer.

Voici les principaux résultats :

1° Pour tous les disques employés, les répulsions ont été proportionnelles aux indications de l'électrodynamomètre, c'est-à-dire à $\int J^2 dt$, le nombre des interruptions par minute restant constant;

2° Toutes les autres conditions de l'expérience restant les mêmes, la répulsion est moindre pour les métaux dont la résistance est plus grande, mais diminue moins vite que cette résistance n'augmente;

3° La répulsion varie dans le même sens que le diamètre et l'épaisseur des disques, et décroît à peu près comme la racine carrée des distances du disque à la bobine;

4° La répulsion augmente avec le nombre d'alternations par minute entre 2500 et 13000;

5° Un noyau en fer, introduit dans la bobine, augmente la répulsion du disque;

6° Un disque en fer est attiré par la bobine traversée par un courant alternatif.

J.-F. OUSSAGUINE. — Perfectionnement de la pompe à mercure de Sprengel, p. 229-232.

Pour augmenter le rapport de la pompe de Sprengel, l'auteur fait couder le tube d'écoulement (de $2^{mm},5$ de diamètre intérieur) en zigzag, sur une hauteur de 70^{cm}, et laisse le reste de ce tube, sur une hauteur de 75^{cm}, droit et de la forme usuelle. Le commencement du premier coude est soudé de côté, un peu au-dessus du bout inférieur fermé d'un tube plus large, vertical. Le mercure arrive dans la direction de l'axe de ce tube, s'accumule en forme d'une grande goutte sur son fond, et se déverse à la fois dans le tube coudé quand son volume a dépassé une certaine limite.

N. HESEHUS. — Sur la réfraction du son et sa vitesse dans les corps poreux, perméables pour le son, p. 233-258.

L'auteur donne le nom de *corps perméables* pour le son aux

corps poreux : l'ouate, l'édredon, l'éponge, des copeaux, etc., réputés mauvais conducteurs du son, qu'ils laissent seulement passer plus ou moins librement par leurs pores remplis d'air. Les expériences sur la propagation du son dans cette classe de corps présentent un grand intérêt à cause de l'analogie avec la propagation de la lumière dans les milieux transparents et des vibrations électriques dans les diélectriques.

La vitesse de la propagation du son dans les interstices d'un corps poreux étant moindre que dans l'air, on doit s'attendre à pouvoir réaliser, à l'aide de ces corps, la réfraction du son. En effet, une demi-sphère de 25^{cm} de diamètre, en tissu métallique, remplie de copeaux d'ébonite et fermée par une pièce plane du même tissu, s'est comportée comme une lentille plan-convexe envers les sons d'un sifflet de Galton. L'expérience peut même être démontrée dans un cours, à condition d'employer une flamme sensible de Govi pour constater le renforcement et l'affaiblissement du son. La formule connue des lentilles permet de calculer l'indice de réfraction, et, par conséquent, la vitesse du son, dans la matière de la lentille en fonction de sa distance focale principale et de son rayon de courbure. La vitesse, ainsi déterminée, décroît quand on fait croître la densité de la matière de la lentille en faisant entrer plus de copeaux dans la même enveloppe. La vitesse v peut être calculée par la formule empirique suivante

$$v = 343(1 - \delta)^{0,222x\delta^{-[illegible]}},$$

dans laquelle 343 (mètres) est la vitesse du son dans l'air à 18° C., δ le quotient de la masse des copeaux d'ébonite remplissant la lentille, par la masse d'une lentille de même dimension en ébonite compacte, de sorte que $1 - \delta$ exprime le quotient du volume d'air contenu dans les pores par le volume de la lentille. La valeur de la longueur d'onde du son employé, λ, variait dans les expériences de l'auteur entre 24^{mm} et 60^{mm}, et celle de δ entre 0,0356 et 0,1441; les vitesses calculées par la formule des lentilles, d'après les données des expériences, étaient comprises entre 261^{m} et 146^{m}.

PRINCE B. GOLITZINE. — Sur la température critique, p. 265-268.

Pendant les expériences dans un tube scellé, le ménisque à la

limite du liquide et de sa vapeur disparaît, quand la température critique est atteinte, dans diverses positions par rapport au tube, selon la quantité du liquide introduit. L'auteur voit, dans cette circonstance, une preuve de l'exactitude de la supposition de M. Cailletet que la disparition du ménisque n'est pas un indice de l'égalité des densités du liquide et de sa vapeur.

N. KHAMANTOFF. — Étude de la constitution d'une veine formée par un liquide ou un corps pulvérulent, à l'aide de la Photographie, p. 281-284.

L'auteur a simplifié la méthode qu'il a employée déjà pour le même but ([1]). L'ombre de la veine, éclairée momentanément par la lumière d'une étincelle de la machine électrique, est projetée sur une feuille de papier sensible au bromure d'argent, placée verticalement à une petite distance. L'image, ainsi obtenue, est suffisamment nette et intense pour donner, après développement, une reproduction exacte de la forme de la veine observée. La poudre de lycopode, l'émeri et le sable fin forment des gouttes tout à fait semblables à celles des liquides, seulement moins régulières. Dans l'air raréfié, la forme de la veine d'écoulement des corps pulvérulents est conservée et paraît même devenir plus régulière.

P. SOMOFF. — A propos du Livre de M. Hochmann : *Cinématique des machines*, p. 285.

M. Somoff réclame son droit de priorité sur une formule exprimant le degré de liberté de mouvement d'une chaîne cinématique que M. Hochmann a introduite dans son exposé ([2]).

([1]) Voir *Journal de la Société physico-chimique russe*, t. XXII, p. 84-85.
([2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 594.

W. LERMANTOFF.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXIV; décembre 1891.

M. Berthelot. — *Pour l'histoire des arts mécaniques et de l'artillerie vers la fin du moyen âge*, p. 433.

J.-A. Müller. — *Sur une nouvelle application du gaz-volumètre de Lunge*, p. 570.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXII; novembre 1891.

E.-L. Nichols et B.-W. Snow. — *Influence de la température sur la couleur des pigments*, p. 401.

Lord Rayleigh. — *Problèmes dynamiques relatifs à la théorie des gaz*, p. 424.

J.-J. Thomson. — *Décharges électriques à travers des tubes à gaz raréfiés dépourvus d'électrodes*, p. 445.

Ch. Tomlinson. — *Remarques sur les feux follets*, p. 464.

J.-A. Wanklin, W. Johnstone et W.-J. Cooper. — *Sur la nature des dissolutions*, p. 473.

Wiedemann's Annalen.

T. XLIV, n° 11; 1891.

M. Planck. — *Sur le principe de l'augmentation de l'entropie*, p. 385.

A. Winkelmann. — *Sur la conductibilité calorifique des gaz*, p. 429.

G. Markovsky. — *Sur la force électromotrice des piles à gaz*, p. 457.

F. Braun. — *Sur l'électrosténolyse*, p. 473.

F. Braun. — *Sur les réactions électrocapillaires*, p. 501.

F. Braun. — *Calcul de la force électromotrice de piles variables*, p. 510.

V. Bjerknes. — *Sur les oscillations dans le conducteur primaire de Hertz*, p. 513.

K. Waitz. — *Mesure de la vitesse de propagation d'ondes électriques dans divers diélectriques*, p. 527.

A. Heydweiller. — *Électrodynamomètre absolu pour des courants intenses*, p. 533.

H. Pellat. — *Réponse à une critique de M. F. Braun*, p. 550.

J.-O. Thompson. — *Sur la loi de la dilatation élastique*, p. 555.

ERRATA.

Pages.	Lignes.	*Au lieu de :*	*Lisez :*
76.........	14	**Inductrice.**	**Conductrice.**
81.........	35	**Écoulement.**	**Isolement.**
82.........	8	**Fixé.**	**Fixe.**
83.........	17	**Côté G.**	**Côté D.**

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LA 2e SÉRIE.

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire désigne le volume; le second désigne la page.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DES TOMES I A X DE LA 2e SÉRIE.

Mécanique et Pesanteur.

Actions moléculaires. — Phénomènes physico-chimiques.

quide par les forces capillaires, III, 86; Figures des gouttes, II, 203. — *Volkmann*. Constante capillaire et courbure de paroi, I, 291; Cohésion de dissolutions salines, II, 183.

Janet. Application de la formule de van der Waals, V, 328. — *Rother*. — Constantes capillaires, IV, 520. — *Magie*. Constantes capillaires, V, 483. — *Worthington*. Erreur de la méthode de Quincke, V, 233; Gouttes, IV, 466; Multiplicateur capillaire, IV, 467. — *Sentis*. Méthode, VI, 571. — *Leconte*. Mouvement des corps flottants, IV, 93. — *Blondlot*. Expérience, V, 456; pression de la vapeur d'eau saturée, V, 548. — *Warburg*. *Id.*, V, 467. — *Eötvös*. Volume moléculaire et tension superficielle, VI, 511. — *Röntgen* et *Schneider*. Compressibilité et tension superficielle, VI, 244.

Chervet. Tension superficielle, VII, 485. — *Van der Mensbrugghe*. Théorie de Laplace, VIII, 83. — *Sentis*. Méthode pour déterminer la tension superficielle du mercure, IX, 384. — *Sohncke*. Épaisseur d'une goutte d'huile, IX, 516. — *Gossart*. Caléfaction, IX, 209. — *Timberg*. Constantes capillaires, VII, 80. — *Piltschikoff*. *Id.*, VIII, 538. — *Stefan*. Capillarité et vaporisation, VII, 87. — *Galitzine*. *Id.*, VIII, 592. — *Bellati* et *Lussana*. Densité et tension superficielle des dissolutions gazeuses, IX, 300. — *Quincke*. Extension périodique, VIII, 285; lamelles solides minces, VIII, 286. — *Kraiewitsch*. Porosité des tubes de verre, VII, 274.

Röntgen. Épaisseur des couches d'huile, X, 517. — *Rayleigh*. Tension superficielle, X, 244; camphre, X, 246. — *Tomlinson*. Huiles et camphre, X, 385.

Viscosité. — *Élie*. Coefficient de viscosité, I, 214. — *Pribram* et *Handl*. Viscosité spécifique, II, 141. — *Stable* et *Wilson*. Viscosité des solutions de savon, III, 224. — *Koch*. Frottement intérieur du mercure, I, 186. — *Mendeleef* et *Kousminski*. Frottement de l'eau, II, 578. — *Sresnevski*. Cohésion des solutions de chlorure de zinc, I, 576. — *Warburg* et *Babo*. Relation entre la viscosité et la densité, II, 142. — *Crookes*. Viscosité des gaz, I, 54. — *Stefan*. Fluidité et conductibilité électrique, II, 187.

Tomlinson. Fer, VI, 489. — *Lloyd*. Glace, VI, 49. — *Röntgen*, *Warburg* et *Sachs*. Viscosité des liquides, IV, 519. — *Noack*. Alcool et eau, VI, 518; Acide acétique et eau, VI, 520. — *Hofmann*. Écoulement de l'air, IV, 512. — *Schneebeli*. Frottement intérieur de l'air, V, 290. — *Thiesen*. *Id.*, V, 485. — *Schumann*. Frottement intérieur des gaz et des vapeurs, IV, 512. — *König*. Frottement et aimantation, V, 486.

Schwedoff. Cohésion des liquides, IX, 34. — *Couette*. Mouvement des fluides, IX, 414, 560. — *Vautier*. Écoulement des liquides visqueux, VIII, 396. — *Merczing*. Vitesse d'écoulement du pétrole, IX, 62. — *D'Arcy*. Viscosité des dissolutions, IX. 389. — *Graetz*. Frottement des liquides, VIII, 433. — *Kœnig*. Coefficient de frottement, VII, 498. — *Barus*. Viscosité des solides, VIII, 187; des gaz, VIII, 147. — *Barus* et *Strouhal*. Viscosité de l'acier, VII, 544.

Pétroff. Viscosité, X, 429. — *Wetham*. Viscosité superficielle, X, 384. — *Rayleigh*. *Id.*, X, 296.

Diffusion. — *Wroblewski*. Diffusion, I, 39. — *Joulin*. Diffusion, I, 472. — *Roberts*. Diffusion des métaux fondus, III, 416. — *Martini*. Figures de diffusion, I, 520. — *Waitz*. Diffusion des gaz, II, 190. — *Guglielmo*. Diffusion de la vapeur d'eau, III, 555. — *Sydney* et *Marsden*. Diffusion d'une poudre impalpable, II, 428.

Colemann. Diffusion, VI, 488. — *Winkelmann*. Diffusion des gaz et des

Acoustique.

Chaleur.

Optique. — Radiations.

Silow. Dissolutions, X, 431. — *Gladstone*. Benzine fluorée, X, 287. — *Walter*. Monobromonaphtaline-α, X, 348.

Dispersion. — *Bezold*. Décomposition de la lumière, VII, 130. — *Ketteler*. Formules de dispersion, VII, 130; dispersion du sel gemme, VII, 131. — *Willson*. Loi de la dispersion, VIII, 51.— *Carvallo*. Formule de Briot, VIII, 179; position de la vibration et dispersion, IX, 257.— *Winkelmann*. Dispersion anomale, VII, 132.

Photométrie. — *Violle*. Étalon de lumière, III, 241. Radiation de l'argent, II. 366. — *Abney*. Étalon de lumière blanche, III. 416. — *Ayrton* et *Perry*. Photomètre, II, 480. — *Pickering*. Photomètre, III, 44. — *Sabine*. Photomètre, III, 49. — *Weber*. Photomètre, III, 143. — *Conroy*. Photomètre, III, 225. — *Kruss*. Photomètre Bunsen, I, 201. — *Thomson*. Mesures photométriques, III, 50. — *Wild*. Transformation du photomètre de Wild en spectrophotomètre, III, 142. — *Macé de Lépinay* et *Nicati*. Sources différemment colorées, II, 64. — *Crova* et *Lagarde*. Pouvoir éclairant des radiations, I, 162. — *Vierordt*. Photométrie des lignes de Fraunhofer, I, 49. — *Pulfrich*. Recherches photométriques sur l'absorption, I, 285. — *Rayleigh*. Plan obscur au-dessus d'un fil chauffé, III, 103. — *Vernon-Harcourt*. Lampe, III, 416. — *Pagliani* et *Vicentini*. Pouvoir éclairant des huiles, III, 56.

Siemens. Unité de lumière, IV, 533. — *Eder*. Recherche spectrale de la source normale de lumière, V, 241. — *Godard*. Lunette photométrique, V, 173. — *Petrouchewsky*. Photomètres scolaires, IV, 595. — *Lagarde*. Recherches photométriques sur le spectre de l'hydrogène, V, 186. — *Langley*. Transmission de la lumière, V, 137. — *Parinaud* et *Dubosq*. Intensités colorées, IV, 271. — *Crova*. Écrans diffusants, V, 193. — *Weber*. Intensité de la lumière diffuse, V, 510.

Nichols et *Franklin*. Composition des sources, IX, 527. — *Chwolson*. Études photométriques, VII, 229. — *Hesehus*. Photomètre de Bunsen, VIII, 539. — *Latschinoff*. Photomètre de Kruss, VIII, 543.

Houllevigue. Photomètre, X, 126. — *Spitta*. *Id.*, X, 232.

Spectres d'émission et d'absorption. — *Cornu*. Spectroscope, II, 53. — *Garbe*, Spectroscope, II, 318. — *Thalen*. Spectre du scandium, II, 35; spectres du samarium et du didyme, II, 446. — *Liveing* et *Dewar*. Identité des raies spectrales des divers éléments, II, 231; renversement des raies, II, 434. — *Piazzi Smyth*. Raies de l'oxygène, II, 289. — *Hamantoff*. Spectre d'absorption de l'oxygène, III, 467. — *Chappuis*. Spectres d'absorption de l'ozone et de l'acide pernitrique, I, 494. — *Abney* et *Festing*. Spectre d'absorption de la dissolution d'iode dans le sulfure de carbone, III, 145. — *Soret*. Couleur de l'eau, III, 427. — *Cornu* Raies telluriques et métalliques, II, 58; Groupe α, III, 109. — *Thollon*. Monographie du groupe D, III, 5; Groupe B, III, 421. — *Langley*. Distribution de l'énergie dans le spectre normal, II, 233. — *Rand-Capron*. Spectre de l'aurore boréale, II, 97.

Michelson. Énergie dans le spectre, VI, 467. — *Duhem*. Renversement des raies, IV, 221. — *Cornu*. Raies spectrales spontanément renversables, V, 93; Spectre de l'hydrogène, V, 100, 341. — *Lagarde*. Spectre de l'hydrogène, V, 186. — *Balmer*. Spectre de l'hydrogène, V, 515. — *Liveing* et *Dewar*. Renversement des raies de l'hydrogène, IV, 51. — *Hasselberg*. Second spectre de l'hydrogène, IV, 241. — *Macé de Lépinay*. Longueur d'onde de la raie D, V, 411. — *Linnemann*. Austrium, VI, 295. — *Kobb*. Germanium, VI, 536. — *Wesendonck*. Spectre du fluorure de silicium, IV, 534. — *Liveing* et *Dewar*. Spectre des explo-

Électricité et magnétisme.

Météorologie. — Physique du globe. — Physique céleste.

Physique terrestre. — *Tyndall*. Rayonnement terrestre, III, 146. — *Wiedemann*. Imitation du geyser, I, 290. — *Blavier*. Étude des courants telluriques, III, 157. — *Roche*. État intérieur du globe, I, 62. — *Lagrange*. Marée sonterraine de Dux, II, 241. — *Darwin*. Variations de la verticale dues à l'élasticité, II, 482. — *Balfour-Stewart*. Relation des taches solaires et du magnétisme terrestre, III, 102 et 414. — *Irving*. Radiation solaire et mouvement des glaciers, III, 155. — *Haughton*. Évolution du système luni-terrestre, II, 483.

Bartoli. Densité d'un solide formé des éléments, VI, 586. — *Angot*. Distribution de la chaleur à la surface du globe, V, 5. — *Croll*. Changements séculaires des climats, IV, 238. — *Töpler*. Mesure de l'intensité horizontale, IV, 242. — *Bosanquet*. Composante horizontale à Oxford, IV, 242. — *Chistoni*. Eléments magnétiques à Rome, V, 576. — *Liznar*. Déclinaison à Vienne, V, 238; période de 26 jours, VI, 209. — *Maurer*. Influence de l'altitude sur la déclinaison, V, 290. — *Wild*. Courants telluriques, IV, 244. — *Tromholt*. Période des perturbations télégraphiques, VI, 50. — *Calzecchi-Onesti*. Avertisseur séismique, VI, 589. — *Nordenskiöld*. Aurore boréale, IV, 329.

Edlund. Électricité atmosphérique, VII, 380. — *Palmieri*. *Id*., VII, 589; VIII, 611; IX, 303. — *Weber*. Inclinaison, VIII, 337. — *Piltschikoff*. Anomalies magnétiques, VII, 437. — *Battelli*. Courants telluriques, VIII, 610. — *Joukowski*. Mouvement des eaux dans le sol, IX, 60. — *Woeikoff*. Température des eaux, VIII, 539. — *Fol* et *Sarasin*. Pénétration de la lumière dans les eaux, VIII, 589.

Becker. Rigidité de la terre, X, 94. — *Preston*. Gravité et magnétisme, X, 195. — *Walker*. Intensité de la pesanteur à Greenwich, X, 294. — *Favé*. Marégraphe, X, 404. — *Rücker* et *Thorpe*. Carte magnétique des Iles-Britanniques, X, 247. — *Moureaux*. Anomalie magnétique, X, 374. — *Piltschikoff*. Boussole d'inclinaison, X, 433. — *Crova* et *Houdaille*. Radiations solaires, X, 487. — *Cook*. Spectre de la vapeur d'eau en montagne, X, 93. — *Stroud*. Magnétomètre, X, 386.

Physique céleste. — *Ralph Copeland*. Expériences astronomiques dans les Andes, III, 417. — *Frankland*. Intensité de la radiation solaire, II, 283. — *Langley*. Distribution de l'énergie dans le spectre solaire, II, 283. — *Thollon*. Monographie du groupe D, III, 5; groupe B, III, 421. — *Thomson*. Mesures photométriques, III, 50. — *Harkness*. Parallaxe du Soleil, II, 239. — *Balfour-Stewart* et *Lant Carpenter*. Inégalités à courte période des taches solaires, III, 415. — *Dewar*. Taches solaires et éléments chimiques du Soleil, III, 418. — *Schuster*. Constitution interne du Soleil, III, 417; questions concernant le Soleil, II, 338. — *Schuster* et *Abney*. Éclipse de Soleil, II, 337. — *Huggins*. Photographies de la couronne solaire, II, 193; III, 103. — *Draper, Young, Holden, Lewis, Boss* et *Wright*. Comète *c* 1881, I, 153. — *Huggins*. Comètes, II, 478. — *Cellérier* et *Meyer*. Réfraction cométaire, II, 478; III, 311. — *Draper*. Photographie du spectre de la nébuleuse d'Orion, II, 49. — *Huggins*. *Id*., II, 98.

Rogowsky. Atmosphère des planètes, IV, 592; Température des corps célestes, VI, 200. — *Exner*. Photographie du Soleil, VI, 294. — *Schwedoff*. Échauffement des météorites, IV, 599. — *Crew*. Période de la rotation solaire, VIII, 142; IX, 529. — *Langley*. Spectre invisible du Soleil et de la Lune, VIII, 193; température de la Lune, IX, 532; éclipse solaire, VIII, 541. — *Ångström*. Radiation du Soleil, IX, 492. — *Trowbridge* et *Hutchins*. Oxygène dans le Soleil, VII, 547; carbone dans le Soleil, VII, 547.

Hutchinson. Masse des météores, X, 97. — *Bigelow*. Couronne solaire, X, 195. — *Roberts*. Méthode photographique, X, 241. — *Boys*. Chaleur de la Lune, X,

Histoire de la Physique.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE.

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

TABLE DES MATIÈRES.

DÉCEMBRE 1891.

(*Voir* la suite à la page 3.)

16959 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.



